УДК 537.8

ДИФРАГИРОВАННОЕ ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ИСКУССТВЕННОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ

© 2012 г. С. В. Блажевич¹, И. В. Колосова², А. В. Носков²

¹ Белгородский государственный университет, Белгород, Россия ² Белгородский университет кооперации, экономики и права, Белгород, Россия Поступила в редакцию 30.09.2011 г.

Построена теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего искусственную периодическую среду в геометрии рассеяния Лауэ. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики излучения в направлении рассеяния Брэгга. Излучение рассматривается по аналогии с излучением в кристаллической среде как результат когерентного сложения вкладов двух механизмов излучения — параметрического рентгеновского (ПРИ) и дифрагированного переходного (ДПИ). Показано, что выход ДПИ из слоистой мишени может более чем на порядок превышать выход излучения частицы в монокристаллическом радиаторе в аналогичных условиях.

ВВЕДЕНИЕ

При пересечении заряженной частицы поверхности кристаллической пластинки возникает переходное излучение (ПИ) [1], которое затем дифрагирует на системе параллельных атомных плоскостей кристалла. В результате наблюдается дифрагированное переходное излучение ДПИ [2–4]. Вместе с тем, при пересечении заряженной частицей кристаллической пластинки, ее кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучения (ПРИ) [5-7]. Для схемы симметричного отражения, когда система дифрагирующих атомных плоскостей кристалла перпендикулярна (в случае геометрии рассеяния Лауэ) или параллельна (в случае рассеяния Брэгга) поверхности кристаллической пластинки, эти механизмы излучения в двухволновом приближении динамической теории дифракции рассматривались в [8–11]. В общем случае асимметричного отражения излучения от пластинки, когда дифрагирующие атомные плоскости составляют произвольный угол с поверхностью пластинки, динамические эффекты в ПРИ и ДПИ рассматривались в [12–15], где было показано, что, меняя асимметрию отражения, можно существенно увеличить выходы излучений.

Традиционно излучение релятивистской частицы в периодически слоистой структуре рассматривалось в геометрии рассеяния Брэгга для случая, когда отражающие слои параллельны входной поверхности, т.е. для случая симметричного отражения. Излучение в периодической слоистой структуре обычно рассматривалось как резонансное переходное излучение [5, 16]. В [17] излучение из искусственной периодической среды представлено в виде суммы дифрагированного переходного излучения (ДПИ) и параметрического рентгеновского излучения (ПРИ). В цитируемых работах излучение релятивистской частицы в искусственной периодической структуре рассматривалось только лишь в геометрии рассеяния Брэгга в частном случае симметричного отражения поля частицы относительно поверхности мишени, т.е. когда дифрагирующие слои располагаются параллельно поверхности мишени.

В настоящей работе рассматривается когерентное рентгеновское излучение релятивистского электрона в направлении рассеяния Брэгга, пересекающего искусственную периодическую структуру в геометрии рассеяния Лауэ. По аналогии с кристаллической средой когерентное излучение рассматривается как сумма ПРИ и ДПИ. На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции [18] получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики излучений.

АМПЛИТУДА ИЗЛУЧЕНИЯ

Пусть релятивистский электрон пересекает со скоростью V многослойную структуру (рис. 1), состоящую из периодически расположенных аморфных слоев толщиной *a* и *b* (T = a + b - период структуры) и имеющих, соответственно, ди-электрические восприимчивости χ_a и χ_b . Рассмотрим уравнение фурье-образа электромагнитного поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{k},\omega) = \int dt \ d^{3}\mathbf{r} \ \mathbf{E}(\mathbf{r},t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}). \tag{1}$$

Будем использовать двухволновое приближение динамической теории дифракции, в которой падающая и дифрагированная волны рассматриваются равноправными. Так как поле релятивистской частицы можно считать практически попе-





Рис. 1. Геометрия процесса излучения: θ и θ' – углы излучения; θ_B – угол Брэгга; **k** и k_g – волновые векторы падающего и дифрагированного фотонов.

