

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ГЕОГРАФИЯ
И ПРИРОДНЫЕ
РЕСУРСЫ
№ 3

(отдельный оттиск)



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Новосибирск. 1984

ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧИЙ В УСТОЙЧИВОСТИ ПОРОД И РАСХОДОВ ВОДЫ НА ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ ПРОДОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ РЕК

В связи с потребностями промышленности и сельского хозяйства вопрос рационального распределения и использования водных ресурсов приобретает все большую актуальность. Усложняются задачи, стоящие перед инженерами-гидрологами, геологами и строителями. При строительстве любого гидротехнического сооружения следует учитывать его влияние на естественный природный процесс формирования русла реки, чтобы не нарушить равновесия, а также предвидеть нежелательные последствия, вызванные нарушением. Задача весьма сложная, требующая усилий специалистов многих отраслей и решаемая пока не всегда успешно. Например, на определенных участках каналов можно наблюдать односторонние деформации русла, значит профиль канала заложен без учета его естественного процесса формирования. Недопонимание процесса формирования динамически устойчивого профиля русла приводит к тому, что в местах односторонней аккумуляции наносов производится искусственная очистка русла, чем поддерживается его неустойчивое состояние, вместо того, чтобы, увеличив скорость потока путем уменьшения ширины, быстро добиться его динамического равновесия с руслом на данном участке. В тех местах, где происходит глубинная эрозия русла, динамическое равновесие потока с существующим профилем русла может быть достигнуто при увеличении его ширины (если нет необходимости поддерживать глубину).

Итак, при строительстве канала необходимо, зная гидрологические характеристики будущего потока и эрозионную прочность пород, слагающих его русло, прежде всего определить профиль русла, находящегося в динамическом равновесии с условиями его образования. Механизм взаимодействия потока и русла носит весьма сложный характер. Он обусловлен множеством факторов и характеризуется целым рядом прямых, обратных и косвенных связей. Соответственно и профиль русла потока со всеми его формами как отражение этого взаимодействия в данный момент времени очень трудно описать математически. Авторы не ставили перед собой такой цели. Морфологический облик реки определяют как необратимые (односторонние), так и обратимые деформации. Вторые развиваются на фоне первых [1]. Модели, предлагаемые в данной статье, соответствуют усредненному продольному профилю русла, не учитывающему донных гряд, плесов, перекатов и т. п. Иными словами, с помощью этих моделей можно изучать только необратимые деформации продольного профиля русла.

И. Ф. Карасев [1] указывает, что переброска стока в долину маловодной реки приводит к резкому усилению эрозионных процессов, при которых существенно увеличиваются необратимые деформации размыва в одной части реки и аккумуляции — в другой. За десятилетия в морфологии речной долины происходят изменения, для которых в естественных условиях потребовалась бы целая геологическая эпоха. Применение балансового метода для решения задач подобного типа известно с давних пор [2]. Преимущество данного подхода заключается в том, что метод расчета устойчивых профилей путем решения уравнений балансового типа имеет прочное физическое обоснование, позволяет наиболее полно учитывать суммарное воздействие природных факторов. По нашему мнению, балансовый метод окажет незаменимую помощь в решении следующих инженерных задач.

1. Проектирование каналов с тем, чтобы заранее определить устойчивый продольный профиль канала и, возможно, прокладывать его не по кратчайшему пути, а, используя особенности рельефа, стараться сразу

задать ему устойчивый профиль. Кроме того, в ряде случаев целесообразно определять гидрологические параметры и эрозионную прочность слагающих русло пород, при которых данный участок профиля канала будет находиться в динамическом равновесии с потоком для того, чтобы соответствующим образом регулировать эти параметры (безусловно, те или иные пути достижения устойчивости русла будут определяться максимальной экономической эффективностью).

2. Прогнозирование окончательной перестройки продольного профиля русла при значительных изменениях гидрологического режима рек (строительство водохранилищ, каскадов ГЭС, каналов).

3. В случаях целенаправленного воздействия на поток с целью углубления русла для нужд речного транспорта.

4. Проектирование различных гидротехнических мероприятий (водозабор) с учетом сохранения или создания устойчивого русла и др.

