



# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 574.472:574.24:303.732.4:536.71

## ПОСТРОЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЙ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СОБЫТИЙНОЙ ОЦЕНКИ ИНДИКАТИВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

### THE EQUATIONS OF CONDITIONS OF COMPLEX SYSTEMS ON THE INDICATIV INDICATORS EVENT ASSESMENT BASIS

**Г.В. Аверин, А.В. Звягинцева**  
**G.V. Averin, A.V. Zviagintseva**

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет,  
Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85*

*Belgorod State National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia*

*e-mail: averin@bsu.edu.ru; zviagintseva@bsu.edu.ru*

*Аннотация.* Предложено оценку сложной биологической системы в пространстве видов животных основывать на учете совокупности показателей, характеризующих сходство/различие между видами. В качестве примера использована информация из базы данных позвоночных животных AnAge Database. Показано, что на основе достаточного объема опытных данных и применения методов событийной оценки могут быть найдены уравнения состояний видов животных в виде функций распределения вероятностей значимых событий. Сформулированы принципы построения уравнений состояний, определяющих взаимосвязь биологических показателей, и найдены такие уравнения для позвоночных животных. Получены феноменологические соотношения для двух и трех физиологических показателей видов, позволяющие предложить комплексную меру сходства/различия видов, основанную на континуальных представлениях о непрерывном пространстве состояний видов и учете групповых особенностей распределения видов в данном пространстве. Полученные результаты позволяют подойти к анализу количественных закономерностей процессов эволюции, исходя из изучения среднестатистических особенностей эволюции таксонов по комплексу показателей. Все это говорит о возможности создания методов анализа эволюционных процессов по логике построения близких к естественнонаучным методам, применяемым в термодинамике и физике сплошных сред.

*Resume.* It is offered to base the assessment of complex biological systems in space of animal species on indicators set accounting which characterizing similarity/distinction between types. As the example, data from the vertebrate animals database AnAge Database are used. It is shown that on the sufficient volume of the experimental data basis and the event assessment methods application the equations of animal species conditions in the significant events probabilities distribution functions form can be found. The states equations creation principles of the biological indicators defining interrelation are formulated and such equations for vertebrate animals are found. The phenomenological ratios for two and three physiological indicators of types allowing to propose the complex-valued similarity/distinction types measure based on the continuous state space of types continual ideas and types distribution group features accounting in this space are received. The results allow to approach to analysis of the evolution processes quantitative patterns, proceeding from features of taxons evolution studying on the indicators complex. All this speaks about the possibility of creation the evolutionary processes analysis methods which will be logically according to the natural-science methods applied in thermodynamics and continuous mediums physics.

*Ключевые слова:* виды животных, вероятностные модели, биологические показатели видов, уравнения состояний, комплексные индексы разнообразия.

*Keywords:* animal species, probabilistic models, biological indicators of types, states equations, variety complex indexes.

## Введение

Одна из основных проблем современной науки связана с применением при исследованиях биологических, экологических и общественных процессов и явлений естественнонаучных методов, использующих феноменологические подходы анализа и описания фактических данных. Известно, что фундаментальным принципом естествознания является принятие гипотез о возможности построения уравнений состояний для различных систем и объектов физико-химической природы.



Считается, что подобная система в любой момент времени находится в определенном состоянии. В свою очередь, ее состояние однозначно определяется значениями параметров, характеризующими основные свойства системы. Эти основополагающие идеи отражают естественнонаучные представления о сложных системах, модели которых могут быть описаны математическими методами. Сегодня достаточно актуальным является ответ на вопрос о возможности построения уравнений состояний для биологических и социальных систем. Так, в прогрессивной эволюции животных используются различные уравнения состояний, например, в виде самых разнообразных аллометрических соотношений [Зотин, 1999]. Однако точность таких зависимостей пока является недостаточной для получения надежных феноменологических выводов, позволяющих характеризовать процессы эволюции. Одна из основных причин этого связана с отсутствием достаточного объема структурированных и достоверных данных наблюдений о морфологических и физиологических показателях биологических организмов. Однако, несколько лет назад в открытом доступе была выставлена база данных позвоночных животных [AnAge ...], которая представляет собой результат большой работы многих ученых. Нынешняя версия базы включает сведения о 4083 видах позвоночных и охватывает количественные характеристики рыб, амфибий, рептилий, птиц и млекопитающих. В базу внесены данные о максимальной продолжительности жизни, массе тела при рождении и во взрослом состоянии, скорости роста и размножения, времени полового созревания, продолжительности беременности, интенсивности метаболизма, а также некоторые другие характеристики (всего более 25 показателей). Имеется также полная информация о систематике биологических видов позвоночных животных. Подобные базы данных уже позволяют применять апробированные феноменологические методы естествознания для получения новых закономерностей и зависимостей.

Известно, что огромный объем количественных знаний о свойствах и закономерностях поведения различных систем обычно представляется в форме уравнений состояний, где одни параметры систем выражаются через другие. Уравнения состояний строятся чаще всего на базе эмпирических данных. Такого рода уравнения, задаваемые независимо от содержания исследуемой задачи, в принципе должны существовать для любой сложной системы, каковы бы ни были её индивидуальные особенности. Основное условие для существования уравнений – это наличие необходимого для анализа объема опытной информации, которая, в свою очередь, может быть описана зависимостями с необходимой точностью. Факт существования уравнений состояний отражает эмпирический опыт человечества в области изучения систем самой разной природы. Обычно уравнения состояния представляются в виде:

$$f(z_1, z_2, z_3, \dots, z_n) = 0. \quad (1)$$

В данных уравнениях параметры  $z_i$ , характеризующие свойства, совокупностью которых определяется состояние системы или объекта, связаны друг с другом: с изменением одного из них изменяется, по крайней мере, еще одно. Эта взаимосвязь находит выражение в функциональной зависимости вида (1), которая определяет реально наблюдаемые состояния через свойства системы.