речным, то падающая $\mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega)$ и дифрагированная $\mathbf{E}_{\mathbf{g}}(\mathbf{k}, \omega)$ электромагнитные волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации:

$$\mathbf{E}_{0}(\mathbf{k},\omega) = E_{0}^{(1)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_{0}^{(1)} + E_{0}^{(2)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_{0}^{(2)},
\mathbf{E}_{g}(\mathbf{k},\omega) = E_{g}^{(1)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_{1}^{(1)} + E_{g}^{(2)}(\mathbf{k},\omega)\mathbf{e}_{1}^{(2)},$$
(2)

где векторы $\mathbf{e}_{0}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{0}^{(2)}$ перпендикулярны вектору **k**, а векторы $\mathbf{e}_{1}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{1}^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{g}$. Векторы $\mathbf{e}_{0}^{(2)}$, $\mathbf{e}_{1}^{(2)}$ лежат в плоскости векторов **k** и $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$ (π -поляризация), а векторы $\mathbf{e}_{0}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{1}^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ -поляризация). **g** аналогичен вектору обратной решетки в кристалле, он перпендикулярен слоям среды, и его длина равна

$$g = \frac{2\pi}{T}n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Система уравнений фурье-образа электромагнитного поля в двухволновом приближении динамической теории дифракции имеет следующий вид [19]:

$$\begin{cases} (\omega^{2}(1+\chi_{0})-k^{2})E_{0}^{(s)}+\omega^{2}\chi_{-g}C^{(s)}E_{g}^{(s)} = \\ = 8\pi^{2}ie\omega\theta VP^{(s)}\delta(\omega-\mathbf{kV}), \\ \omega^{2}\chi_{g}C^{(s)}E_{0}^{(s)}+(\omega^{2}(1+\chi_{0})-k_{g}^{2})E_{g}^{(s)} = 0, \end{cases}$$
(3)

где χ_{g} , χ_{-g} — коэффициенты фурье-разложения диэлектрической восприимчивости периодической структуры по векторам **g**:

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) =$$

$$= \sum_{\mathbf{g}} \left(\chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega) \right) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}).$$
(4)

Величины $C^{(s)}$ и $P^{(s)}$ в системе (3) определены следующим образом:

$$C^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_{\rm B},$$

$$P^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)} (\mu/\mu), \quad P^{(1)} = \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi.$$
(5)

Здесь $\mu = \mathbf{k} - \omega \mathbf{V}/V^2 -$ составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы \mathbf{V} ($\mu = \omega \theta/V$, где $\theta \ll 1 -$ угол между векторами \mathbf{k} и \mathbf{V}), $\theta_{\rm B}$ – угол Брэгга, φ – азимутальный угол излучения, отсчитывается от плоскости, образованной векторами скорости \mathbf{V} и вектором \mathbf{g} , перпендикулярным отражающим слоям. Длину вектора \mathbf{g} также можно выразить через угол Брэгга и частоту Брэгга $\omega_{\rm B}$: $g = 2\omega_{\rm B} \sin\theta_{\rm B}/V$. Угол между вектором $\frac{\omega \mathbf{V}}{V^2}$ и волновым вектором падающей волны \mathbf{k} обозначен θ , а угол между вектором $\frac{\omega \mathbf{V}}{V^2} + \mathbf{g}$ и волновым вектором дифрагированной волны $\mathbf{k}_{\rm g} - \theta'$. Система уравнений (3) при параметре s = 1 описывает поля σ -поляризованные, а при $s = 2 \pi$ -поляризованные.