При моделировании продольных профилей русел водотоков мы рассматриваем формирование русла как саморегулирующийся процесс, в котором регулирование осуществляется через транспортную способность потока [3, 4]. Процесс взаимодействия потока с руслом описывается известным уравнением баланса наносов [2, 5, 6 и др.]:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}, \quad (1)$$

где y — высоты профиля русла, q — удельный твердый расход наносов. Как отметил И. Ф. Карасев [1], уравнение (1) «дает приближенный результат, так как не учитывает поперечный перенос наносов, пространственную структуру русловых форм и другие детали механизма перемещения частиц. Но погрешности гидравлического расчета легче поддаются конкретизации, чем случайные отклонения в коррекционно-статистических зависимостях, непосредственно характеризующих динамику целых русловых форм. При использовании уравнения уже теперь мы можем располагать более или менее надежными зависимостями для транспортирующей способности, теоретически оценить изменение расходов наносов вдоль реки, а значит, получить величину размыва или заиления русла».

В процессе формирования русла система поток — русло стремится к динамическому равновесию, соответствующему только переносу наносов потоком (эрозия и аккумуляция отсутствуют). Профиль русла при этом приобретает устойчивую форму, которая описывается стационарным случаем $\frac{\partial y}{\partial t} = 0$ уравнения баланса (1), когда твердый расход наносов, постоянный по всему профилю $\frac{\partial q}{\partial x} = 0$, становится равным транспортирующей способности потока [7].

Твердый удельный расход наносов можно представить в виде

$$q = K(x)f(Q)x^i, \quad (2)$$

где $K(x)$ — функция, характеризующая изменение физических свойств наносов и русла по его длине; $f(Q)$ — функция удельного расхода воды, который, в свою очередь, изменяется по длине русла; $i = \frac{\partial y}{\partial x}$ — уклон русла; $\beta = \text{const}$. Таким образом, задача расчета устойчивых профилей русел состоит в определении указанных функций и параметров β .

В гидравлических исследованиях часто вместо уравнения (1) рассматривают уравнение баланса для полного расхода наносов $G = qB$, где B — ширина русла:

$$\frac{\partial (yB)}{\partial t} = -(\frac{\partial G}{\partial x}). \quad (3)$$

Теоретические и экспериментальные исследования К. В. Гришанина [8] привели к зависимости для полного расхода наносов в реках с песчаным дном с учетом как взвешенных, так и влекомых наносов:

$$G = K_s Q v^2 \quad (4)$$

При расчете устойчивого профиля, принимая скорость v по формуле Шези-Маннинга $v = (1/n)H^{2/3}i^{1/3}$ и подставляя ее в выражение (4) с учетом $Q = BHv$, получим $G = (K_s/n^{2/5})B(Q/B)^{5/5}i^{2/5}$. Рассчитывая ширину русла

по С. Г. Алтунину [9] $B = AQ^{1/2}i^{-1/3}$, преобразуем последнее выражение для расхода наносов: $G = K_p n^{-0.5} A^{-4/5} Q^{7/5} i^{19/25}$. Тогда решение уравнения (3) при $\partial(yB)/\partial t = 0$ с учетом, что $i = -\partial y/\partial x$, приведет к уравнению вогнутого профиля русла (степенная функция) при линейном нарастании полного жидкого расхода $Q(x) = ax + Q_0$.

Следует отметить, что многие гидравлические зависимости для полного (G) и удельного (q) расходов наносов могут быть представлены соотношением, удобным для интегрирования уравнений (1) и (3):

$$\begin{cases} G \\ q \end{cases} = KQ^\beta i^\beta, \quad (5)$$

где Q — соответственно полный и удельный жидкий расход. В частности, к этому виду приводятся все формулы для расхода наносов, имеющие структуру $\begin{cases} G \\ q \end{cases} = cv^x H^y Q$. Таким образом, задача расчета устойчивых русел сведена к определению функции $Q(x)$ при одинаковых прочих условиях. Следует отметить, что многие гидравлические зависимости, определяющие появление уравнения типа (5), дают показатель степени β , близкий к единице. С другой стороны, при решении уравнения баланса для стационарного случая мы всегда можем трансформировать зависимости (2) или (5) к виду линейной зависимости от уклона. Так, если поток и русло находятся в режиме динамического равновесия, уравнение (2) может быть представлено в виде $[K(x)/Q(x)]^{1/\beta} i = \text{const}$, которое приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению для нахождения профиля $y(x)$.