Последнее время появилось много работ, где феноменологические подходы естествознания формально переносятся в область биологии, экологии, социологии, экономики и т.д. Этот процесс встречает серьезные идейные и логические трудности, т.к. во многих науках построение математических теорий «буксует» еще на этапах выработки терминов и понятий, а также установления основных закономерностей. Однако процесс конвергенции наук уже идет, т.к. естественнонаучный метод является основным методом построения теорий. При этом получение на основе опытных данных уравнений состояний является одним из главных принципов, позволяющим феноменологически описывать процессы в виде эмпирических зависимостей.

Ответ на вопрос о возможности построения качественных уравнений состояний для биологических, экологических и общественных систем достаточно актуален и его решение может основываться на подходах, общепринятых в области системного анализа. Основная проблема для данных систем заключается в необходимости построения множества уравнений, связывающих между собой различные индикативные показатели с достаточной для проведения исследований точностью. Методология системного анализа основывается на использовании общесистемных закономерностей, наблюдаемых в природе и обществе. Поэтому, попытаемся подойти к решению поставленной задачи, исходя из универсальности статистических закономерностей процессов и явлений. Статистические закономерности лежат у истоков развития практически всех наук, т.к. они присущи процессам самой разной природы. Получение уравнений состояний в виде статистических зависимостей позволяет проводить событийную оценку в многомерном информационном пространстве путем определения вероятности совместных событий наблюдения различных показателей.

Покажем, что на основе использования баз данных, нахождения статистических зависимостей и применения относительно простого математического аппарата, можно сформулировать новые количественные закономерности, свойственные некоторым классам систем живой природы.



### Основные принципы и методы построения уравнений состояний

В данном исследовании под системой будем понимать совокупность взаимосвязанных элементов, находящихся в отношениях и связях между собой и образующих некоторую целостность, единство. Исходя из этого элементами системы живой природы являются биологические объекты. В свою очередь, следуя Р. Уиттекеру [1980], под экологической системой будем понимать сообщество биологических организмов различных видов, совместно проживающих или произрастающих на общей территории и взаимодействующих как между собой, так и с окружающей их средой обитания.

В экологических науках уже высказывалась идея, что для количественной характеристики какого-либо явления, процесса или системы необходимо использовать показатели, которые дают количественную характеристику объекта наблюдения в единстве с его качественной определенностью [Баканов, 2005].

Будем также придерживаться этой идеи, в связи с чем под состоянием системы подразумеваем совокупность ее качественных и количественных характеристик и значений показателей, которые формируются под действием внешних и внутренних условий и могут быть наблюдаемы при изучении системы. Исходя из вероятностных представлений, уравнения состояний будем формулировать в виде зависимостей многих переменных:

$$w = F(z_1, z_2, z_3, \dots, z_n), \tag{2}$$

где параметры  $z_i$  определяют свойства изучаемой системы, а вероятность  $w$  является количественной мерой, характеризующей некоторые события, отражающие в совокупности качественные изменения в системе. Таким образом, многомерное распределение вида (2) будет определять статистическую связь между параметрами системы и комплексным показателем, в качестве которого выступает вероятность определенных значимых событий. Такими событиями являются, например, совместные события одновременного наблюдения некоторой совокупности показателей  $z_i$ , или отдельные события, характеризующие в целом состояние или изменение сложной системы по некому признаку. Между вероятностями самых разных событий могут устанавливаться связи в виде регрессионных зависимостей.

Сегодня наиболее проработаны методы построения уравнений состояний в термодинамике, где известно более 150 видов уравнений, предложенных различными исследователями [Рид и др., 1982]. Термические и калорические уравнения состояний связывают между собой комплексные показатели, в целом характеризующие состояния объектов, например, температуру, энергию, энтропию и т.д., с влияющими переменными – массой, объемом, давлением. Вид уравнений состояний выбирается из логических предположений и предварительного анализа опытных данных с учетом точности подобранных зависимостей. В основу построения уравнений обычно положен принцип соответственных состояний. В термодинамике этот принцип является обобщением того положения, что свойства, зависящие от межмолекулярных сил, связаны с некоторыми характерными (опорными) свойствами для всех веществ одинаково. Обобщая и формализуя принцип соответственных состояний для различных сложных систем, можно получать уравнения состояний этих систем. Для этого необходимо использовать некие характерные состояния объектов, которые определяются известными значениями параметров и отличаются значимыми признаками. Принцип соответственных состояний – это не что иное, как закон подобия для сложных систем, суть которого заключается в том, что уравнение (2) имеет один и тот же вид для однородного класса систем или объектов, а его параметры характеризуют отдельные группы объектов, составляющих данный класс.

При системном анализе эволюционных процессов будем представлять биологическую систему в виде однородной совокупности живых объектов, например, видов, отрядов, подотрядов и т.д. При этом считаем, что все объекты изначально имеют одинаковое число свойств, которые определяются наблюдаемыми параметрами  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . Такая система количественно характеризуется массивом данных, где по строкам таблиц распределены названия биологических объектов (видов), а по столбцам – значения параметров, описывающих их состояние. Также отдельные группы объектов (таксоны), исходя из систематики, будут обладать схожими признаками и могут выделяться в отдельные подсистемы. База данных животных [AnAge ...] имеет подобную структуру. Для формулировки общих подходов построения уравнений состояний воспользуемся материалами работ [Звягинцева, Аверин, 2011; Аверин, 2014; Аверин и др., 2016; Звягинцева, 2016а, б, в, г].

