

МОДЕЛИРОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ С КРУГЛОЙ ОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАСТИНОЙ

С.Н. Немцев¹⁾

С.В. Блажевич²⁾

М.Н. Бекназаров³⁾

¹⁾ Белгородский
государственный университет
e-mail: SNemtsev@bsu.edu.ru

²⁾ Белгородский
государственный университет
e-mail: Blazh@bsu.edu.ru

³⁾ Белгородский
государственный университет
e-mail: Beknazarov_m@mail.ru

В статье рассматривается акустический эффект, возникающий при взаимодействии импульсного пучка релятивистских электронов с веществом. В рамках термоупругого механизма построена модель возникновения акустических колебаний в ограниченной пластине и проведены численные расчеты амплитуды продольных колебаний для произвольной точки пластины.

Ключевые слова: акустический эффект, термоупругий механизм, упругие колебания, термодинамическая задача, акустические волны, продольные деформации, тонкие пластинки.

Акустический эффект взаимодействия импульсного пучка быстрых заряженных частиц с плотной средой является результатом сложного процесса передачи энергии падающих частиц атомам среды и определяется комплексом параметров пучка падающих частиц, а также термодинамическими свойствами, состоянием и геометрическими характеристиками среды. Как показали теоретические оценки и подтвердили эксперименты, в этом случае основной механизм возникновения упругих колебаний в среде это термоупругий механизм, связанный с возникновением неоднородного температурного поля в области взаимодействия пучка частиц с веществом мишени. Расчет характеристик акустического импульса, возникающего в области взаимодействия требует решения динамической термодинамической задачи с заданными краевыми и начальными условиями, которые определяются временными и пространственными характеристиками пучка падающих частиц. Для проверки правильности расчетов и выяснения возможности описания различных практически интересных ситуаций при взаимодействии быстрых заряженных частиц с веществом необходимо экспериментальное исследование указанного акустического эффекта на имеющихся ускорительных установках.

1. Теоретическое обоснование и постановка задачи

Экспериментальное исследование акустического эффекта взаимодействия релятивистских электронов в твердых мишенях началось в начале 70-х (см. например [1-2]). Акустическое проявление взаимодействия релятивистских электронов с твердым веществом теоретически было исследовано в работах [3-4], где были рассмотрены возможные механизмы возбуждения звука быстрыми заряженными частицами: динамический, черенковский и термоупругий. Теоретические оценки показали, что термоупругий механизм является преобладающим в области частот акустических колебаний от единиц до сотен килогерц. Этот результат получил свое подтверждение в ряде экспериментальных работ [5-7]. Дальнейшее исследование процессов генерации акустических волн в твердых мишенях под воздействием импульсного облучения пучками релятивистских электронов в зависимости от параметров электронного пучка и структуры вещества мишени представляется актуальным и в настоящее время.

Для задач связанных с продольными деформациями тонких пластинок [5], (толщина которых мала по сравнению с ее размерами в двух других направлениях), т.е. с деформациями, происходящими в плоскости пластинки и не сопровождающимися её изгибом, записана система уравнений, описывающая продольные смещения пластинок \bar{u} и поле температур Θ :

$$\begin{cases} \operatorname{grad} \operatorname{div}(\bar{u}) - \frac{1-\sigma}{2} \operatorname{rot} \operatorname{rot}(\bar{u}) - (1+\sigma) E \alpha_T \cdot \operatorname{grad}(\Theta) - \frac{\rho(1-\sigma)^2}{E} \cdot \ddot{\bar{u}} = 0 \\ \nabla^2 T - \frac{1}{a} \dot{T} + \frac{q}{\lambda_q} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь все векторные операторы понимаются как двумерные, E - модуль Юнга, σ - коэффициент Пуассона, ρ - плотность материала, α_T - коэффициент линейного расширения, λ_q - коэффициент теплопроводности и q - удельная мощность источников тепла (тепло, производимое за единицу времени в единице объёма источниками тепла).

Распределение температуры по пластине T , как функция координат и времени, определено из решения второго уравнения системы (1), и далее использовано в первом уравнении системы.

В декартовых координатах граница пластины описывается уравнением $x^2 + y^2 = r^2$, где r - радиус пластины (рис.1).

