

УДК 621.391.15

## ТЕХНОЛОГИЯ СКРЫТНОГО КОДИРОВАНИЯ ГЕОДАНЫХ В СНИМКАХ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

### TECHNOLOGY COVERT ENCODING OF GEODATA IN THE IMAGES OF THE EARTH'S SURFACE

**Е.Г. Жилияков, Т.Н. Балабанова, Е.С. Лихогодина, П.Г. Лихолоб**  
**E.G. Zhilyakov, T.N. Balabanova, E.S. Likhogodina, P.G. Likholob**

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет,  
Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85*

*Belgorod State National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia*

*e-mail: zhilyakov@bsu.edu.ru, sozonova@bsu.edu.ru, 732253@bsu.edu.ru, likholob@bsu.edu.ru*

**Аннотация.** В данной статье рассматривается возможность внедрения геоданных в снимки земной поверхности при помощи методов стеганографии. Рассмотрен стеганографический модифицированный метод Коха–Жао, а также предложен субполосный метод кодирования информации, позволяющий помещать геоданные в изображение с внесением меньшего числа искажений.

**Resume.** This article presents the possibility of implementing a geodata in images of the earth surface using the methods of steganography. Considered steganographic modified method of Koch–Zhao and proposed a subband method that allows you to put geodata in the image introducing fewer distortions.

**Ключевые слова:** геоданные, стеганография, метод Коха–Жао, субполосный метод.

**Keywords:** geodata, steganography, Koch–Zhao method, subband method.

Значительную роль в современной картографии играют изображения, полученные с искусственных спутников Земли или с помощью аэросъемки. Все чаще их применяют для поиска оптимального маршрута, анализа состояния объектов и их идентификации. В настоящее время использование снимков земной поверхности характерно для различных сфер жизнедеятельности человека: природопользование, сельское хозяйство, экологическая безопасность, земельный кадастр, навигация, моделирование, картография, мониторинг, энергетика и т.п. Изображения, полученные с помощью космической и аэросъемки, для проведения анализа добавляют в базы данных, сопоставляя их с геоинформацией. Под геоданными понимается информация о географическом положении и состоянии пространственных объектов, а также об изменениях в их состоянии.

Существующие технологии хранения геоданных используют базы данных и соответствующие им изображения, что заметно увеличивает трафик для мобильных устройств при использовании геоданных. Таким образом, представляется целесообразным хранить информацию об изображении (геоданные) в самом изображении, используя скрытное кодирование, не вносящее видимых пользователю искажений и не влияющее на системы автоматической идентификации. Методы, позволяющие осуществить скрытное кодирование, принято называть стеганографическими [1].

На рисунках 1 и 2 предложены схемы кодирования и декодирования геоданных в изображении.

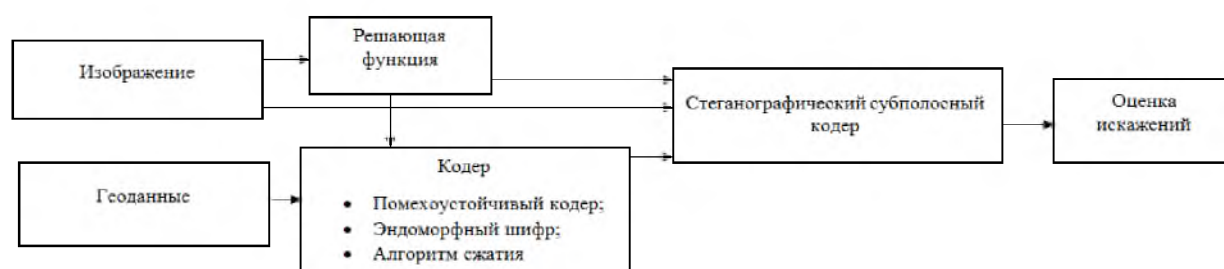


Рис. 1. Схема кодирования информации  
 Fig. 1. The scheme of encoding information



Рис. 2. Схема декодирования информации  
Fig. 2. The scheme of decoding information

Для скрывающего кодирования информации в изображении в работе будет использовано матричное представление, модель которого приведена ниже.