Считаем, что состояние каждого объекта определяется совокупностью его параметров  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . Тогда рассмотрим  $n$ -мерное пространство  $\Omega^n \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ , где состояния объектов будут отображаться точками  $M = M(z_1, z_2, \dots, z_n)$ . При этом существующие виды будем рассматривать как некоторую выборку из гипотетического континуального пространства видов  $\Omega^n$ . Примем в качестве характерных событий для комплексной оценки состояния объектов совместные события, связанные с одновременным наблюдением совокупности параметров  $z_1, z_2, \dots, z_n$ . Соответствующая статистическая вероятность совместных событий  $w$  существует для каждой точки  $M$  и может быть оценена



алгоритмически по данным наблюдений в случае, если имеется достаточная для этой цели база данных [Аверин, 2014]. Определим величину  $w$  как вероятность состояния объектов. Если уравнение (2) зависит от двух параметров  $z_1, z_2$ , то для оценки вероятностей можно воспользоваться инструментами программных продуктов статистического анализа данных, например, Statistica. Если переменных больше, необходимо определение статистических вероятностей на основе применения алгоритмов сортировки, группировки и перебора данных [Аверин, 2014]. В целом значение вероятности  $w$  определяет месторасположение каждой точки  $M$  (состояние каждого вида животных) в многомерном континуальном пространстве  $\Omega^n$ , исходя из особенностей расположения в данном пространстве всей группы изучаемых биологических видов (всего облака точек  $M$ ).

Для построения уравнений состояний вида (2) воспользуемся методом пробит-анализа, с помощью которого, как известно, можно искать связи между вероятностями событий и влияющими переменными в виде пробит-зависимостей [Bliss, 1934]:

$$\text{Pr} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \ln \rho_1 + \alpha_2 \cdot \ln \rho_2 + \dots + \alpha_n \cdot \ln \rho_n; \quad w = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\text{Pr}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \quad (3)$$

где  $\rho_i = z_i/z_{im}$ ;  $\alpha_i$  – постоянные;  $z_i$  и  $z_{im}$  – значения параметров, характеризующих фактическое и опорное состояние объектов соответственно;  $w$  – статистическая вероятность событий.

Метод пробит-анализа, разработанный известным энтомологом Честером Блиссом [Bliss, 1934], широко используется при обобщении опытных данных и значимых событий в токсикологии, радиобиологии, энтомологии, микробиологии, фармакологии, экологии, промышленной и экологической безопасности и т.д. При использовании метода пробит-анализа уравнения статистической связи между величинами устанавливаются в виде вероятностных распределений вида (3). Теоретического обоснования для подобной процедуры статистической обработки данных пока нет, данная методика – это междисциплинарный научный факт, когда с успехом используется универсальный метод построения уравнений состояний систем в виде зависимостей «доза-эффект». Исходя из данного факта, имеет смысл использовать метод пробит-анализа при установлении уравнений состояний, связывающих между собой вероятности значимых событий и биологические показатели животных. Получение уравнений состояний в виде (3) даст возможность применить феноменологические методы для описания процессов эволюции животных.

### Уравнения состояний биологических видов

Для реализации сформулированных методических подходов были использованы массивы информации из базы данных AnAge Database [AnAge ...], для чего делались выборки данных (для разных таксонов и всех животных в целом) при различных комбинациях биологических показателей. Характеристика групп данных по исследуемым случаям дана в таблице.

Таблица  
Table

Уравнения состояний видов позвоночных животных  
Vertebrate animal species equations states

Таксоны	Число видов	Уравнение состояний	Основные показатели	Коеф. корреляции	Относит. ошибка, %
Все животные в целом	2548	$\text{Pr} = 3.676 + 0.778 \ln \frac{z_1}{z_{1m}} + 0.184 \ln \frac{z_2}{z_{2m}}$	$z_1, z_2$	0.97	9.8
Все животные в целом	546	$\text{Pr} = 3.544 + 0.738 \ln \frac{z_1}{z_{1m}} + 0.326 \ln \frac{z_3}{z_{3m}}$	$z_1, z_3$	0.96	10.7
Все животные в целом	546	$\text{Pr} = 3.568 + 0.721 \ln \frac{z_1}{z_{1m}} - 0.011 \ln \frac{z_2}{z_{2m}} + 0.361 \ln \frac{z_3}{z_{3m}}$	$z_1, z_2, z_3$	0.96	10.9
Мышеобразные	109	$\text{Pr} = 3.052 + 0.936 \ln \frac{z_1}{z_{1m}} + 0.135 \ln \frac{z_2}{z_{2m}} + 0.462 \ln \frac{z_3}{z_{3m}}$	$z_1, z_2, z_3$	0.94	11.2
Белкообразные	90	$\text{Pr} = 1.133 + 1.325 \ln \frac{z_1}{z_{1m}} + 0.353 \ln \frac{z_2}{z_{2m}}$	$z_1, z_2$	0.98	8.9
Приматы	150	$\text{Pr} = 1.778 + 1.779 \ln \frac{z_1}{z_{1m}} + 0.292 \ln \frac{z_2}{z_{2m}}$	$z_1, z_2$	0.97	11.1

$z_1$  – максимальная продолжительность жизни, лет;  $z_2$  – вес взрослой особи, кг;  $z_3$  – уровень метаболизма, Ватт;  $z_{im}$  – максимально наблюдаемые значения  $i$ -ых показателей в изучаемых группах животных,  $i = 1, \dots, 3$ .