Укажем еще на две важные зависимости типа (5), которые следуют из расчетного метода, предложенного И. В. Боголюбовой и А. В. Караушевым [3] и основанного на зависимостях: $G = P_{\text{стр}} = K_p H^\varphi i^\beta \times (D_a U)^{-\psi} Q$; $\varphi = 0,23$; $\psi = 0,75$; $\beta = 1,3$; $Q = CH^{1,5} i^{0,5} B$; $B = K_B H^a$; $C = K_C (H/D_a)^{1,6}$; $F = K_F x^m$; $F \sim 0$ ($1,3 < m < 2,2$), где H , B — соответственно глубина и ширина потока; U — средняя гидравлическая крупность транспортируемых потоком наносов; D_a — средний диаметр частиц активного слоя донных отложений; F — площадь водосбора; $a = 2$ для рек, $a = 1,5$ для склоновых ручьев.

Согласно [10] для склоновых ручьев и рек параметр m равен соответственно 1,3 и 1,8, тогда

$$G = K_G (K_Q x^{1,3} + Q_0)^{1,35} i^{1,224}, \quad (6)$$

$$G = K_G (K_Q x^{1,8} + Q_0)^{1,3} i^{1,25}. \quad (7)$$

Выражения в скобках — функции $Q(x)$ при $Q(0) = Q_0$. Первые интегралы уравнения баланса (1) приводятся к виду

$$G^{1/1,224} = K_G^{1/1,224} (K_Q x^{1,3} + Q_0)^{1,35/1,224} i = \text{const},$$

$$G^{1/1,25} = K_G^{1/1,25} (K_Q x^{1,8} + Q_0)^{1,3/1,25} i = \text{const}. \quad (8)$$

В полученных выражениях показатель степени при $Q(x)$ близок к единице. Это позволяет получить приближенное аналитическое решение выражений (8).

Итак, предлагаемый подход для моделирования устойчивых профилей русел водотоков состоит в решении уравнения баланса для стационарного случая при предварительном приведении расхода твердого материала к виду (2) или (5).

Перейдем к описанию исходных данных математического моделирования. Рассмотрим два пути расчета устойчивых профилей, которые требуют разных по характеру данных. Первый состоит в определении с точностью до постоянного множителя исходных функций и параметров зависимостей (2) и (5). Для определения устойчивых профилей русел, сложенных одинаковыми по эрозионной прочности породами, достаточно знать функцию изменения расхода воды по длине русла. С этой целью из справоч-

ных гидрологических изданий берутся значения среднемноголетних расходов воды. В виду пропорциональности расхода воды площади водосбора можно использовать и последнюю, что будет показано ниже. Кроме того, необходимо знать отметки верхнего и нижнего концов изучаемого профиля.

Для инженерных расчетов более подойдет второй путь, основанный на информации об изменении расхода наносов G или q в разных точках профиля по всей его длине. Коэффициент K определяется из разностного аналога уравнения (1) или (3) $\frac{\Delta}{\Delta x} \left(K \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \frac{\Delta G}{\Delta x}$, $G = Ki$. Предполагая, что для

соседних точек j и $j + 1$ этот коэффициент постоянен, применим формулу $K_j = \frac{G_{j+1} - G_j}{i_{j+1} - i_j}$. В первом приближении мы считаем, что при даль-

нейшей эволюции русла коэффициент K не изменится. Тогда, подставив найденные значения коэффициента K в уравнение баланса для стационарного случая, проведем расчет устойчивого профиля русла. Данный путь требует информации о неустойчивом профиле русла, на основе которой делаются указанные выше вычисления.

Рассмотрим ряд тестовых задач, которые могут быть полезными при решении сложных вопросов, учитывающих структуру речной сети и неоднородную литологию. Решение уравнения (1) для стационарного случая при $\gamma = \beta = 1$ в формуле (5) и линейном нарастании жидкого расхода $Q(x) = ax + Q_0$ при граничных условиях $y(0) = H$, $y(L) = 0$ имеет вид

$$y(x) = H \ln \left(\frac{ax + Q_0}{aL + Q_0} \right) / \ln \left(\frac{Q_0}{aL + Q_0} \right). \quad (9)$$

Заметим, что выработанные продольные профили рек, которые, по Б. А. Казанскому [11], хорошо аппроксимируются модифицированной функцией Бесселя, также хорошо аппроксимируются и логарифмической функцией (9). Статистический анализ показывает, что аппроксимация продольного профиля реки логарифмической кривой более точна [12].