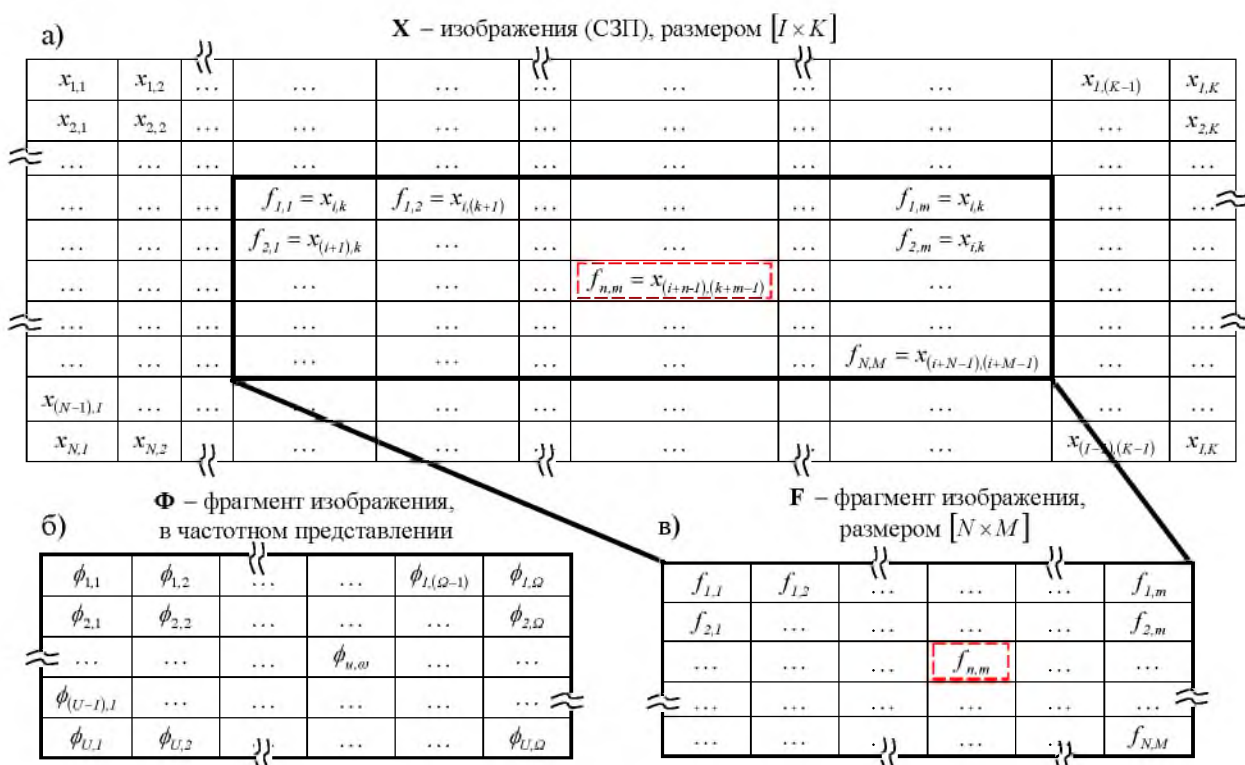


Рис. 3. Модель матричного представления изображения: а) изображение; б) фрагмент изображения в частотном представлении; в) фрагмент изображения размером  $[N \times M]$

Fig. 3. Matrix representation of image: a) image; b) the fragment of image in frequency representation; c) the fragment of image size  $[N \times M]$

Рисунок 3а – это представленный в цифровой форме результат регистрации энергии от зрительного образа объекта или явления, хранимый, передаваемый или используемый для дальнейшего воспроизведения в виде пикселей. Под пикселем будем понимать наименьший зарегистрированный неделимый элемент изображения в пространственной области, являющейся количественной оценкой энергии в регистрируемой частотной полосе.

В практике цифровой обработки изображений известны методы, в основе которых лежит не само изображение, а его дискретно-косинусное преобразование (ДКП). Известно [2] прямое дискретное косинусное преобразование и обратное дискретное косинусное преобразование.

Прямое ДКП:

$$\Phi = D \cdot F \cdot D^T \tag{1}$$

где  $F$  – блок изображения размера  $[N \times M]$ , со значениями пикселей  $f_{n,m}$ ;

$\Phi$  – блок коэффициентов ДКП;

размера  $[U \times \Omega]$ , со значениями  $\phi_{u,\omega}$ ;



$\mathbf{D}$  – матрица ДКП,  $\mathbf{D} = \{d_{u,\omega}\}$ ,

$u = 1, 2, \dots, U$   $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .

Обратное ДКП:

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{D}^T \cdot \Phi \cdot \mathbf{D}, \quad (2)$$

где  $\hat{\mathbf{F}}$  – блок изображения, восстановленного из частотных коэффициентов ДКП.

Матрица  $\mathbf{D}$ , хранит набор функций косинуса в дискретном виде, которые необходимы для осуществления ортогонального преобразования изображения  $\mathbf{F}$  (1) и (2) в ДКП – ФИ.

$$d(u, \omega) = \frac{1}{\sqrt{N \times M}} C(u) C(\omega) \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \cos \left[ \frac{\pi(2n+1)u}{2N} \right] \cos \left[ \frac{\pi(2m+1)\omega}{2M} \right], \quad (3)$$

где  $u, \omega$  – шаг дискретной частоты  $u = 1, 2, \dots, U$   $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ ;

$C(l)$  – коэффициенты:

$$C(l) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}, & l = 1 \\ 1, & l > 1 \end{cases}, \quad l \text{ соответствует } u \text{ или } \omega. \quad (4)$$

Этот математический аппарат положен в основу метода стеганографии Коха–Жао. Суть метода состоит в кодировании бита информации путем замены действительных значений величин коэффициентов ДКП, выбираемых после предварительного анализа частотной области изображения. Предварительный анализ позволяет выбрать частотные координаты по заранее известному решающему правилу. Кодирование и декодирование осуществляется в коэффициентах ДКП.

Алгоритм кодирования:

1. Изображение, представленное в цифровом виде, разбить на блоки  $\mathbf{F} [N \times M]$  пикселей.
2. Представить геоданные в виде символов  $e_w \in \{1, -1\}$ .
3. Задать размер частотных областей ДКП  $[U \times \Omega]$ .
4. Рассчитать матрицу ДКП  $\mathbf{D}$ .
5. Найти коэффициенты ДКП:  $\Phi = \{\phi_{u,\omega}\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, U$ ,  $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .
6. Согласно решающему правилу выбрать номера коэффициентов ДКП:  $u \in U$ ,  $\omega \in \Omega$ .
7. Согласно кодируемому символу  $e_w$  осуществить кодирование.
8. Осуществить обратное ДКП,  $\hat{\Phi} = \{\hat{\phi}_{u,\omega}\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, U$ ,  $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .

Алгоритм декодирования:

1. Изображение, представленное в цифровом виде, разбить на блоки  $\hat{\mathbf{F}} [N \times M]$  пикселей.
2. Задать размер частотных областей ДКП  $[U \times \Omega]$ .
4. Рассчитать матрицу ДКП  $\mathbf{D}$ .
5. Найти коэффициенты ДКП:  $\hat{\Phi} = \{\hat{\phi}_{u,\omega}\}$ ,  $u = 1, 2, \dots, U$ ,  $\omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .
6. Согласно решающему правилу выбрать номера коэффициентов ДКП:  $u \in U$ ,  $\omega \in \Omega$ .
7. Декодировать символ геоданных  $e_w$ .

На рисунке 4 представлена известная частотная модель изображения, в которой осуществлено разделение матрицы коэффициентов ДКП на частотные области. Так, самые низкие частоты расположены в левом верхнем углу изображения, а самые высокие – в правом нижнем. Известно, что наиболее эффективным является кодирование информации в области средних частот, так как низкие частоты содержат наибольшую часть энергии изображения, а высокие – наиболее подвержены искажениям, вносимым каналом связи и больше поддаются влиянию при обработке.

Оценка искажений, вносимых в изображение после скрытного кодирования, определялась по формуле корреляции (5), оценивающей меру близости между исходным фрагментом изображения и фрагментом со скрытно закодированной информацией.

$$\rho = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left( F_{n,m} - \frac{1}{N \cdot M} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M F_{n,m} \right) \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left( \hat{F}_{n,m} - \frac{1}{N \cdot M} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \hat{F}_{n,m} \right)}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left( F_{n,m} - \frac{1}{N \cdot M} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M F_{n,m} \right)^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \left( \hat{F}_{n,m} - \frac{1}{N \cdot M} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \hat{F}_{n,m} \right)^2}} \quad (5)$$

где  $F_{n,m}$  – пиксель исходного фрагмента изображения  $\mathbf{F}$ ;

$\hat{F}_{n,m}$  – пиксель исходного фрагмента изображения  $\hat{\mathbf{F}}$ ;



$\rho$  - степень корреляции между изображением  $F$  и изображением  $\hat{F}$ .