В качестве атрибутивных показателей биологических видов для построения уравнений состояний могут использоваться следующие величины  $z_i$  – максимальная продолжительность жизни в неволе, лет; вес взрослой особи и вес тела, кг; уровень метаболизма, Ватт; временные интервалы мужской и женской зрелости, дней. Надо отметить, что это наиболее изученные показатели, для которых существуют достоверные данные для многих видов животных [Зотин, 1999; AnAge ...].

Общая регрессионная зависимость статистической вероятности совместного события наблюдения двух или трех показателей для различных таксонов или всей группы животных в целом ищется в виде:

$$Pr = a_0 + s; \quad s = \alpha_1 \cdot \ln \frac{z_1}{z_{1*}} + \alpha_2 \cdot \ln \frac{z_2}{z_{2*}} \quad \text{или} \quad s = \alpha_1 \cdot \ln \frac{z_1}{z_{1*}} + \alpha_2 \cdot \ln \frac{z_2}{z_{2*}} + \alpha_3 \cdot \ln \frac{z_3}{z_{3*}}, \quad (4)$$

где  $\alpha_i$  – константы. В качестве значений опорных параметров принимались максимально наблюдаемые значения показателей  $z_{i*} = z_{im}$  в каждой изучаемой группе видов. В этом случае значения величин  $\rho_i = z_i / z_{im}$  являются геометрическими вероятностями распределения событий, связанных с наблюдением каждого показателя  $z_i$ . Статистическая вероятность совместного события  $w$  определялась алгоритмически через относительные частоты событий путем разбиения всего пространства  $\Omega^n$  на многомерные параллелепипеды  $\omega_k$  и подсчета количества точек, попавших в каждую область группирования  $\omega_k$ . Величина  $s$  в уравнении (4), исходя из внешнего вида соответствующей зависимости и по аналогии с термодинамикой, определена как энтропия состояния объектов. Некоторые из полученных уравнений состояний видов для различных комбинаций показателей приведены в таблице и на рисунках 1–4.

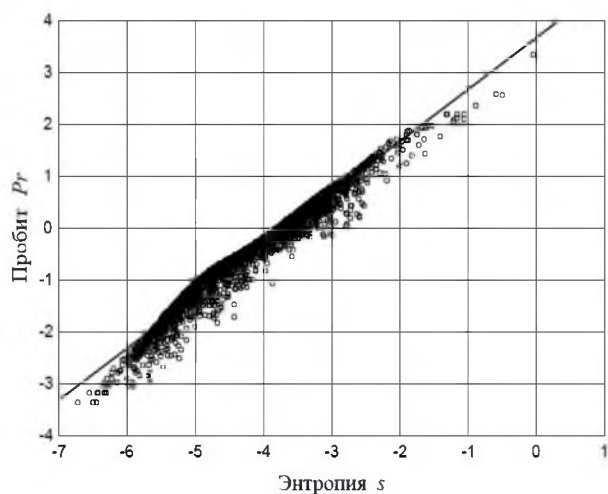


Рис. 1. Зависимость вероятности  $w$  от величины  $s$  для продолжительности жизни и веса позвоночных животных  
 Fig. 1. The dependence of probability  $w$  on value  $s$  for life expectancy and weight of the vertebrate animals

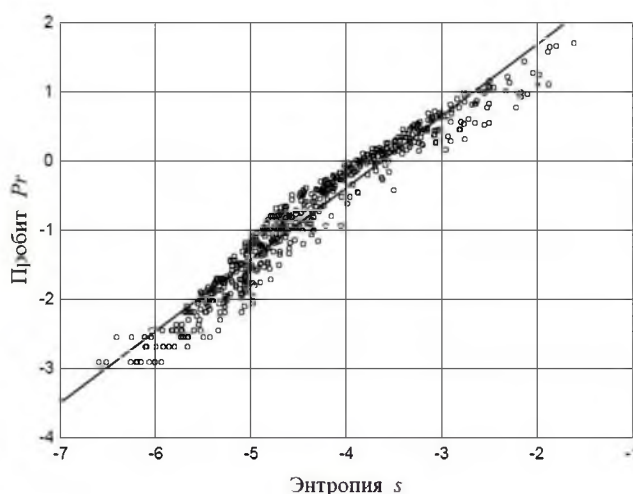


Рис. 2. Зависимость вероятности  $w$  от величины  $s$  для продолжительности жизни, веса и уровня метаболизма позвоночных животных  
 Fig. 2. The dependence of probability  $w$  on value  $s$  for life expectancy, weight and metabolism level of the vertebrate animals

Сформулированный подход позволяет искать связи и закономерности не между показателями, а между вероятностями наблюдения различных событий, свойственных изучаемой группе объектов, соответствующие показатели которых имеются в анализируемом массиве данных. Например, на рисунке 5 представлена вероятностная связь между событием наблюдения веса взрослой особи и совместным событием одновременного наблюдения продолжительности жизни и уровня метаболизма среди позвоночных животных.