Величины χ_0 и χ_g имеют следующий вид:

$$\chi_0(\omega) = \frac{a}{T} \chi_a + \frac{b}{T} \chi_b,$$

$$\chi_g(\omega) = \frac{\exp(-iga) - 1}{igT} (\chi_b - \chi_a).$$
(6)

Решая следующее из системы (3) дисперсионное уравнение

 $(\omega^{2}(1 + \chi_{0}) - k^{2})(\omega^{2}(1 + \chi_{0}) - k_{g}^{2}) - \omega^{4}\chi_{-g}\chi_{g}C^{(s)2} = 0$ (7) стандартными методами динамической теории [18], найдем *k* и *k*_g:

$$k = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0, \quad k_{\rm g} = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_{\rm g}. \tag{8}$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_{\mathbf{g}}\chi_{-\mathbf{g}}C^{(s)^2} \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}} \right), \tag{9}$$

ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 4 2012

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_{\mathbf{g}}} \left(-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_{\mathbf{g}}\chi_{-\mathbf{g}}C^{(s)^2}\frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}} \right).$$
(10)

Здесь $\beta = \alpha - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \right), \quad \alpha = \frac{1}{\omega^2} (k_g^2 - k^2), \quad \gamma_0 =$

= $\cos \psi_0$, $\gamma_g = \cos \psi_g$, ψ_0 — угол между волновым вектором подающей волны **k** и вектором нормали к поверхности пластинки **n**, ψ_g — угол между волновым вектором **k**_g и вектором **n** (рис. 1). Динамические добавки λ_0 и λ_g для рентгеновских волн связаны соотношением

$$\lambda_{\mathbf{g}} = \frac{\omega\beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0}.$$
 (11)

Так как динамические добавки малы $|\lambda_0| \ll \omega$, $|\lambda_g| \ll \omega$, то можно показать, что $\theta \approx \theta'$ (рис. 1), и поэтому в дальнейшем угол θ' будем обозначать θ .

Решение системы уравнений (3) для дифрагированного поля в периодической структуре представим в виде:

$$\begin{split} E_{g}^{(s)cr} &= -\frac{8\pi^{2}ieV\Theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^{2}\chi_{g}C^{(s)}}{4\frac{\gamma_{0}^{2}}{\gamma_{g}^{2}}(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{(1)})(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{(2)})} \times \\ &\times \delta(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{*}) + E_{g}^{(s)^{(1)}}\delta(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{(1)}) + E_{g}^{(s)^{(1)}}\delta(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{(2)}), \end{split}$$
(12a)

$$\times \delta(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{*}) + E_{g}^{(s)^{(1)}}\delta(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{(1)}) + E_{g}^{(s)^{(1)}}\delta(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{(2)}), \end{cases}$$
(12a)

$$\Gamma_{de} = \lambda_{0}^{*} = \omega\left(\frac{\gamma^{-2} + \theta^{2} - \chi_{0}}{2}\right), \quad \lambda_{g}^{*} = \frac{\omega\beta}{2} + \frac{\gamma_{g}}{\gamma_{0}}\lambda_{0}^{*}, \gamma = \\ = 1/\sqrt{1 - V^{2}} - \text{лоренц-фактор частицы, } E_{g}^{(s)^{(1)}} \text{ и} \\ E_{g}^{(s)^{(1)}} - \text{свободные дифрагированные поля в кри-
сталле.} \\ \\ Для поля в вакууме перед радиатором решение \end{aligned}$$

Для поля в вакууме перед радиатором решение системы (3) имеет вид:

$$E_{0}^{(s)\text{vac }I} = \frac{8\pi^{2}ieV\Theta P^{(s)}}{\omega} \frac{1}{-\chi_{0} - \frac{2}{\omega}\lambda_{0}} \delta\left(\lambda_{0} - \lambda_{0}^{*}\right) =$$

$$= \frac{8\pi^{2}ieV\Theta P^{(s)}}{\omega} \frac{1}{\frac{\gamma_{0}}{\gamma_{g}} \left(-\chi_{0} - \frac{2}{\omega}\frac{\gamma_{0}}{\gamma_{g}}\lambda_{g} + \beta\frac{\gamma_{0}}{\gamma_{g}}\right)} \delta\left(\lambda_{g} - \lambda_{g}^{*}\right).$$
(126)