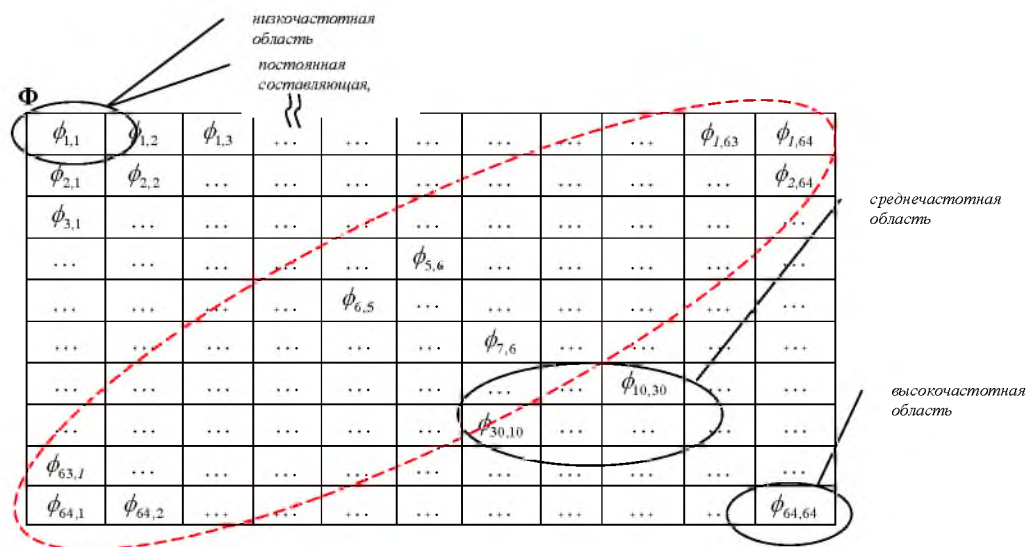


Рис. 4. Частотная модель изображения  
Fig. 4. Frequency model image

Результат расчетов представлен в таблице 1. Основным недостатком метода, и в целом методов использующих для кодирования частотную область, является использование при ДКП всех пикселей изображения, что не позволяет выполнять пространственную избирательность. Как можно увидеть на рисунке 5, при изменении коэффициентов, расположенных в низкочастотной области, и при повышении частоты кодирования (рис. 5 в-д) в изображении появляются значительные искажения, такие, как пятна и рябь. Так как коэффициент (1;1) содержит в себе информацию о постоянной составляющей сигнала, при его изменении изображение полностью затеняется (рис. 5 б). Эта особенность связана с распределением энергии в изображении.

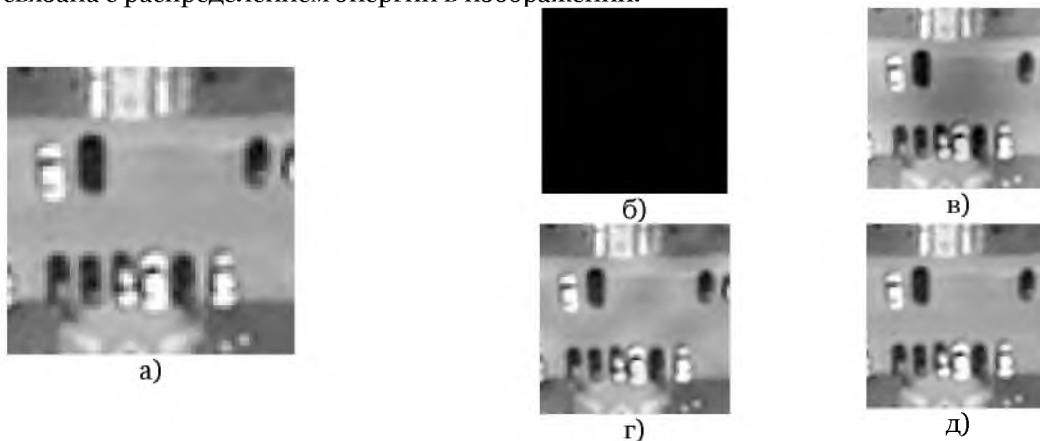


Рис. 5. Фрагмент изображения: а) исходного; б) при инвертировании коэффициентов ДКП с координатами (1,1); в) при инвертировании коэффициентов ДКП с координатами (3,1); г) при инвертировании коэффициентов ДКП с координатами (6,7); д) при инвертировании коэффициентов ДКП с координатами (45,46)  
Fig. 5. The fragment of image: a) input; b) by inverting the DCT coefficients with coordinates (1,1); c) by inverting the DCT coefficients with coordinates (3,1); d) by inverting the DCT coefficients with coordinates (6,7); e) by inverting the DCT coefficients with coordinates (45,46)

