

УДК 537.8

О БЕСКОНТАКТНОМ ПРОХОЖДЕНИИ ИОНОВ ЧЕРЕЗ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КАНАЛЫ

© 2012 г. К. А. Вохмянина¹, П. Н. Жукова¹, Ле Тхи Хоай¹, Н. Н. Насонов¹, Г. П. Похил²

¹Лаборатория радиационной физики Белгородского государственного университета, Белгород, Россия

²НИИ ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Поступила в редакцию 30.09.2011 г.

Исследовано взаимодействие быстрого иона со стенкой канала в диэлектрике, заряженной случайно расположенными на ней осевшими ионами потока. Показано, что обусловленные дискретностью осевого заряда градиентные силы отталкивания иона от стенки возникают только с учетом корреляций во взаимном расположении осевших зарядов.

ВВЕДЕНИЕ

Эффект бесконтактного прохождения быстрых ионов через каналы в диэлектриках представляет большой интерес в связи с перспективами создания систем транспортировки ионных пучков, не требующих ни сложных устройств, ни потребления энергии, поэтому теоретическому и экспериментальному исследованию эффекта уделяется в настоящее время пристальное внимание [1–12].

Следует иметь в виду, что, несмотря на явные успехи в описании обсуждаемого явления, до настоящего времени не выяснен окончательно главный вопрос о механизме отражения ионов от стенок канала. В настоящей работе развивается идея [5, 6], связывающая эффект отражения с градиентными силами Гапонова–Миллера, возникающими вследствие флуктуирующего характера кулоновских сил, действующих на быстрый ион со стороны заряженных стенок канала, обусловленных дискретностью осевших на стенках зарядов.

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ БЫСТРОГО ИОНА В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Рассмотрим движение иона в поле заряженной дискретными зарядами плоскости. Вычитаем среднюю составляющую поля, поскольку в реальном эксперименте противоположные стенки канала заряжены в среднем одинаково, так что среднее поле равно нулю. В уравнении движения иона

$$m\ddot{\vec{r}} = -e^2\bar{V}\sum_i\left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}-\left\langle\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}\right\rangle\right] = -\frac{ie^2}{2\pi^2}\times$$

$$\times\sum_i\int\frac{d^3k}{k^2}\bar{k}[\exp(i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_i))-\langle\exp(i\vec{k}(\vec{r}-\vec{r}_i))\rangle] \quad (1)$$

проводится суммирование по всем ионам, осевшим на плоскости. Ищем траекторию иона в виде:

$$\vec{r} = \vec{e}_x Vt + \vec{e}_y y + \vec{\tilde{r}}, \quad (2)$$

где первое слагаемое описывает исходное движение вдоль плоскости, второе слагаемое соответствует медленному усредненному движению поперек плоскости, последнее слагаемое отвечает быстрым и малым осцилляциям иона в потенциале флуктуаций поля, обусловленных дискретностью распределения заряда на плоскости.

Предполагая $\vec{k}\vec{\tilde{r}} \ll 1$, разлагаем соответствующую экспоненту в (1) и получаем следующее уравнение:

$$\vec{e}_y m\ddot{y} + m\ddot{\vec{\tilde{r}}} \approx -\frac{ie^2}{2\pi^2}\sum_i\int\frac{d^3k}{k^2}\bar{k}\exp(ik_x Vt +$$

$$+ ik_y y - i\vec{k}_{\parallel}\vec{r}_i) - \vec{e}_y 2\pi e^2 n_s + \frac{e^2}{2\pi^2} \times$$

$$\times\sum_i\int\frac{d^3k}{k^2}\bar{k}\exp(ik_x Vt + ik_y y - i\vec{k}_{\parallel}\vec{r}_i)\vec{k}\vec{\tilde{r}}. \quad (3)$$