Здесь используется соотношение $\delta(\lambda_0 - \lambda_0^*) =$

$$=\frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_{0}}\delta\left(\lambda_{\mathbf{g}}-\lambda_{\mathbf{g}}^{*}\right).$$

В вакууме дифрагированное поле позади радиатора имеет вид:

$$E_{g}^{(s)vac} = E_{g}^{(s)Rad} \delta\left(\lambda_{g} + \frac{\omega\chi_{0}}{2}\right), \qquad (12B)$$

где $E_{g}^{(s)Rad}$ — поле когерентного излучения вблизи направления Брэгга.

ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 4 2012

Из второго уравнения системы (3) следует выражение, связывающее дифрагированное и падающее поля в среде:

$$E_0^{(s)\rm cr} = \frac{2\omega\lambda_{\rm g}}{\omega^2 \chi_{\rm g} C^{(s)}} E_{\rm g}^{(s)\rm cr}.$$
 (13)

Для определения амплитуды поля $E_{g}^{(s)Rad}$ воспользуемся обычными граничными условиями на входной и выходной поверхностях кристаллической пластинки:

$$\int E_0^{(s)\text{vac}I} d\lambda_0 = \int E_0^{(s)\text{cr}} d\lambda_0, \qquad (14a)$$

$$\int E_{\mathbf{g}}^{(s)\mathrm{cr}} d\lambda_0 = 0, \qquad (146)$$

$$\int E_{g}^{(s)cr} \exp\left(i\frac{\lambda_{g}}{\gamma_{g}}L\right) d\lambda_{g} = \int E_{g}^{(s)vac} \exp\left(i\frac{\lambda_{g}}{\gamma_{g}}L\right) d\lambda_{g}^{(14B)}$$

Поле излучения представим в виде двух слагаемых:

$$E_{g}^{(s)Rad} = E_{PXR}^{(s)} + E_{DTR}^{(s)},$$
(15a)

$$\begin{split} E_{\mathrm{PXR}}^{(\mathrm{s})} &= -\frac{8\pi^{2}ieV\Theta P^{(\mathrm{s})}}{\omega} \frac{\omega^{2}\chi_{\mathrm{g}}C^{(\mathrm{s})}}{8\frac{\gamma_{0}}{\gamma_{\mathrm{g}}}\sqrt{\beta^{2} + 4\chi_{\mathrm{g}}\chi_{-\mathrm{g}}C^{(\mathrm{s})^{2}}\frac{\gamma_{\mathrm{g}}}{\gamma_{\mathrm{g}}}}{\gamma_{0}}\frac{1}{\lambda_{0}^{*}} \times \\ &\times \left[\left(\beta + \sqrt{\beta^{2} + 4\chi_{\mathrm{g}}\chi_{-\mathrm{g}}C^{(\mathrm{s})^{2}}\frac{\gamma_{\mathrm{g}}}{\gamma_{0}}}\right) \times \right. \\ &\times \left(\frac{1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(2)}}{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(2)}}\right)}{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(2)}}\right) - (156) \\ &- \left(\beta - \sqrt{\beta^{2} + 4\chi_{\mathrm{g}}\chi_{-\mathrm{g}}C^{(\mathrm{s})^{2}}\frac{\gamma_{\mathrm{g}}}{\gamma_{0}}}\right) \times \\ &\times \left(\frac{1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathrm{g}}}L\right)}{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(1)}}\right) \right] \exp\left[i\left(\frac{\omega\chi_{0}}{2} + \lambda_{\mathrm{g}}^{*}\right)\frac{L}{\gamma_{\mathrm{g}}}\right], \\ &\left. \times \left(\frac{1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathrm{g}}}L\right)}{\sqrt{\beta^{2} + 4\chi_{\mathrm{g}}\chi_{-\mathrm{g}}C^{(\mathrm{s})^{2}}\frac{\gamma_{\mathrm{g}}}{\gamma_{0}}} \times \\ &\times \left(\frac{1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(1)}}{\gamma_{\mathrm{g}}}L\right)}{\sqrt{\beta^{2} + 4\chi_{\mathrm{g}}\chi_{-\mathrm{g}}C^{(\mathrm{s})^{2}}\frac{\gamma_{\mathrm{g}}}{\gamma_{0}}} \times \\ &\times \left(\frac{1 - \exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(1)}}{2\lambda_{\mathrm{g}}^{*}}L\right)}{\sqrt{\beta^{2} + 4\chi_{\mathrm{g}}\chi_{-\mathrm{g}}C^{(\mathrm{s})^{2}}\frac{\gamma_{\mathrm{g}}}{\gamma_{\mathrm{g}}}}L\right) - (15B) \\ &- \exp\left(-i\frac{\lambda_{\mathrm{g}}^{*} - \lambda_{\mathrm{g}}^{(2)}}{\gamma_{\mathrm{g}}}L\right)\right) \exp\left[i\left(\frac{\omega\chi_{0}}{2} + \lambda_{\mathrm{g}}^{*}\right)\frac{L}{\gamma_{\mathrm{g}}}\right]. \end{split}$$