В процессе проведенных предварительных исследований было отмечено, что информация, закодированная в ВЧ- и СЧ-областях, менее стойкая к внешним воздействиям по сравнению с информацией, закодированной в НЧ-области. Но как видно из табл. 1 и показанного ранее рис. 5 б, в, г, искажения в ВЧ- и СЧ-областях существенны. Следовательно, необходимо разработать более избирательный метод скрытного кодирования, в котором все преобразования и анализ будут происходить в пространственной области с наименьшими потерями.

Таблица 1  
Table 1

**Оценка искажений, вызываемых внедрением информации  
при помощи метода Коха–Жао**  
**Evaluation of the distortion caused by embedding the information using the Koch–Zhao**

Частотная область	№ эксперимента	Коэффициенты		Корреляция, $\rho$
		$u$	$\omega$	
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
НЧ	1	1	2	0.9864
		2	1	
НЧ	2	1	1	$\infty$
		2	2	
НЧ	3	1	3	0.8072
		3	1	
НЧ	4	5	6	0.9699
		6	5	
НЧ	5	6	5	0.9865
		7	6	
НЧ	7	9	10	0.9978
		10	9	
СЧ	6	25	12	0.9981
		26	13	
СЧ	8	10	30	0.9998
		30	10	
СЧ	9	37	38	0.9999
		38	37	
ВЧ	10	45	46	близко к 1
		46	45	
ВЧ	11	62	63	близко к 1
		63	62	

Математической основой предложенного метода является субполосное преобразование [3, 4].

Прямое субполосное преобразование производится с помощью получения субполосной проекции (6), при этом ядро субполосной матрицы имеет вид (7). Обратное преобразование происходит путем построчного скалярного произведения транспонированной матрицы собственных векторов на матрицу субполосной проекции (8).

Прямое субполосное преобразование (получение субполосных проекций):

$$A_r = \langle \mathbf{Q}_r, \mathbf{F} \rangle, \quad r = 1, 2, 3, \dots, R \quad (6)$$

где  $\mathbf{F}$  – блок изображения размера  $[N \times M]$  со значениями пикселей  $f_{n,m}$ ;

$A_r$  – вектор-матрица, содержащая значения субполосных проекций,  $A_r = \{\alpha_{r,\omega}\}$ ;

$\mathbf{Q}_r$  – матрица, в строках которой расположены собственные вектора субполосной матрицы [4, 5].

Ядро субполосной матрицы  $\mathbf{B}_r$  имеет вид:

$$\mathbf{B}_r = 2 \frac{\sin \left[ \frac{v_{2r} - v_{1r}}{2} (u - \omega) \right]}{\pi(u - \omega)} \cos \left[ \frac{v_{2r} + v_{1r}}{2} (u - \omega) \right] \quad (7)$$

где  $u, \omega$  – шаг дискретной частоты  $u = 1, 2, \dots, U, \omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .

$$\mathbf{L}_r \mathbf{Q}_r = \mathbf{B}_r \mathbf{Q}_r,$$

где  $\mathbf{L}_r$  – матрица собственных чисел.

Обратное субполосное преобразование:

$$\hat{\mathbf{F}} = \sum_{r=1}^R \langle (\mathbf{Q}_r)^T, A_r \rangle, \quad (8)$$

где  $\hat{\mathbf{F}}$  – блок изображения, восстановленного из значений субполосных проекций.

$( )^T$  – операция транспонирования;

$\langle \rangle$  – построчное скалярное произведение.



На рис. 6 предлагается модель изображения в субполосной области, приведенная для одной строчки изображения. Для уменьшения просачивания в соседние частотные области собственные числа субполосной матрицы целесообразно подбирать таким образом, чтобы они были близки к единице. Поэтому для изображения, приведенного ранее, и осуществления кодирования в одной строке, частотная полоса разбивалась на  $R=12$  частотных интервалов, при этом первые два числа были близки к единице, соответственно кодирование осуществлялось в соответствующих им проекциях.