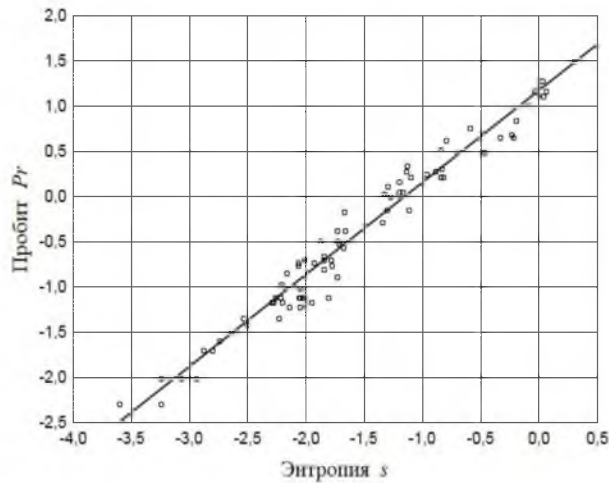


Рис. 3. Зависимость вероятности  $w$  от величины  $s$  для продолжительности жизни и веса белкообразных  
Fig. 3. The dependence of probability  $w$  on value  $s$  for life expectancy and the weight of Sciuromorpha

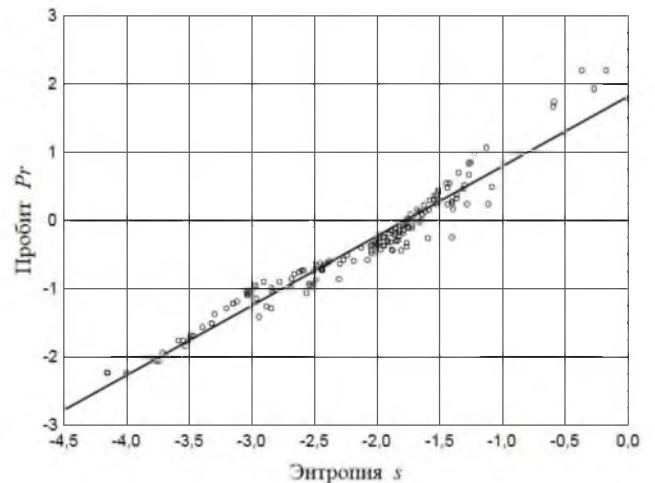


Рис. 4. Зависимость вероятности  $w$  от величины  $s$  для продолжительности жизни и веса приматов  
Fig. 4. The dependence of probability  $w$  on value  $s$  for life expectancy and the weight of Primates

Таким образом, на основе имеющихся данных можно получать различные уравнения состояний биологических видов в виде связи статистической вероятности характерных событий с биологическими показателями видов. Это позволяет сформулировать феноменологические закономерности, которые дают возможность количественно описывать таксоны, исходя из общих среднестатистических групповых особенностей.

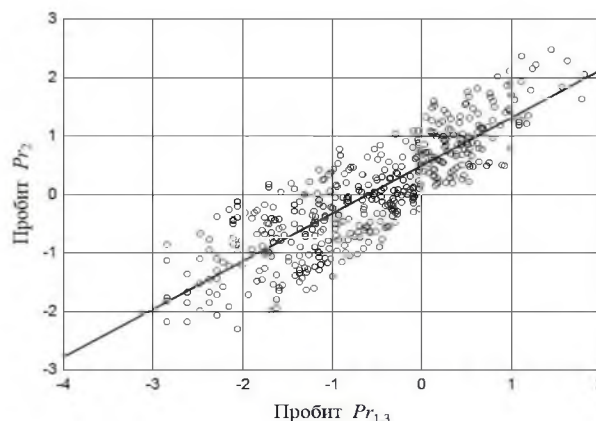


Рис. 5. Зависимость вероятности  $w_2$  событий наблюдения веса взрослой особи от вероятности  $w_{1,3}$  совместных событий наблюдения продолжительности жизни и уровня метаболизма для позвоночных животных

Fig. 5. The dependence of events probability  $w_2$  of full-grown animal weight observation on joint events probability  $w_{1,3}$  of life expectancy and metabolism level observation for vertebrate animals

### Феноменологические соотношения для биологических показателей видов

Вероятность состояния объекта, определенная по совместным событиям наблюдения в совокупности нескольких показателей, и её связь с параметрами состояния через эмпирическую функцию состояния пробит ( $Pr$ ) – это та основа, на базе которой могут быть найдены основные феноменологические соотношения. Для получения подобных соотношений воспользуемся логическими подходами построения моделей систем, принятыми в термодинамике.

Предположим, что в пространстве  $\Omega^n$  можно выбрать некоторую опорную точку  $M_0(z_1, z_2, \dots, z_n)$ , отличающуюся определенным признаком, тогда в криволинейных координатах пространства  $\Omega^n$  положение любой многомерной точки  $M(z_1, z_2, \dots, z_n)$  можно соотнести с положением данной точки  $M_0$  и тем самым ввести количественную меру для сравнения биологических видов, которая будет связана с изменением совокупности показателей. В качестве опорной точки



может быть выбрана точка пространства видов  $\Omega^n$  с максимальными групповыми значениями показателей или точка, характеризующая некоторый определенный вид.

Для любой точки  $M$  дифференциал функции пробита согласно (4) может быть представлен для двух или трех переменных в виде:

$$d \text{Pr} = \alpha_1 \cdot \frac{dz_1}{z_1} + \alpha_2 \cdot \frac{dz_2}{z_2} \quad \text{или} \quad d \text{Pr} = \alpha_1 \cdot \frac{dz_1}{z_1} + \alpha_2 \cdot \frac{dz_2}{z_2} + \alpha_3 \cdot \frac{dz_3}{z_3}. \quad (5)$$

В свою очередь, в  $n$ -мерном пространстве переменных  $\Omega^n$  можно для той же точки  $M$  найти геометрическую вероятность, которая будет иметь вид:

$$\rho = \frac{z_1 \cdot z_2}{z_{1m} \cdot z_{2m}} \quad \text{или} \quad \rho = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3}{z_{1m} \cdot z_{2m} \cdot z_{3m}}, \quad (6)$$

где  $z_{1m}, z_{2m}, z_{3m}$  – максимальные значения показателей, наблюдаемые во всем массиве данных, которые характеризуют определенную группу позвоночных животных.