Выражения (15б и в) представляют собой амплитуды поля излучения, аналогичные амплитудам ПРИ и ДПИ в кристалле. ДПИ возникает вследствие дифракции на периодически слоистой

 $\eta^{(s)}(\omega) = \frac{\alpha}{2\left|\operatorname{Re}\sqrt{\chi_{g}\chi_{-g}}\right|C^{(s)}} \equiv \frac{\sin^{2}\theta_{B}}{V^{2}C^{(s)}} \frac{gT}{\left|\chi_{b}^{'}-\chi_{a}^{'}\right|\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|} \times$

 $\times \left(1 - \frac{\omega(1 - \theta \cos \varphi \operatorname{ctg} \theta_{\mathrm{B}})}{\omega_{\mathrm{B}}}\right),$

 $v^{(s)} = \frac{C^{(s)} \operatorname{Re} \sqrt{\chi_{g} \chi_{-g}}}{\chi'_{0}} = \frac{2C^{(s)} \left| \sin\left(\frac{ga}{2}\right) \right|}{g} \left| \frac{\chi'_{b} - \chi'_{a}}{a \chi'_{a} + b \chi'_{a}} \right|$

 $\rho^{(s)} = \frac{\chi_0^{''}}{\left|\operatorname{Re}\sqrt{\chi_g\chi_{-g}}\right|C^{(s)}} \equiv \frac{a\chi_a^{''} + b\chi_b^{''}}{\left|\chi_b^{'} - \chi_a^{'}\right|C^{(s)}} \frac{g}{2\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|},$

ε > 1

искусственной структуре переходного излучения, рождаемого на входной поверхности мишени.

Для дальнейшего анализа излучения динамические добавки (9) представим в следующем виде:

$$\lambda_{g}^{(l,2)} = \frac{\omega \left| \chi_{g}^{'} \right| C^{(s)}}{2} \left(\xi^{(s)} - \frac{i \rho^{(s)} (1-\varepsilon)}{2} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon - 2i \rho^{(s)} \left(\frac{(1-\varepsilon)}{2} \xi^{(s)} + \kappa^{(s)} \varepsilon \right) - \rho^{(s)^{2}} \left(\frac{(1-\varepsilon)^{2}}{4} + \kappa^{(s)^{2}} \varepsilon \right)} \right), \tag{16}$$