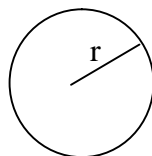


Рис.1. Круглая пластина

Перепишем уравнения (1) в более удобной форме:

$$\begin{cases} \nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \left(\frac{1-\sigma}{2} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial r} - \rho \frac{(1-\sigma)}{E} \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} - y \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0 \\ \nabla^2 u_\varphi - \frac{u_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \left(\frac{1-\sigma}{2} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \varphi} - \rho \frac{(1-\sigma)}{E} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial t^2} - \frac{y}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = 0 \\ \nabla^2 \theta - \frac{1}{k} \frac{\partial \theta}{\partial t} - \eta \frac{\partial e}{\partial t} = -\omega \end{cases}$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}; \quad e = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi};$$

Краевые и начальные условия:

$$\left(\frac{E(1-\sigma)}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r} \right) - y \theta \right) \Big|_{r=R} = \sigma_{rr} = 0$$

$$\left. \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} \right) \right|_{r=R} = 0 = \sigma_{r\theta}$$

$$u_i \Big|_{\theta=0} = u_i \Big|_{\varphi=2\pi} \quad u_i \Big|_{r=0} < \infty$$

2. Решение задачи

Для решения задачи воспользуемся методом, предложенным в [2].

Пусть $y(u_r, u_\varphi, \theta)$ – есть искомая вектор-функция, тогда $Q(0,0,-\omega)$ -мощность
искомого теплового источника $y, Q \in L_2$

Запишем уравнение термоупругого движения в операторной форме:

$$\begin{pmatrix} L_1 & -yL_2 \\ 0 & \nabla^2 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\eta L_3 & -\frac{1}{k} \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} y + \begin{pmatrix} -\rho \frac{(1-\sigma)}{\varepsilon} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y = ?$$

ε - единичный оператор

$$L_1 = \begin{pmatrix} \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) + \frac{(1-\sigma)}{2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial}{r} + \frac{1}{r} \right) & \left(\frac{1-\sigma}{2} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} \right) - \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \left(\frac{1-\sigma}{2} \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right) & \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) + \left(\frac{1-\sigma}{2} \right) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)^0 \quad L_3 = \left(\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \right), \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$$

Начально-краевую задачу можно рассматривать как задачу Коши с операторными коэффициентами [13]:

$$A_0 y + A_1 \frac{\partial}{\partial t} y + A_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} y = ? \quad y \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial y}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0$$

где

$$A_0 = \begin{pmatrix} L_1 & -yL_2 \\ 0 & \nabla^2 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\eta L_3 & -\frac{1}{k} \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} -\rho \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Решение задачи может быть представлено в форме спектрального разложения по полной биортогональной системе собственных и присоединенных функций пучка операторов A_0, A_1, A_2 [2].

Для построения спектрального разложения построим квадратичный операторный пучок.

$$L_0 = A_0 + A_1 v + A_2 v^2$$

Сопряженный пучок имеет вид:

$$L_{\bar{v}}^* = A_0^* + A_1^* \bar{v} + A_2^* \bar{v}^2$$

$$A_0^* = \begin{pmatrix} L_1 & 0 \\ yL_3 & v^2 \end{pmatrix} A_1^* = \begin{pmatrix} 0 & \eta L_2 \\ 0 & -\frac{1}{k} \end{pmatrix}$$

$$L_{\bar{v}} k = 0 \quad L_{\bar{v}}^* k^* = 0$$

$$L_{\bar{v}} k = 0, \quad k = \begin{pmatrix} k_{u_r} \\ k_{u_\varphi} \\ k_\theta \end{pmatrix}$$

Выражение для сопряженного оператора получаются по вышеприведенным выражениям заменой констант. В таком случае решение задачи как показано в [2] представимо в виде

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^H \left\{ \left[\left(\eta \frac{\partial}{\partial r} k_{\theta_i}^* + v_i \rho k_{u_i}^* \right) u_0 + \left(\frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} k_{\theta_i}^* + v_i \rho k_{v_i}^* \right) v_0 + \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\eta \frac{\partial}{\partial z} k_{\theta_i}^* + v_i \rho k_{w_i}^* \right) w_0 + \frac{1}{k} k_{\theta_i}^* \theta_0 + \rho \left(k_{u_i}^* \dot{u}_0 + k_{v_i}^* \dot{v}_0 + k_{w_i}^* \dot{w}_0 \right) \right] \exp(\bar{v}_i t) + \right. \\ \left. + \int_0^t \left[k_{u_i}^* X_r(\tau) + k_{v_i}^* X_\varphi(\tau) + k_{w_i}^* X_z(\tau) + k_{\theta_i}^* w(\tau) \right] \exp(\bar{v}_i(t-\tau)) d\tau \right\} r dr d\varphi dz k_i N_i^{-1} \quad (2)$$