Строка  $n$  изображения  $\Phi [N \times M]$  может быть представлена  $\alpha [N \times R]$  проекциями

	Первая частотная полоса $r = 1$	Вторая частотная полоса $r = 2$	...	...	Последняя частотная полоса $r = R$
	постоянная сост.	НЧ	...	СЧ	ВЧ
$j = 1$	$\alpha_{1,1}$	$\alpha_{2,1}$	...	...	$\alpha_{1,N}$
$j = 2$	$\alpha_{1,2}$	$\alpha_{2,2}$	...	...	$\alpha_{2,N}$
...	...	...	...	...	...
$j = n$	...	...	...	$\alpha_{r,j}$	$\alpha_{r,N}$
...	...	...	...	...	...
$j = N$	$\alpha_{1,N}$	$\phi_{2,N}$	...	...	$\alpha_{R,N}$

Рис. 6. Модель изображения в частотной области  
Fig. 6. Model of image in frequency domain

Субполосный метод скрытного кодирования геоданных в изображении осуществляется в пространственной области изображения без перехода частотную (9), но при этом ряд решающих правил позволяет выбрать частотную полосу для кодирования, степень просачивания в соседние полосы, величину вносимых искажений, а также определить стойкость геоданных к искажениям (к примеру, шуму).

Декодирование осуществляется так же в пространственной области.

Стоит отметить, что предложенный способ субполосного кодирования позволяет восстановить исходные значения пикселей, зная только решающие правила, по которым осуществлялось кодирование. Разница в энергии между восстановленным и исходным изображением, согласно данным эксперимента, составляет  $10^{(-16)}$ .

Алгоритм кодирования:

1. Изображение, представленное в цифровом виде, разбить на блоки  $\mathbf{F} [N \times M]$  пикселей.
2. Представить геоданные в виде символов  $e_w \in \{1, -1\}$ .
3. Выбрать количество частотных областей  $R$ .
4. Рассчитать субполосную матрицу  $L_r \mathbf{Q}_r = \mathbf{B}_r \mathbf{Q}_r$ .
5. Найти разложение субполосной матрицы  $\mathbf{B}_r$  на собственные вектора  $\mathbf{Q}_r = \{\vec{q}_\omega\}$  и собственные числа  $L_r, r = 2, 3, \dots, R, \omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .
6. Найти проекции строки:  $A_r = \langle \mathbf{Q}_r, \mathbf{F} \rangle, A_r = \{\alpha_{r,\omega}\} r = 2, 3, \dots, R, \omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .
7. Согласно ряду решающих правил выбрать субполосные проекции:  $\alpha_{r,\omega}$ .
8. Согласно кодируемому символу  $e_w$  осуществить кодирование:

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{F} + K \cdot e_w \cdot |\alpha_{r,\omega}| \cdot \vec{q}_{r,\omega} \tag{9}$$

Алгоритм декодирования:

1. Изображение, представленное в цифровом виде, разбить на блоки  $\mathbf{F} [N \times M]$  пикселей.
2. Представить геоданные в виде символов  $e_w \in \{1, -1\}$ .
3. Выбрать количество частотных областей  $R$  (необходимо совпадение с кодером).
4. Рассчитать субполосную матрицу  $L_r \mathbf{Q}_r = \mathbf{B}_r \mathbf{Q}_r$ .
5. Найти разложение субполосной матрицы  $\mathbf{B}_r$  на собственные вектора  $\mathbf{Q}_r = \{\vec{q}_\omega\}$  и собственные числа  $L_r, r = 2, 3, \dots, R, \omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .
6. Найти проекции:  $A_r = \langle \mathbf{Q}_r, \mathbf{F} \rangle, A_r = \{\alpha_{r,\omega}\} r = 2, 3, \dots, R, \omega = 1, 2, \dots, \Omega$ .
7. Согласно ряду решающих правил выбрать субполосные проекции:  $\alpha_{r,\omega}$ .



8. Осуществить декодирование,  $\hat{e}_w$ .

Предложенный алгоритм позволяет производить адаптивное субполосное кодирование в задаваемой частотно-пространственной области. Стоит отметить, что для кодирования информации использовано одномерное разложение. Стоит отметить, что скрытное кодирование осуществлялось во всех строчках, следовательно, пропускная способность метода выше, не менее чем в 64 раза по сравнению с методом Коха–Жао.