В работе [Аверин, 2014] показано, что приращения статистической и геометрической вероятностей для точек пространства  $\Omega^n$  связаны между собой соотношением  $dw = \rho \cdot ds$ , если в окрестности любой точки  $M$  может быть постулирована связь вида  $dw = \alpha_1 \cdot d\rho$ . Также из полученных уравнений состояний (4) видно, что  $d \text{Pr} = ds$ . Исходя из этого, рассмотрим для примера уравнение состояний с двумя переменными  $z_1$  и  $z_2$ , в качестве которых могут приниматься любые показатели биологических видов. Сделав обозначение  $R_m = z_{1m} \cdot z_{2m}$ , определим с учетом соотношений (4) и (5) изменение статистической вероятности в следующем виде:

$$dw = \rho \cdot d \text{Pr} = \rho \cdot \left( \alpha_1 \cdot \frac{dz_1}{z_1} + \alpha_2 \cdot \frac{dz_2}{z_2} \right) = \frac{1}{R_m} (\alpha_1 \cdot z_2 \cdot dz_1 + \alpha_2 \cdot z_1 \cdot dz_2). \quad (7)$$

Преобразуя данное уравнение, получим следующую зависимость:

$$dw = du + \frac{z_2 \cdot dz_1}{R_m}, \quad (8)$$

где величина  $du$  равна:  $du = \frac{1}{R_m} (\alpha_1 \cdot z_2 \cdot dz_1 + \alpha_2 \cdot z_1 \cdot dz_2) - \frac{1}{R_m} z_2 \cdot dz_1$ .

Применяя к величине  $du$  признак Эйлера для пфаффовых форм, получим, что  $du$  является полным дифференциалом (функцией состояния) при выполнении следующего условия:

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 1. \quad (9)$$

Легко показать, что в этом случае  $du = \alpha_2 \cdot d\rho$ ,  $di = d(u + \rho) = \alpha_1 \cdot d\rho$ , а величины  $du$  и  $di$  зависят только от геометрической вероятности  $\rho$ .

В результате данного простого вывода в нашем случае получены (в виде уравнений (8) и (9)) логические аналоги уравнения сохранения энергии и уравнения Майера в термодинамике для безразмерных переменных.

Обратим внимание на то, что мы пока умышленно не вводим никаких новых определений, так как суть величин  $u$  и  $i$  далека от соответствующих аналогов (энергия и энтальпия) в термодинамике. Это же относится и к уравнению (8), которое нельзя рассматривать как уравнение сохранения энергии. Величина  $u$  является математической функцией, определяющей положение точки  $M$  относительно криволинейных координат в пространстве  $\Omega^n$ . В случае, если на основе обработки опытных данных существует тождественность левой и правой части уравнения (9), то в пространстве  $\Omega^n$  можно построить криволинейные координаты и ввести соответствующие комплексные переменные в виде функций состояния  $s$ ,  $u$  и  $i$ .

В физике понятие энергии является крайне важным. Это понятие сформировалось благодаря историческим опытам Джоуля, когда была установлена эквивалентность тепла и работы. Данный эмпирический факт эквивалентности стал первым шагом к формулировке закона передачи и сохранения энергии. Общее философское определение энергии имеет вид: энергия – это общая мера различных форм материального движения. Так сложилось, что исторически концепция





энергетического взаимодействия была сформулирована для физических систем и физико-химических форм движения материи. Энергетический принцип является незыблемой основой научного мировоззрения в физике. Однако вопрос применимости этой концепции к нефизическим системам, например, биологическим, экологическим или общественным системам, сегодня пока остается открытым.

В свое время А. Пуанкаре [1983] указывал на тот факт, что выбор функции, которую сегодня называют энергией, является условным и, единственная возможная формулировка первого закона термодинамики для физико-химических систем излагается в виде: «...существует нечто, остающееся постоянным». Данная формулировка охватывает как закон сохранения энергии, так и закон сохранения массы. Это «нечто» представляет собой математическую функцию, физический смысл которой интуитивно не ясен [Пуанкаре, 1983].

Полученный выше логический аналог закона сохранения «энергии» в виде соотношения (8) подтверждает справедливость утверждения А. Пуанкаре и указывает на то, что «нечто, остающееся постоянным», должно существовать в виде некоторой меры пространства состояний любой системы, если опытные данные о ее состоянии могут быть представлены в виде обширной выборки точек в непрерывном многомерном пространстве  $\Omega^n$ . При этом, в рассматриваемом нами варианте теории, понятие «энергии» действительно является математической функцией, смысл которой связан с изменением вероятности состояния объектов в пространстве  $\Omega^n$  относительно опорного состояния и всей группы объектов в целом.

В биологических и общественных науках в понятие «энергии» необходимо вкладывать совсем иной смысл, нежели это делается в физике. Лучше говорить о специфической мере состояний объектов, характерной для каждого класса систем, которые могут быть описаны феноменологическими методами. Чтобы не путать данную величину с энергией назовем ее *трансергией* (лат. trans – за, через + гр. energeia – действие, сила), что будет более правильно. Этим мы подчеркиваем отличие данной величины от общепринятого понятия энергии в естествознании. Особо также отметим, что данная величина будет носить свой специфический характер для каждой комбинации параметров  $z_i$ . То же самое можно сказать и об энтропии состояния  $s$ .