Из выражения (9) найдем уклоны для граничных точек $x = 0$ и $x = L$ при a и Q_0 , стремящихся к бесконечности. В обоих случаях после использования правила Лопитала получим одинаковые выражения под знаками пределов:

$$\lim_{a, Q_0 \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = - \lim_{a, Q_0 \rightarrow \infty} \left(\frac{H(aL + Q_0)}{Q_0 L} \right), \quad (10)$$

$$\lim_{a, Q_0 \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx} \Big|_{x=L} = \lim_{a, Q_0 \rightarrow \infty} \left(\frac{H}{L \left[\ln \left(\frac{Q_0}{aL + Q_0} \right) - 1 \right]} \right), \quad (11)$$

Из анализа выражения (10) следует, что при увеличении коэффициента a уклон в точке $x = 0$ возрастает, а при увеличении Q_0 уклон уменьшается и стремится к величине $(-h/L)$. Из анализа выражения (11) вытекает, что при увеличении коэффициента a уклон в точке $x = L$ уменьшается до нуля

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx} \Big|_{x=L} = 0, \quad \text{а} \quad \lim_{Q_0 \rightarrow \infty} \frac{dy}{dx} \Big|_{x=L} = -\frac{h}{L},$$

т. е. при большом начальном расходе воды (Q_0) профиль ближе к прямолинейному, чем при малом, а при $Q_0 \rightarrow \infty$ профиль стремится к прямой линии.

Рассмотренная простейшая задача может иметь и практическое значение. Так, для произвольных створов рек часто отмечается неплохая линейная зависимость между среднемноголетними значениями твердого расхода и уклона. Линейность нарастания жидкого расхода по руслу может быть обоснована следующим образом. Р. А. Нежиховский [10] указывает, что нарастание площади водосбора по длине потока выражается степенной зависимостью ($F(x) = K_F x^m$; $1,3 < m < 2,2$), которая в средней части

русла близка к линейной. Далее, поскольку расход воды линейно зависит от площади водосбора, можно считать, что на этом отрезке русла он также приблизительно линейно зависит от x . Введем теперь в выражение (5) показатель сопротивляемости пород размыву (эрозионную прочность) $r = k/K$, где $k = \text{const}$. Тогда удельный твердый расход наносов при $\gamma = \beta = 1$ равен $q = -\frac{kQ}{r} \cdot \frac{dy}{dx}$. Предположим, что профиль русла имеет протяженность L по горизонтали и его коренное ложе находится на двух участках, образованных породами различной прочности; граница их имеет координату $x = l_0$ ($0 < l_0 < l$). Допустим также, что в точке $x = l$ впадает приток, в результате чего жидкий расход изменяется дискретным образом. В таком случае задача определения устойчивого продольного профиля реки при кусочно-постоянных жидком расходе и эрозионной прочности примет следующий вид [13]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dx} \left(\frac{kQ}{r} \cdot \frac{dy}{dx} \right) = 0, & y(0) = H, & y(L) = 0, \\ Q = Q_1 = \text{const}, & 0 \leq x \leq l, & Q = Q_2 = \text{const}, & l \leq x \leq L, & Q_2 > Q_1, \\ \lim_{x \rightarrow l-0} y(x) = \lim_{x \rightarrow l+0} y(x), \\ r = r_1 = \text{const}, & 0 \leq x \leq l_0, & r = r_2 = \text{const}, & l_0 \leq x \leq L, \\ \lim_{x \rightarrow l_0-x} y(x) = \lim_{x \rightarrow l_0+0} y(x), & 0 \leq l_0 \leq l. \end{cases} \quad (12)$$

Предельные выражения есть условия сопряженности в точках $x = l_0$, $x = l$ (условия непрерывности кривой профиля в этих точках). Решение задачи (12) получим в виде системы кусочно-линейных уравнений профиля:

$$\begin{cases} y(x) = \frac{r_1 H Q_2 x}{Q_1 r_2 (l-L) + Q_2 r_2 (l_0-l) - Q_2 l_0 r_1} + H, & 0 \leq x \leq l_0, \\ y(x) = \frac{r_2 H Q_2 (x-l_0) + r_1 H Q_2 l_0}{Q_1 r_2 (l-L) + Q_2 r_2 (l_0-l) - Q_2 l_0 r_1} + H, & l_0 \leq x \leq l, \\ y(x) = \frac{r_2 H Q_1 (x-L)}{Q_1 r_2 (l-L) + Q_2 r_2 (l_0-l) - Q_2 l_0 r_1}, & l \leq x \leq L. \end{cases} \quad (13)$$

Как и следовало ожидать, в точке впадения притока и на границе участков различной прочности возникают изломы в продольном профиле. На такую ситуацию в природе указывает, например, Н. И. Маккавеев [14].