На рисунке 7 и в таблице 2 приведены результаты вычислительного эксперимента для стеганографического кодирования информации в изображении методом субполосных проекций. Несложно заметить, что искажения проявляются в виде «ряби» (пространственного гармонического сигнала). Искажения в виде ряби менее заметны на фрагментах, имеющих одинаковую интенсивность, в случае смены интенсивности рябь усиливается (рисунок 7 в, г), а корреляция уменьшается. Для минимизации этих искажений необходима разработка дополнительного решающего правила, которое может осуществить избирательность в пространственной области.

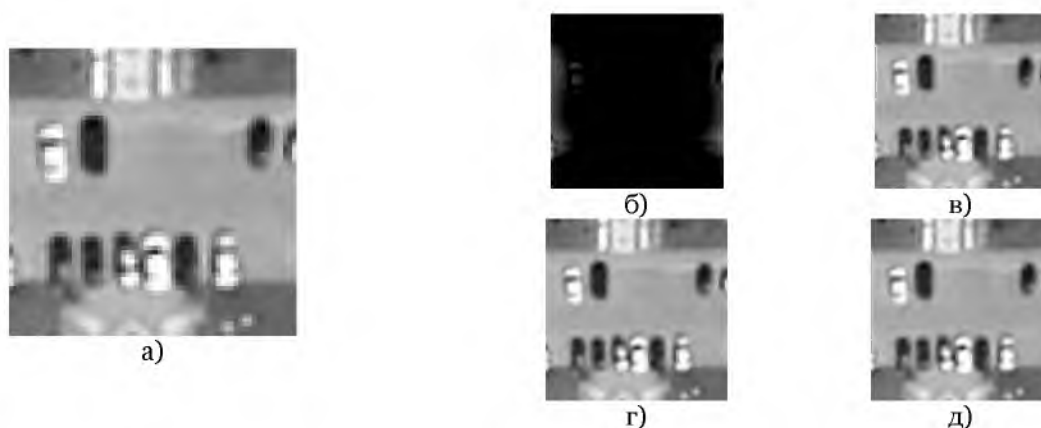


Рис. 7. Фрагмент изображения: а) исходного; б) при инвертировании коэффициентов ДКП координатами (1,1) – низкочастотная область; в) при инвертировании коэффициентов ДКП координатами (10,1) – высокочастотная область; г) при инвертировании коэффициентов ДКП координатами (2,1) – низкочастотная область; д) при инвертировании коэффициентов ДКП координатами (4,1) – среднечастотная область

Fig. 7. The fragment of image: a) input; b) by inverting the DCT coefficients with coordinates (1,1) – low frequency domain; c) by inverting the DCT coefficients with coordinates (10,1) – high frequency domain; d) by inverting the DCT coefficients with coordinates (2,1) – low frequency domain; e) by inverting the DCT coefficients with coordinates (4,1) – mid-frequency domain

В таблице 2 представлены результаты эксперимента для метода субполосных проекций. При кодировании того же фрагмента изображения искажения во всех частотных областях становятся значительно меньше и, следовательно, корреляция возрастает.

Таблица 2  
Table 2

**Оценка искажений, вызываемых внедрением информации при помощи метода субполосных проекций**  
**Evaluation of the distortion caused by embedding the information using the method of subband projections**

Частотная область	№ эксперимента	Коэффициенты		Корреляция, $\rho$
		i	j	
1	2	3	4	5
НЧ	1	1	1	0.9164
НЧ	2	1	2	0.9999
СЧ	3	4	1	0.9989
СЧ	4	4	5	0.9987
СЧ	5	4	10	близко к 1
СЧ	7	4	30	0.9999
СЧ	6	6	15	близко к 1
СЧ	8	6	30	близко к 1
СЧ	9	6	50	0.9999
ВЧ	10	11	50	близко к 1
ВЧ	11	12	60	близко к 1



Таким образом, предложенный метод стеганографической обработки цифровых изображений позволяет осуществить кодирование геоданных непосредственно в изображении без заметного ухудшения его визуального качества.

Достоинством предложенного метода по сравнению с существующими, является увеличенная пропускная способность при использовании фрагментов больше 64 пикселей, меньшая степень искажений, возможность избирательности в пространственной и частотной областях, заложенных в математическую модель. Это достигается за счет математического аппарата [6] и предложенного способа кодирования.

**Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-07-01570 (Субполосная скрытная интеграция/извлечение дополнительной информации в аудио- или видео- контентях).**

### Список литературы References

1. Mauro Barni. A DCT-domain system for robust image watermarking / Mauro Barni, Franco Bartolini, Vito Cappellini, Alessandro Piva//Signal Processing 1998, 66(3):357–372.  
Mauro Barni. A DCT-domain system for robust image watermarking / Mauro Barni, Franco Bartolini, Vito Cappellini, Alessandro Piva//Signal Processing 1998, 66(3):357–372.
2. Barni M. Capacity of the watermark-channel: how many bits can be hidden within a digital image? / Barni M, Bartolini F, De Rosa A, Piva A// Security and Watermarking of Multimedia Contents, January 1999, San Jose, Calif, USA, Proceedings of SPIE, p. 437–448.  
Barni M. Capacity of the watermark-channel: how many bits can be hidden within a digital image? / Barni M, Bartolini F, De Rosa A, Piva A// Security and Watermarking of Multimedia Contents, January 1999, San Jose, Calif, USA, Proceedings of SPIE, p. 437–448.
3. Жилияков, Е.Г. Вариационные методы анализа сигналов на основе частотных представлений / Е.Г. Жилияков, С.П. Белов, А.А. Черноморец// Вопросы радиоэлектроники, сер. ЭВТ, вып.1. – Москва: Изд-во ОАО «ЦНИИ «Электроника», 2010. – С. 10–26.  
Zhilyakov E.G. Variatsionnye metody analiza signalov na osnove chastotnyh predstavlenij /E.G. Zhilyakov, S.P. Belov, A.A. Chernomorets// Voprosy radioelektroniki, ser. EVT, v.1. – Moskva. Izd-vo ОАО «Elektronika», 2010. – S. 10–26.
4. Жилияков, Е.Г. Вариационные методы синтеза сигналов на основе частотных представлений / Е.Г. Жилияков, С.П. Белов, А.А. Черноморец// Вопросы радиоэлектроники, сер. ЭВТ, вып.1. – Москва: Изд-во ОАО «ЦНИИ «Электроника», 2010. – С. 5–10.  
Zhilyakov E.G. Variatsionnye metody sinteza signalov na osnove chastotnyh predstavlenij /E.G. Zhilyakov, S.P. Belov, A.A. Chernomorets// Voprosy radioelektroniki, ser. EVT, v.1. – Moskva. Izd-vo ОАО «Elektronika», 2010. – S. 5–10.
5. Жилияков, Е.Г. О субполосных свойствах изображений / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец, А.С. Белов, Е.В. Болгова // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2013. – №8(151). – вып.26/1. – С. 175–182.  
Zhilyakov E.G. O subpolosnich svoistvach izobrazhenij / E.G. Zhilyakov, S.P. Belov, A.A. Chernomorets, E.V. Bolgova// Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2013. – №8 (151). – V.26/1. – S. 175–182.
6. Е.Г. Жилияков. О разложении изображений по собственным векторам субполосных матриц / Е.Г. Жилияков, А. Черноморец, Е.В. Болгова// Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. – 2014. – №15(186). – вып.31/1. – С. 185–189.  
Zhilyakov E.G. O razlozhenii izobrazhenij po sobstvennym vectoram subpolosnykh matrits / E.G. Zhilyakov, A.A. Chernomorets, E.V. Bolgova// Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2014. – №15(186). – V.31/1. – S. 185–189.
7. Е.Г. Жилияков. Исследование устойчивости стеганографии в изображениях / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец, Е.В. Болгова, Н.Н.Гахова// Научные ведомости БелГУ. Серия История. Политология. Экономика. Информатика. – 2014. – №1(172). – вып.29/1. – С. 168–174.  
Zhilyakov E.G. Issledovanie ustoychivosty steganographii v izobrazheniyach / E.G. Zhilyakov, A.A. Chernomorets, E.V. Bolgova, N.N. Gachova// Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2014. – №1 (172). – V.29/1. – S. 168–174.
8. Е.Г. Жилияков. Субполосный метод скрытного внедрения информации в изображения / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец// Научные ведомости БелГУ. Серия История. Политология. Экономика. Информатика. – 2012. – №13(132). – вып.23/1. – С. 216–221.  
Zhilyakov E.G. Subpolosny metod skrytnogo vnedreniya informatsii v izobrazheniya / E.G. Zhilyakov, A.A. Chernomorets// Nauchnye vedomosti BelGU. Ser. Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. – 2012. – No 13 (132). – V.23/1. – S. 216–221.