Первые два слагаемых в правой части (3) описывают флуктуационную составляющую поля $\vec{\tilde{E}}$, равную разности полного поля, действующего на равномерно движущийся ион, и поля однородно заряженной плоскости. Здесь величина n_s означает среднюю плотность зарядов, осевших на плоскости. Можно показать, что усреднение по времени флуктуационного поля эквивалентно усреднению по координатам осевших ионов на плоскости

$$\left(\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} dt \vec{\tilde{E}}\right)_{T \rightarrow \infty} \rightarrow \langle \vec{\tilde{E}} \rangle. \quad (4)$$

Ясно, что $\langle \tilde{E} \rangle = 0$. Средний (в указанном смысле) квадрат флуктуационного поля в нуль не обращается, не зависит от времени и степенным образом убывает по мере удаления от плоскости:

$$\langle \tilde{E}^2 \rangle = \frac{\pi e^2 n_S}{y^2}. \quad (5)$$

Разделение (3) на уравнения для “быстрой” и “медленной” составляющих траектории иона проводим усреднением по распределению заряда на плоскости. Соответствующее уравнение для быстрой составляющей траектории $\tilde{r}$:

$$m\ddot{\tilde{r}} = e\tilde{E} = -\frac{ie^2}{2\pi^2} \times \sum_l \int \frac{d^3k}{k^2} \tilde{k} \exp(ik_x Vt + ik_y y - i\tilde{k}_{\parallel} \tilde{r}_l) - \tilde{e}_y 2\pi e^2 n_S, \quad (6)$$

аналогично уравнению для быстрой составляющей в задаче П.Л. Капицы о движении частицы в неоднородном осциллирующем поле, изложенной в [13].

Последнее слагаемое в правой части (3) квадратично по флуктуациям и не обращается в нуль при усреднении. Приравнявая указанное среднее величине $\tilde{e}_y m\ddot{y}$, получаем уравнение, описывающее эволюцию медленной переменной $y(t)$:

$$m\ddot{y} = \frac{e^2}{2\pi^2} \left\langle \sum_l \int \frac{d^3k}{k^2} k_y \exp(ik_x Vt + ik_y y - i\tilde{k}_{\parallel} \tilde{r}_l) \tilde{k} \tilde{r} \right\rangle. \quad (7)$$

УСРЕДНЕННАЯ СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ИОН

Решение уравнения (6) существенно зависит от начальных условий. Обычное для подобных задач адиабатическое “включение” поля $\tilde{E}$ приводит в случае периодического распределения осевшего заряда на плоскости к выражению для $\tilde{r}$, которое при подстановке в (7) приводит, в свою очередь, к усредненной действующей на быстрый ион стационарной силе Гапонова–Миллера, отталкивающей ион от плоскости. Можно показать, что в рассматриваемом случае случайного распределения осевшего заряда адиабатическое включение приводит к решению $\tilde{r} = 0$. Мы используем решение:

$$\tilde{r} = \frac{ie^2}{2\pi^2 m V^2} \sum_l \int \frac{d^3k}{k^2} \frac{\tilde{k}}{k_x} [\exp(ik_x Vt) - 1 - ik_x Vt] \exp(ik_y y - i\tilde{k}_{\parallel} \tilde{r}_l) - \tilde{e}_y \frac{\pi e^2 n_S}{m} t^2, \quad (8)$$

удовлетворяющее начальным условиям $\tilde{r}(0) = \dot{\tilde{r}}(0) = 0$. Функция $\tilde{r}$ непериодическая, однако среднее от нее (усреднение по положению зарядов на плоскости приводит к устранению флуктуаций поля) обращается в нуль, согласно (8). Средний квадрат $\tilde{r}$ определяется формулой

$$\langle (\tilde{r})^2 \rangle = \frac{8e^4 n_S}{m^2 V^4} V^2 t^2 \times \int_0^\infty dx K_1 \left(x \frac{2y}{Vt} \right) \frac{1}{x^3} \left[1 - \cos x - x \sin x + \frac{x^2}{2} \right], \quad (9)$$

указывающей на неограниченный рост флуктуаций траектории во времени. Таким образом, получаемое с помощью (8) выражение для усредненной силы справедливо лишь на ограниченном отрезке времени.