При построении ломанного профиля (13) достаточно знать соотношение между прочностями $r_2 = w r_1$, тогда их абсолютные значения не будут фигурировать в выражении (13). Чем больше w ($w > 1$) при одинаковых Q_1 и Q_2 , тем профиль на отрезке $[l_0, l]$ круче профиля на отрезке $[0, l_0]$, и наоборот. В природе довольно отчетливо прослеживается данная закономерность: наиболее крутые порожистые участки русел приурочены к выходам на поверхность кристаллических пород, а русло, выработанное в рыхлых породах, имеет обычно незначительный уклон. Задача принципиально не усложняется и при большем количестве участков, сложенных породами различной устойчивости, и притоков.

Рассмотрим случай, когда продольный профиль формируется в условиях чередования горизонтальных слоев пород различной прочности при постоянном жидком расходе вдоль русла. Задача ставится следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{1}{r_1} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = 0, & h \leq y \leq H, & y(0) = H, \\ \frac{1}{r_2} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = 0, & 0 \leq y \leq h, & y(L) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

В точке $y = h$ требуется непрерывность обратной функции $x = \varphi^{-1}(y)$ для устойчивого профиля $y = \varphi(x)$. Решение задачи (14) при этом условии

получим в виде

$$\begin{cases} y(x) = -\left(\frac{h r_1}{L r_2} + \frac{H-h}{L} \right) x + H, & h \leq y \leq H, \\ y(x) = -\left[\frac{h}{L} - \frac{r_2}{r_1 L} (H-h) \right] (x-L), & 0 \leq y \leq h. \end{cases} \quad (15)$$

Точка излома продольного профиля определяется выражением

$$x_0 = w(H-h)L / [h + w(H-h)], \quad r_2/r_1 = w, \quad (16)$$

а относительная прочность w соответственно

$$w = x_0 h / [(H-h)(L-x_0)]. \quad (17)$$

Из выражения (16) следует, что, чем устойчивее нижний слой по сравнению с верхним ($w > 1$), тем больше x_0 , т. е. дальше от истока реки находится точка излома профиля, лежащая на границе пород различной прочности.

Дальнейшие исследования могут идти по пути учета речной структуры (сети притоков) и тектоники, т. е. моделирования устойчивого состояния речной системы в целом, что удобно делать в рамках рассматриваемого подхода.

Казанский государственный университет

Поступила в редакцию
3 мая 1983 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карасев И. Ф. Русловые процессы при переброске стока. Л.: Гидрометеоназдат, 1970. 267 с.
2. Великанов М. А. Русловой процесс. М.: Физматгиз, 1958. 395 с.
3. Боголюбова И. В., Караушев А. В. Вопросы формирования и развития оврагов.— Труды ГГИ, 1979, вып. 267, с. 5—25.
4. Караушев А. В. Общие и некоторые частные вопросы теории русловых процессов и склоновой эрозии.— Труды ГГИ, 1972, вып. 19, с. 5—22.
5. Девдарвани А. С. Математический анализ в геоморфологии. М.: Недра, 1967. 155 с.
6. Culling W. E. H. Analytical theory of erosion.— J. Geol., 1960, v. 68, N 3, p. 336—344.
7. Трофимов А. М., Московкин В. М. Моделирование устойчивой системы река — канал.— Геогр. и природ. ресурсы, 1982, № 4, с. 101—107.
8. Гринянин К. В. Расход русловых наносов в реках с песчаным дном.— В кн.: Русловые процессы и методы их моделирования. Л.: Энергия, 1977. 167 с.
9. Алтуний С. Г. Регулирование русел. М.: Сельхозгиз, 1962. 180 с.
10. Нежиховский Р. А. Русловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды. Л.: Гидрометеоназдат, 1971. 476 с.
11. Казанский Б. А. К анализу продольных профилей рек с позиции вариационных принципов физики (на примере рек Приуралья и Приморья).— В кн.: Структурно-геоморфологические исследования в Сибири и на Дальнем Востоке. М.: Наука, 1975, с. 18—25.
12. Бутаков Г. П. Анализ продольных профилей рек в наледгеоморфологических целях.— В кн.: Продольный профиль рек и их террасы. М., 1978, с. 59—66.
13. Трофимов А. М., Московкин В. М. Оценка роли структур, литологии и изменения расходов воды в формировании продольных профилей русел водотоков.— В кн.: Основные направления развития геоморфологической теории. Новосибирск, 1982, с. 143—145.
14. Маккавеев Н. И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. М., 1955. 346 с.