гле

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1-\varepsilon}{2\nu^{(s)}}$$

$$\kappa^{(s)} = \frac{\chi_{g}^{"}C^{(s)}}{\chi_{0}^{"}} \equiv \frac{2C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{ga}{2}\right)\right|}{g}\left|\frac{\chi_{b}^{"}-\chi_{a}^{"}}{a\chi_{a}^{"}+b\chi_{b}^{"}}\right|, \quad \varepsilon = \frac{\gamma_{g}}{\gamma_{0}}.$$
 (17)

Важным параметром в выражении (17) является параметр є, определяющий степень асимметрии отражения поля относительно поверхности мишени, который представим в виде:

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_{\rm B})}{\sin(\delta - \theta_{\rm B})},\tag{18}$$

где $\theta_{\rm B}$ – угол между скоростью электрона и отражающими слоями; δ – угол между поверхностью мишени и отражающими слоями. Заметим, что угол падения электрона на поверхность мишени $\delta - \theta_{\rm B}$ увеличивается, если параметр є уменьшается, и наоборот (рис. 2).



Рис. 2. Асимметричные ($\varepsilon > 1$, $\varepsilon < 1$) отражения излучения от пластинки. Случай ε = 1 соответствует симметричному отражению.

СПЕКТРАЛЬНО-УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЙ

Подставляем выражение (16) в (156) и (15в), а затем в следующее, хорошо известное [19] выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения:

$$\omega \frac{d^2 N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 \left| E_{\mathbf{g}}^{(s)\text{Rad}} \right|^2.$$
(19)

Найдем выражения, описывающие вклады в спектрально-угловую плотность излучения механизмов ПРИ и ДПИ, а также слагаемого, являющегося результатом интерференции этих механизмов излучения:

$$\omega \frac{d^2 N_{\Pi P H}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} P^{(s)^2} \frac{\theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0^2)^2} R_{P X R}^{(s)}, \quad (20a)$$

ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ. СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 4 2012

$$R_{PXR}^{(s)} = \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^{2} + \varepsilon}}\right)^{2} \frac{1 + \exp\left(-2b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right) - 2\exp\left(-b^{(s)}\rho^{(s)}\Delta^{(1)}\right)\cos\left(b^{(s)}\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^{2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)\right)}{\left(\sigma^{(s)} + \frac{\xi - \sqrt{\xi^{2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right)^{2} + \rho^{(s)^{2}}\Delta^{(1)2}}, \qquad (205)$$
$$\omega \frac{d^{2}N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^{2}}{4\pi^{2}}P^{(s)^{2}}\theta^{2}\left(\frac{1}{\theta^{2} + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta^{2} + \gamma^{-2}} - \chi_{0}^{-1}\right)^{2}R_{DTR}^{(s)}, \qquad (21a)$$

$$R_{\text{DTR}}^{(s)} = \frac{4\varepsilon^2}{\xi^2 + \varepsilon} \exp\left(-b^{(s)}\rho^{(s)}\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right) \times \\ \times \left[\sin^2\left(b^{(s)}\frac{\left(\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}\right)}{\varepsilon}\right) + +sh^2\left(b^{(s)}\rho^{(s)}\frac{(1-\varepsilon)\xi^{(s)} + 2\varepsilon\kappa^{(s)}}{2\varepsilon\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}}\right)\right],$$
(216)

где

$$\Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(s)}}{\sqrt{\xi^{(s)^2} + \varepsilon}},$$

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{\left|\chi'_{g}\right|} C^{(s)} \left(\theta^{2} + \gamma^{-2} - \chi'_{0}\right) \equiv$$

$$\equiv \frac{1}{\nu^{(s)}} \left(\frac{\theta^{2}}{\left|\chi'_{0}\right|} + \frac{1}{\gamma^{2}\left|\chi'_{0}\right|} + 1\right),$$

$$b^{(s)} = \frac{\omega \left|\operatorname{Re} \sqrt{\chi_{g}\chi_{-g}}\right| C^{(s)}}{2} \frac{L}{\gamma_{0}}.$$
(22)

Выражения (20)–(21) являются главным результатом данной работы. Они получены в двухволновом приближении динамической теории дифракции с учетом поглощения излучения в среде и возможности различной ориентации дифрагирующих слоев относительно поверхности пластинки. Эти выражения позволяют исследовать спектрально-угловые характеристики излучений в зависимости от энергии релятивистских электронов и параметров искусственной периодической структуры.

ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Для наглядности результата рассмотрим случай, когда слои имеют одинаковую толщину, т.е. T = 2a = 2b. Будем рассматривать отражения, соответствующие $g = \frac{2\pi}{T}$. Для случая σ -поляризованных волн формулы (20) и (21) описывающие спектрально-угловые распределения ПРИ и ДПИ принимают следующий вид:

$$\omega \frac{d^2 N_{\Pi P H}^{(l)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\theta_{\perp}^2}{\left(\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2} + \frac{|\chi_a' + \chi_b'|}{2}\right)^2} R_{\Pi P H}, \quad (23a)$$

$$R_{\Pi P H} = \left(1 - \frac{\xi(\omega)}{\sqrt{\xi(\omega)^{2} + \varepsilon}}\right)^{2} \frac{1 + \exp(-2b^{(1)}\rho^{(1)}\Delta^{(1)}) - 2\exp(-b^{(1)}\rho^{(1)}\Delta^{(1)})\cos(b^{(1)}\Omega^{(1)}(\omega))}{\Omega^{(1)}(\omega)^{2} + (\rho^{(s)}\Delta^{(1)})^{2}},$$
(236)

$$\omega \frac{d^2 N_{\Pi\Pi \mu}^{(1)}}{d\omega d\Omega} = \\ = \frac{e^2}{4\pi^2} \theta_{\perp}^2 \left(\frac{1}{\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2} + \frac{|\chi_a^i + \chi_b^i|}{2}} \right)^2 R_{\Pi\Pi \mu},$$
(24a)

$$R_{\Pi\Pi\Pi} = \frac{4\epsilon^2}{\xi(\omega)^2 + \epsilon} \exp\left(-b^{(1)}\rho^{(1)}\frac{1+\epsilon}{\epsilon}\right) \times \left[\sin^2\left(b^{(1)}\frac{\left(\sqrt{\xi(\omega)^2 + \epsilon}\right)}{\epsilon}\right) + (246)\right] + \sin^2\left(b^{(1)}\rho^{(1)}\frac{(1-\epsilon)\xi(\omega) + 2\epsilon\kappa^{(1)}}{2\epsilon\sqrt{\xi(\omega)^2 + \epsilon}}\right),$$

где

ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 4 2012



Рис. 3. Угловая плотность РХR релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку (W).

$$\Omega^{(1)}(\omega) = \sigma(\theta, \gamma) + \left(\xi(\omega) - \sqrt{\xi(\omega)^{2} + \varepsilon}\right) / \varepsilon$$

$$\sigma(\theta, \gamma) = \frac{\pi}{\left|\chi_{b}^{'} - \chi_{a}^{'}\right|} \left(\theta_{\perp}^{2} + \gamma^{-2} + \frac{\left|\chi_{a}^{'} + \chi_{b}^{'}\right|}{2}\right),$$

$$\Delta^{(1)} = \frac{\varepsilon + 1}{2\varepsilon} - \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^{2} + \varepsilon}} - \frac{\kappa^{(1)}}{\sqrt{\xi^{2} + \varepsilon}},$$

$$\xi(\omega) = \frac{2\pi \sin^{2}(\theta_{B})}{\left|\chi_{b}^{'} - \chi_{a}^{'}\right|} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{B}}\right) + \frac{1 - \varepsilon}{2\nu^{(1)}},$$