В свою очередь, возможность континуального описания пространства состояний сложной системы полностью определяется существующими опытными данными, и справедливость используемых гипотез может быть проверена на массивах этих данных. Энтропия  $s$  и трансергия  $u$  состояния системы могут быть приняты в качестве обобщенных критериев для комплексной оценки состояния систем различной природы в многомерном пространстве  $\Omega^n$ . Их наиболее важной особенностью является то, что данные величины являются функциями состояния при справедливости условия существования непрерывного распределения величины вероятности  $w$  и выполнения условия (9). Изменение данных функций зависит только от состояния объектов и не зависит от пути «перехода» (от взаимного положения) объектов системы между этими состояниями.

В заключение отметим, что уравнения вида (8) и (9) можно получить для трех и более переменных  $z_i$ , например, так как это сделано в работе [Аверин, 2014].

### Опытное подтверждение полученных соотношений

Если приведенные выше гипотезы являются справедливыми, то на основе обработки опытных данных можно получить эмпирический аналог уравнения (8) и тем самым установить некоторый закон «сохранения» для изучаемой биологической системы. Зная значения геометрической вероятности  $\rho$  в виде (6) и величины  $\alpha_1$  (см. табл.), легко определить энтропию системы  $s$  на основе зависимости (4) и трансергию состояния системы  $u = \alpha_2 \cdot \rho$ . Из уравнения состояния для всех животных в целом  $Pt = 3.676 + 0.778 \cdot \ln \frac{z_1}{z_{1m}} + 0.184 \cdot \ln \frac{z_2}{z_{2m}}$  следует, что  $\alpha_1 - \alpha_2 = 0.594$ . Исходя из этого, так как  $\alpha_1 - \alpha_2 \neq 1$  уравнение (8) будет давать определенные погрешности. Поэтому, используя вид уравнения сохранения (8), определим параметры уравнения путем обработки всего массива данных для двух биологических показателей позвоночных животных – продолжительности жизни и веса взрослой особи. Результаты обработки данных приведены на рисунке 6, а соответствующее уравнение в конечно-разностной форме имеет вид:

$$\rho \cdot \Delta s = \Delta u - 0.466 \cdot \frac{z_2}{R_m} \cdot \Delta z_1 - 7.4 \cdot 10^{-7}, \quad (11)$$

где  $\Delta s = s - s_0$ ,  $\Delta u = \alpha_2 \cdot \rho$ ,  $\Delta z_1 = 211 - z_1$  лет – приращения величин относительно опорной точки  $M_0$  с максимальными наблюдаемыми значениями переменных;  $R_m = 28.7 \cdot 10^6$  лет·кг. Значение





энтропии и трансергии при геометрической вероятности  $\rho = 1$  приняты равными нулю. Коэффициент корреляции для уравнения (11) составляет 0.95, средняя относительная ошибка – 5.2%.

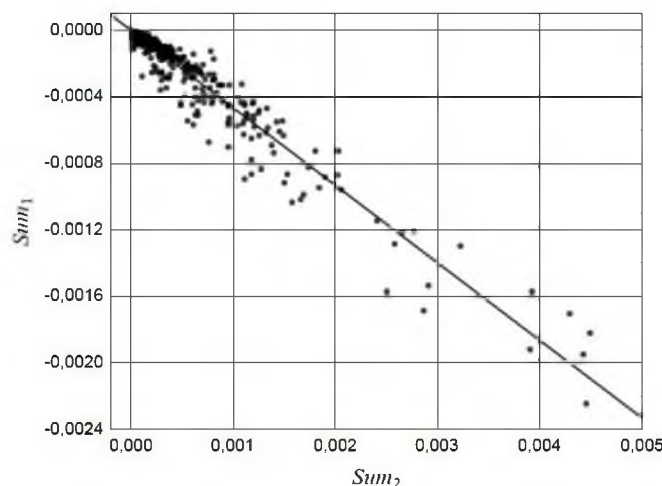


Рис. 6. Результаты обработки данных согласно уравнения сохранения (11):

$$Sum_1 = \rho \cdot \Delta s - \Delta u ; Sum_2 = (z_2 / R_m) \cdot \Delta z_1$$

Fig. 6. The data processing according to conservation equation (11) results:

$$Sum_1 = \rho \cdot \Delta s - \Delta u ; Sum_2 = (z_2 / R_m) \cdot \Delta z_1$$

Анализ показывает, что для всех случаев, для которых были найдены уравнения состояний, могут быть получены соотношения вида (8) в форме:

$$\rho \cdot ds = du + \beta_1 \cdot \frac{z_2}{R_m} \cdot dz_1 + \beta_0, \tag{12}$$

где  $\beta_0, \beta_1$  – константы.

Из приведенного материала видны определенные системные аналогии с построением моделей в термодинамике. Практически предложены достаточно простые феноменологические соотношения для описания физиологических показателей таксонов позвоночных животных на основе использования уравнений состояний вида (4) и зависимости для геометрической вероятности вида (6). Полученные соотношения позволяют количественно сравнивать между собой биологические виды по совокупности физиологических показателей. Это дает возможность изучать процессы эволюции видов, исходя из их комплексной биологической оценки. Подобный подход может быть реализован при построении феноменологических соотношений в различных предметных областях знаний, если имеются структурированные массивы опытных данных о поведении систем в виде «объекты-параметры».