Подстановка (8) в (7) приводит к уравнению для медленной переменной:

$$m\ddot{y} = \frac{ie^4}{4\pi^4 m V^2} \int \frac{d^3k}{k^2} k_y \exp(ik_x Vt + ik_y y) \times \int \frac{d^3k'}{k'^2} \frac{\tilde{k} \tilde{k}'}{k_x'^2} [\exp(ik_x' Vt) - 1 - ik_x' Vt] \exp(ik_y' y) \times \left\langle \sum_l \sum_p \exp(-i(\tilde{k}_{\parallel} \tilde{r}_l + \tilde{k}_{\parallel}' \tilde{r}_p)) \right\rangle - \frac{e^4 n_S}{2\pi m} t^2 \times \int \frac{d^3k}{k^2} k_y^2 \exp(ik_x Vt + ik_y y) \left\langle \sum_l \exp(-i\tilde{k}_{\parallel} \tilde{r}_l) \right\rangle, \quad (10)$$

для анализа которого необходимо определить средние от простой и двойной сумм по экспонентам, содержащим координаты осажженных на плоскости зарядов. Среднее от простой суммы выражается через интеграл от одночастичной функции распределения:

$$\left\langle \sum_l \exp(-i\tilde{k}_{\parallel} \tilde{r}_l) \right\rangle = N \int d^2 r f_1(\tilde{r}) \exp(-i\tilde{k}_{\parallel} \tilde{r}), \quad (11)$$

где N — число зарядов на плоскости с площадью S ($n_S = N/S$). Предполагая среднее распределение заряда на плоскости равномерным, имеем просто

$$f_1(\tilde{r}) = \frac{1}{S}. \quad (12)$$

При усреднении двойной суммы в (10) воспользуемся формулой

$$\left\langle \sum_l \sum_p \exp(-i(\vec{k}_{\parallel} \vec{r}_l + \vec{k}'_{\parallel} \vec{r}_p)) \right\rangle = \left\langle \sum_l \exp(-i(\vec{k}_{\parallel} \vec{r}_l + \vec{k}'_{\parallel} \vec{r}_l)) \right\rangle + \left\langle \sum_l \sum_{p \neq l} \exp(-i(\vec{k}_{\parallel} \vec{r}_l + \vec{k}'_{\parallel} \vec{r}_p)) \right\rangle, \quad (13)$$

и выразим последнее слагаемое в (13) через интеграл от двухчастичной функции распределения

$$\begin{aligned} & \left\langle \sum_l \sum_{p \neq l} \exp(-i(\vec{k}_{\parallel} \vec{r}_l + \vec{k}'_{\parallel} \vec{r}_p)) \right\rangle = \\ & = N(N-1) \int d^2 r_1 d^2 r_2 f_2(r_1, r_2) \exp(-i(\vec{k}_{\parallel} \vec{r}_1 + \vec{k}'_{\parallel} \vec{r}_2)), \end{aligned} \quad (14)$$

которая может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} f_2(\vec{r}_l, \vec{r}_p) &= f_1(\vec{r}_l) f_1(\vec{r}_p) + g_2(|\vec{r}_l - \vec{r}_p|), \\ n_S g_2(|\vec{r}_l - \vec{r}_p|) &= [n(|\vec{r}_l - \vec{r}_p|) - n_S] / S^2, \end{aligned} \quad (15)$$

где корреляционная функция g , существенная на малых расстояниях между зарядами на плоскости, выражена через парную функцию радиального распределения $n(|\vec{r}_l - \vec{r}_p|)$, стремящуюся к n_S при увеличении своего аргумента.