где

$$N_i = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-H}^H \left[\left(\frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r k_{u_i}^*) + \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} k_{v_i}^* + \eta \frac{\partial}{\partial z} k_{w_i}^* - \frac{1}{k} k_{\theta_i}^* \right) \bar{k}_{\theta_i}^* - \right. \\ \left. - (v_i + v_j) \rho \left(k_{u_i}^* \bar{k}_{u_i}^* + k_{v_i}^* \bar{k}_{v_i}^* + k_{w_i}^* \bar{k}_{w_i}^* \right) \right] r dr d\varphi dz$$

3. Численные расчеты

По полученным выражениям были проведены расчеты колебаний круглой ограниченной пластинки в которой возбуждаются осесимметричные колебания вида

$$f(r,t) = \alpha e^{-\left(\frac{r}{\beta}\right)^2} \cdot \Phi(t - t_{imp})$$

Где $\Phi(t - t_{imp})$ - функция Хевисайда, определяющая в задаче время действия источника, а α, β - константы.

Тогда решение (2) принимает вид:

$$u_r = \sum_{j=1}^n \int_0^t \int_0^R k_{u_{rj}} \frac{\partial}{\partial r} f(r,t) r dr d\tau k_{u_{rj}} N_j^{-1}$$

Где

$$k_{u_{rj}} = J_0' \left(\frac{\omega_j}{c_l} r \right)$$

c_l - продольная скорость распространения волн в пластине.

На рис.2 представлены результаты расчета колебаний для круглой пластинки с радиусом $R = 1$.

Для скорости продольной волны взяты значения $c_l = 1$, для времени импульса $t_{имп} = 0.01$, для полуширины распределения падающего пучка $\beta = 0.1$

Рисунок 2 демонстрирует процесс отражения волны от края пластинки $r = R$.

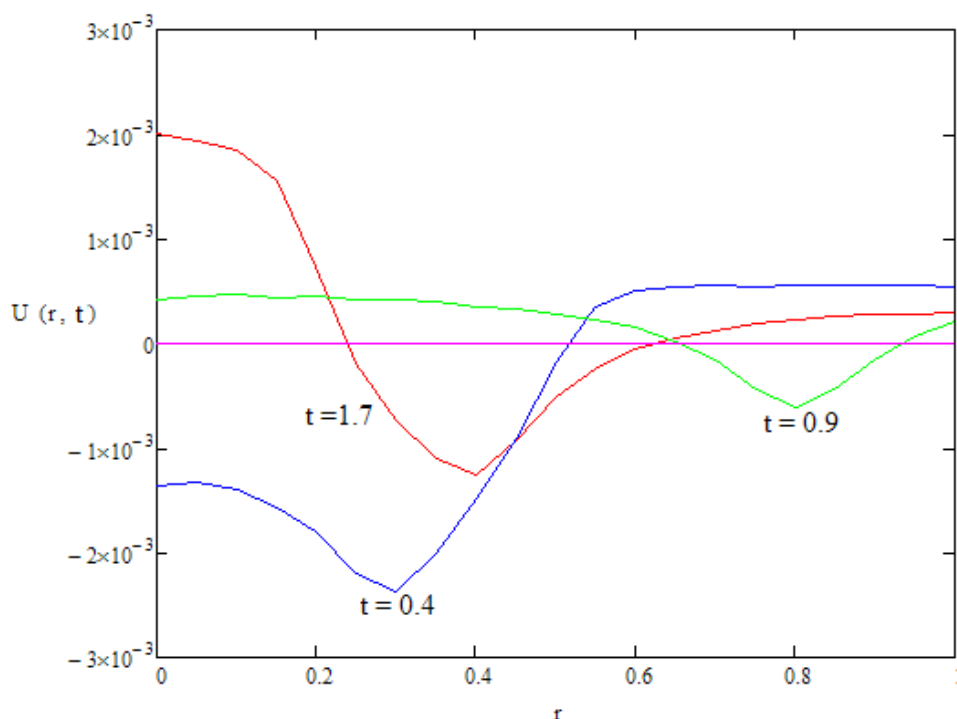


Рис.2. Расчеты распределения колебательной скорости в круглой ограниченной пластинке в различные моменты времени от начала воздействия на нее пучком заряженных частиц.