### Выводы

Таким образом, существующие базы данных биологических показателей видов в комплексе с феноменологическими подходами анализа и описания опытных данных позволяют подойти к изучению количественных закономерностей процессов эволюции. Все это говорит о возможности создания теоретических методов анализа эволюционных процессов по логике построения близких к естественнонаучным методам, применяемым сегодня в термодинамике и физике сплошных сред.

### Список литературы References

Аверин Г.В., Константинов И.С., Звягинцева А.В. 2016. О континуальном подходе к модельному представлению данных. Вестник компьютерных и информационных технологий, 10: 47–52.  
 Averin G.V., Konstantinov I.S., Zviagintseva A.V. O kontinual'nom podhode k model'nomu predstavleniju dannyh [About continual approach to model data presentation]. Vestnik komp'yuternyh i informacionnyh tehnologij, 10: 47–52. (in Russian).  
 Аверин Г.В. 2014. Системодинамика. Донецк, Донбасс, 405.  
 Averin G.V. 2014. Sistemodinamika [Systemdynamics]. Doneck, Donbass, 405. (in Russian).  
 Баканов А.И. 2005. О некоторых методологических вопросах применения системного подхода для изучения структур водных экосистем. В кн. Количественные методы экологии и гидробиологии. Тольятти, СамНЦ РАН: 10–21.



Bakanov A.I. 2005. O nekotoryh metodologicheskikh voprosah primeneniya sistemnogo podhoda dlia izuchenija struktur vodnyh jekosistem [About some methodological questions of system approach application for water ecosystems structures studying]. V kn. Kolichestvennye metody jekologii i gidrobiologii. Tol'jatti, SamNC RAN: 10–21. (in Russian).

Звягинцева А.В., Аверин Г.В. 2011. Построение уравнений состояний сложных токсикологических систем. Системный анализ и информационные технологии в науках о природе и обществе, 1: 57–70.

Zviagintseva A.V., Averin G.V. 2011. Postroenie uravnenij sostojanij slozhnyh toksikologicheskikh sistem. [Similarity methods application at working out of complex systems constitutive equation] Sistemnyj analiz i informacionnye tehnologii v naukah o prirode i obshhestve, 1: 57–70. (in Russian).

Звягинцева А.В. 2016. Вероятностные методы комплексной оценки природно-антропогенных систем. Под науч. ред. д.т.н., проф. Г.В. Аверина. М., Спектр, 257.

Zviagintseva A.V. 2016. Probabilistic methods of a complex assessment of natural and anthropogenic systems. Scientifically edited by Dr.-Ing., prof. G.V. Averin. Moscow, Spektr, 257. (in Russian).

Звягинцева А.В. 2016. Вероятностные модели взаимосвязи физиологических характеристик и ареалов биологических видов. Научные ведомости БелГУ. Сер. Естественные науки, 18 (239): 76–86.

Zviagintseva A.V. 2016. Verojatnostnye modeli vzaimosvyazi fiziologicheskikh harakteristik i arealov biologicheskikh vidov Nauchnye vedomosti BelGU. Estestvennye nauki [Probabilistic models relationships physiological characteristics and habitats of species. Belgorod State University Scientific Bulletin. Natural sciences]. 18 (239). 76–86. (in Russian).

Звягинцева А.В. 2016. Модели состояния и развития стран мира на основе оценки статистических вероятностей индикативных событий. Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика. 16(237): 123–131.

Zviagintseva A.V. 2016. Modeli sostojanija i razvitija stran mira na osnove ocenki statisticheskikh verojatnostej indikativnyh sobytij. Nauchnye vedomosti BelGU. Jekonomika. Informatika [The world countries state and development models on the indicative events statistical probabilities assessment basis. Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics Information technologies], 16(237): 123–131. (in Russian).

Звягинцева А.В. 2016. О вероятностном анализе данных наблюдений о состоянии природно-антропогенных систем в многомерных пространствах. Научные ведомости БелГУ. Сер. Экономика. Информатика. 2 (223): 93–100.

Zviagintseva A.V. 2016. O verojatnostnom analize dannyh nabljudenij o sostojanii prirodno-antropogennyh sistem v mnogomernyh prostranstvah. Nauchnye vedomosti BelGU. Jekonomika. Informatika [On probabilistic analysis of data observation on the state of natural and human systems in multidimensional spaces. Belgorod State University Scientific Bulletin. Economics Information technologies] 2 (223): 93–100. (in Russian).

Зотин А.И., Зотин А.А. 1999. Направления, скорость и механизмы прогрессивной эволюции. Термодинамические основы. М., Наука, 435.

Zotin A.I., Zotin A.A. 1999. Napravlenija, skorost' i mehanizmy progressivnoj jevoljucii. Termodinamicheskie osnovy [Directions, speed and mechanisms of progressive evolution. Thermodynamic basis]. Moscow, Nauka, 435. (in Russian).

Пуанкаре А. 1983. О науке. Пер. с франц. М., Наука: 560.

Puankare A. 1983. O nauke [About science]. Per. s franc. Moscow, Nauka: 560.

Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. 1982. Свойства газов и жидкостей. Л., Химия: 592.

Rid R., Prausnic Dzh., Shervud T. 1982. Svojtva gazov i zhidkostej [Properties of gases and liquids]. Leningrad, Himija: 592. (in Russian).

Уиттекер Р. 1980. Сообщества и экосистемы. М., Прогресс, 328.

Uitteker R. 1980. Soobshhestva i jekosistemy [Communities and ecosystems]. Moscow, Progress, 328.

AnAge: The Animal Ageing and Longevity Database. Available at: <http://genomics.senescence.info/species/> (accessed September 27, 2016).

Bliss C. 1934. The method of probits. Science V. 79, no. 2037: 38–39.