С учетом (11)–(15) средние в формуле (10) принимают вид:

$$\begin{aligned} & \left\langle \sum_l \exp(-i\vec{k}_{\parallel} \vec{r}_l) \right\rangle = 4\pi^2 n_S \delta(\vec{k}_{\parallel}), \\ & \left\langle \sum_l \sum_p \exp(-i(\vec{k}_{\parallel} \vec{r}_l + \vec{k}'_{\parallel} \vec{r}_p)) \right\rangle = \\ & = 4\pi^2 n_S \delta(\vec{k}_{\parallel} + \vec{k}'_{\parallel}) \left[1 + 2\pi \int_0^{\infty} dr r (n(r) - n_S) J_0(k_{\parallel} r) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Подстановка (16) в (10) приводит к искомому уравнению

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= \frac{ie^4 n_S}{\pi^2 m V^2} \int \frac{d^3 k}{k^2} k_y \exp(ik_y y) \int \frac{dk'_y}{k_y'^2 + k_{\parallel}^2} \frac{k_y k'_y - k_{\parallel}^2}{k_x^2} \times \\ & \times [1 - (1 - ik_x Vt) \exp(ik_x Vt)] \exp(ik'_y y) \times \\ & \times \left[1 + 2\pi \int_0^{\infty} dr r (n(r) - n_S) J_0(k_{\parallel} r) \right] = F. \end{aligned} \quad (17)$$

Второе слагаемое в правой части (17), пропорциональное интегралу от функции Бесселя, учитывает корреляции в распределении заряда на плоскости. Рассмотрим вначале действие только первого слагаемого в правой части (17), не учитывающего корреляции между положениями отдельных зарядов.

Следует отдельно рассмотреть случай $y = 0$. Нетрудно убедиться, что в этом случае средняя

сила, действующая на ион, равна нулю. При $y \neq 0$ интегрирование по dk_y и dk'_y приводит к следующей формуле:

$$F = -\frac{4\pi e^4 n_S}{m V^2} \frac{1}{2y(1 + \alpha^2)^{3/2}}, \quad (18)$$

где $\alpha = Vt/2y$. Основное отличие решения (18) от классической задачи Капицы заключается в нестационарности действующей на движущийся ион силы со стороны осажженного на плоскости заряда. Данное обстоятельство обусловлено случайностью расположения дискретных зарядов на плоскости. Кроме этого сила существенно зависит от расстояния иона до плоскости. Сила направлена в сторону плоскости. Для интерпретации заметим, что, согласно (1), величина и направление действующей на быстрый ион силы определяются конкретным распределением осевшего заряда относительно быстрого иона в каждый момент времени. В моменты прохождения быстрого иона вблизи осевшего иона возникает всплеск силы отталкивания. Всплесков силы притяжения не возникает, поэтому с учетом вычитания средней силы кулоновского отталкивания иона от плоскости полная сила осциллирует вблизи нуля, причем среднее время, в течение которого ион отталкивается от плоскости, меньше времени притяжения, а сила отталкивания больше силы притяжения. Благодаря указанному обстоятельству средний переданный быстрому иону импульс примерно равен нулю (результат первого интегрирования по времени в (1)). Смещение иона относительно начальной траектории, возникающее в результате второго интегрирования по времени в (1) (рассматриваем малые промежутки времени, в течение которых изменение координаты быстрого иона относительно плоскости мало, $\Delta y \ll y$), направлено в сторону плоскости.

Вычислим теперь составляющую силы, обусловленную корреляциями между координатами зарядов на плоскости. Выбирая функцию радиальной плотности простейшего вида $n = 0$ при $r < R$ и $n = n_S$ при $r > R$ (такой выбор явно учитывает дискретность заряда на плоскости), получаем в результате интегрирования следующее выражение для полной силы, действующей на быстрый ион:

$$F = \frac{4\pi e^4 n_S}{m V^2} \frac{1}{2y} G, \quad (19)$$

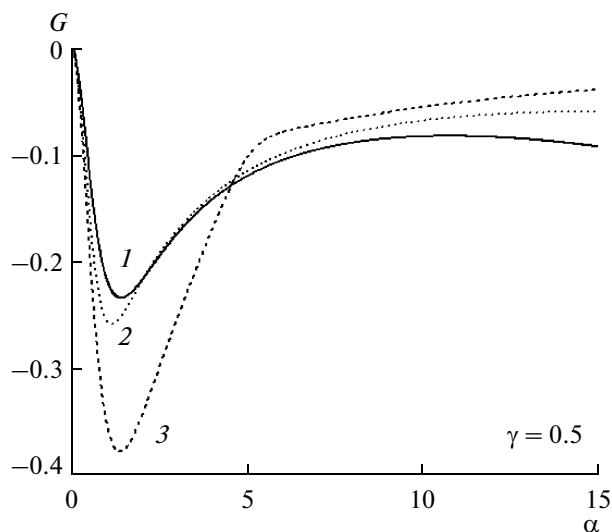


Рис. 1. Зависимость $G(\alpha)$, построенная при различных значениях коэффициента β ($\gamma = 0.5$): кривая 1 – $\beta = 0.2$, 2 – $\beta = 1$, 3 – $\beta = 5$.

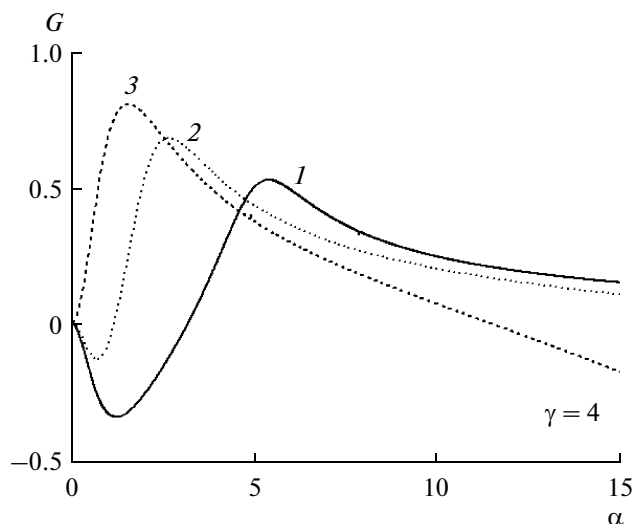


Рис. 2. Зависимость $G(\alpha)$, построенная при различных значениях коэффициента β ($\gamma = 4$): кривая 1 – $\beta = 0.5$, 2 – $\beta = 2$, 3 – $\beta = 5$.

$$G = -\frac{\alpha^2}{(1+\alpha^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\gamma}{\beta^2} \int_0^\infty dz \left[(1+\beta^2)^{1/2} - 1 - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\left(1 - \frac{i\alpha}{(1+z^2)^{1/2}} \right)^2 + \beta^2 \right)^{1/2} + \right. \\ \left. + \left(\left(1 + \frac{i\alpha}{(1+z^2)^{1/2}} \right)^2 + \beta^2 \right)^{1/2} - 2 \right] - \frac{i\alpha}{2(1+z^2)^{1/2}} \times \\ \times \left[\frac{1 - \frac{i\alpha}{(1+z^2)^{1/2}}}{\left(\left(1 - \frac{i\alpha}{(1+z^2)^{1/2}} \right)^2 + \beta^2 \right)^{1/2}} - \right. \\ \left. - \frac{1 + \frac{i\alpha}{(1+z^2)^{1/2}}}{\left(\left(1 + \frac{i\alpha}{(1+z^2)^{1/2}} \right)^2 + \beta^2 \right)^{1/2}} \right], \\ \alpha = \frac{Vt}{2y}, \quad \beta = \frac{R}{2y}, \quad \gamma = 4n_s R^2.$$

ЭФФЕКТ ОТРАЖЕНИЯ ИОНОВ ОТ СТЕНКИ КАНАЛА

Проанализируем результат (19). Прежде всего отметим, что в рамках настоящего подхода сила

(19) соответствует усредненному распределению заряда на плоскости. В случае равномерного распределения в функции G остается только первое слагаемое, отвечающее притяжению быстрого иона к плоскости. При наложении ограничений на положение зарядов на плоскости возникает добавочная сила, пропорциональная квадрату отношения расстояния минимального сближения зарядов R к среднему расстоянию между ними $l = (n_s)^{-1/2}$. Ясно, что R не может превосходить l , так что коэффициент γ в (19) не превышает четырех.