Предлагаемая модель позволяет исследовать зависимость формы акустического сигнала для различных значений параметров поперечного распределения пучка заряженных частиц и его длительности и прогнозировать результаты эксперимента.

Литература

1. Боршковский, И.А./ И.А.Боршковский, В.Д.Воловик//Письма в ЖЭТФ, -1971. -№13, С. 546.
- Лычев, С.А. Несимметричные интегральные преобразования и их приложения к задачам вязкоупругости [Текст]/ С.А. Лычев, Ю.Э. Сеницкий // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. –2002. Специальный выпуск. -С. 16–38.
2. Блажевич, С.В. О природе акустического импульса возбуждаемого пучком электронов в кристалле [Текст]. / С. В. Блажевич, А.И. Калиниченко, В. Т. Лазурик-Эльцуфин// Письма в ЖТФ, -1975. -т.1. -С. 694.
3. Блажевич, С.В. Исследование акустического эффекта взаимодействия релятивистских электронов с тонкими мишенями / С. В. Блажевич, И. А. Гришаев, В. В. Петренко, Г. Л. Фурсов //ФТТ, -Том 17, -в. 12, -1975, -С. 3636-3638.
4. Ганн, В.В. Исследование термоупругих напряжений, возникающих в никеле при импульсном облучении высокоэнергетическими электронами/ В. В. Ганн, А. И. Жуков, С. В. Блажевич// ВАНТ серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение, -1983, - вып. 4(27), -С. 75-78.
5. Блажевич, С.В. Применение задержанной обратной связи в усилителе для акустического датчика/ С. В. Блажевич, Г. Л. Фурсов// ПТЭ, -N5, -1975, -С. 125-126.
- Блажевич, С.В. Магнитострикционный датчик распределения плотности импульсного тока пучка ускоренных частиц / С. В. Блажевич//ВАНТ, серия Техника физического эксперимента, -1984, -вып 1(18), -С. 65-67.
6. Блажевич, С.В. Ориентационно-ионизационный эффект взаимодействия ультрарелятивистских электронов с монокристаллом/ С.В.Блажевич, В.Л.Мороховский // ЖТФ, -Том L, -1980, -С. 197-198.
7. Блажевич, С.В. Изгибные колебания пластины под воздействием импульсного облучения слабoreлятивистскими электронами/ С.В. Блажевич, В.П. Воронов, И.В.Апухтина //препринт № 1-99, -18 стр. БелГУ. –Белгород, -1999.
8. Блажевич, С.В. Акустический метод регистрации пучков быстрых заряженных частиц/ С.В.Блажевич, В.П. Воронов, Н.В. Камышанченко //Сборник трудов межгосударственной конференции “Радиационная повреждаемость и работоспособность конструктивных материалов”, 2-4 сентября . –Белгород, -1999.
9. Blazhevich, S. Acoustic wave into a thin plate excited by an impulsive beam of the relativistic electron/ S.Blazhevich // 7th Russian-Japanese International Symposium On Interaction of Fast Charged Particles with Solids. Program and Abstracts. October 9-16, -2000, Moskow – Nizhnii Novgorod
10. Блажевич, С.В. Бекназаров Акустическая волна, возбуждаемая в тонкой пластине импульсным пучком релятивистских электронов/ С. В. Блажевич, М. Н. Бекназаров //ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. -2003, -№7, -С. 19-21.

THE MODELLING ACOUSTIC EFFECT ARISING FROM INTERACTION BETWEEN RELATIVISTIC ELECTRONS AND CIRCULAR LIMITED PLATE

S.N. Nemtsev¹⁾

S.V. Blazhevich²⁾

M.N. Beknazarov³⁾

¹⁾ *Belgorod state university*
e-mail: SNemtsev@bsu.edu.ru

²⁾ *Belgorod state university*
e-mail: Blazh@bsu.edu.ru

³⁾ *Belgorod state university*
e-mail: Beknazarov_m@mail.ru

Acoustic effect, arising from interaction between relativistic electrons and substance in article is examined. The model of thermoelastic mechanism of acoustic vibrations rise in limited plate is considered. Computational accounts are conducted.

Key words: acoustic effect, thermoelastic mechanism, elastic vibrations, thermodynamic problem, acoustic waves, longitudinal strains, fine plates.