В условиях малой плотности зарядов $\gamma < 1$, когда каждый заряд сильно “размазан” на плоскости, в (19) превалирует первое слагаемое. Быстрые ионы притягиваются к плоскости, увеличивая ее заряд. Зависимость $G(\alpha)$, построенная при различных значениях коэффициента β ($\gamma = 0.5$ кривая 1 – $\beta = 0.2$, 2 – $\beta = 1$, 3 – $\beta = 5$), показана на рис. 1.

По мере роста коэффициента γ “размазанность” зарядов на плоскости уменьшается, градиенты полей растут. Вместе с ними растут и силы Гапонова–Миллера, отталкивающие быстрый ион от стенки канала. Зависимость $G(\alpha)$, построенная при максимально возможном значении $\gamma = 4$ (кривая 1 – $\beta = 0.5$, 2 – $\beta = 2$, 3 – $\beta = 5$), показана на рис. 2. Приведенные кривые демонстрируют эффект отталкивания иона от плоскости.

Следует иметь в виду, что в приведенных выражениях для действующей на быстрый ион силы присутствует зависящая от времени переменная $y(t)$, поэтому кривые на графиках могут правильно описывать силы лишь на малых промежутках времени, когда $y(t)$ мало меняется.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе представлена новая модель процесса бесконтактного прохождения ионов через каналы в диэлектриках. На основе анализа взаимодействия иона со стенкой канала, равномерно заряженной случайно осевшими на ней ионами из первоначального потока. Подтверждена возможность реализации механизма отражения иона от стенок за счет сил Гапонова–Миллера, обусловленных дискретностью осевшего на стенке заряда. Показано, что в рамках рассматриваемой модели необходимо учитывать корреляции между положениями зарядов на стенке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stolterfoht N., Bremer J.-H., Hoffmann V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 133201.
2. *Hellhammer R., Pešić Z.D., Sobocinski P. et al.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2005. V. 233. P. 213.
3. *Vokhmyanina K.A., Zhilyakov L.A., Kostanovsky A.V. et al.* // Phys. A: Math. Gen. 2006. V. 39. P. 4775.
4. *Sahana M.B., Skog P., Vikor Gy. et al.* // Phys. Rev. A. 2006. V. 73. P. 040901_R.
5. *Вохмянина К.А., Жиликов Л.А., Похил Г.П. и др.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2006. № 4. С. 94.
6. *Похил Г.П., Вохмянина К.А., Фридман В.Б. и др.* // Тез. докл. XXXVI Межд. конф. по физике взаимодействия заряженных частиц с кристаллами. М.: МГУ, 2006. С. 20.
7. *Das S., Dassanayake B.S., Winkworth M. et al.* // Phys. Rev. A. 2007. V. 76. P. 042716.
8. *Stolterfoht N., Hellhammer R., Bundesmann J. et al.* // Phys. Rev. A. 2007. V. 76. P. 022712.
9. *Skog P., Soroka I.L., Johansson A. et al.* // Nucl. Instrum Methods Phys. Res. B. 2007. V. 258. P. 145.
10. *Похил Г.П., Вохмянина К.А., Жиликов Л.А. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2008. Т. 72. № 5. С. 674.
11. *Похил Г.П., Вохмянина К.А., Мирончик А.И.* // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2009. № 4. С. 82.
12. *Похил Г.П., Мирончик А.И., Жиликов Л.А. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. № 2. С. 241.
13. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Механика. Т. 1. Раздел “Движение частиц в быстро осциллирующем поле”. М.: Наука, 1988. 215 с.

On the Ion Noncontact Transmission in Dielectric Channels

K. A. Vokhmyanina, P. N. Zhukova, T. H. Le, N. N. Nasonov, G. P. Pokhil

The interaction of fast ions with an insulated channel wall charged randomly by deposited ions of the flow has been investigated. It is shown that due to the discreteness of the deposited charge gradient forces that repulse ions from the wall arise only taking into account the correlations in the relative position of the settled charges.