$$^{(1)} = \frac{2}{\pi} \frac{\left|\chi_{b}^{''} - \chi_{a}^{''}\right|}{\chi_{b}^{''} + \chi_{a}^{''}}, \quad \rho^{(1)} = \frac{\pi}{2} \frac{\left|\chi_{b}^{''} + \chi_{a}^{''}\right|}{\chi_{b}^{'} - \chi_{a}^{'}}, \quad (25)$$

$$\nu^{(1)} = \frac{2}{\pi} \frac{\left|\chi_{b}^{'} - \chi_{a}^{''}\right|}{\chi_{b}^{'} + \chi_{a}^{''}}, \quad \theta_{\perp} = \theta \sin \varphi.$$

Угловые плотности механизмов ПРИ и ДПИ запишем в следующем виде:

$$\frac{dN_{\Pi P \mu}^{(l)}}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\theta_{\perp}^2}{\left(\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2} + \frac{\left|\chi_a' + \chi_b'\right|}{2}\right)^2} \int R_{\Pi P \mu} \frac{d\omega}{\omega}, \quad (26a)$$
$$\frac{dN_{\Pi \Pi \mu}^{(l)}}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \theta_{\perp}^2 \times$$
$$\times \left(\frac{1}{\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2} + \frac{\left|\chi_a' + \chi_b'\right|}{2}\right)^2} \int R_{\Pi \Pi \mu} \frac{d\omega}{\omega}. \quad (266)$$



Рис. 4. Угловая плотность РХR релятивистского электрона, пересекающего искусственную периодическую слоистую структуру (Be–W) в условиях аналогичных рис. 3.

Для сравнения угловых плотностей излучения в искусственной периодической и кристаллической средах в приближенных условиях запишем выражения для угловой плотности ДПИ в кристалле для о-поляризованных волн:

$$\frac{dN_{\Pi\Pi\mu}^{(0)Cr}}{d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2} \theta_{\perp}^2 \times \left(\frac{1}{\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2}} - \frac{1}{\theta_{\perp}^2 + \gamma^{-2} - \chi_0'}\right)^2 \int R_{\Pi\Pi\mu} \frac{d\omega}{\omega}.$$
(27)

Здесь соответствующие обозначения (26) имеют вид:

$$\kappa^{(1)} = \frac{\chi_{g}^{''}}{\chi_{0}^{''}}, \quad \rho^{(1)} = \frac{\chi_{0}^{''}}{\left|\chi_{g}^{'}\right|}, \quad \nu^{(1)} = \frac{\chi_{g}^{'}}{\chi_{0}^{'}},$$

$$\sigma(\theta, \gamma) = \frac{1}{\left|\chi_{g}^{'}\right|} \left(\theta_{\perp}^{2} + \gamma^{-2} - \chi_{0}^{'}\right), \quad (28)$$

$$\xi(\omega) = \frac{2\sin^{2}(\theta_{B})}{\left|\chi_{g}^{'}\right|} \left(1 - \frac{\omega}{\omega_{B}}\right) + \frac{1 - \varepsilon}{2\nu^{(1)}}.$$

По формулам (26б) и (27) построены кривые угловой плотности ДПИ ($\omega_{\rm B} = 8 \ \kappa \Rightarrow B$) в кристаллической мишени вольфрама W (рис. 3) и ДПИ в искусственной периодической структуре, состоящей из аморфных слоев бериллия Ве и W (рис. 4). Путь электрона и фотона ДПИ в мишени $L_{\rm e} = 50$ мкм, $L_{\rm phot} = 16.6$ мкм выбраны одинаковыми для обоих случаев. Из рис. 3 и 4 следует, что угловая плотность ДПИ из искусственной периодической структуры более чем на три порядка превышает

ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 4 2012

κ



Рис. 5. Спектр РХR в кристаллической среде (W).



Рис. 6. Спектр РХК в искусственной периодической слоистой структуре (Be–W).

угловую плотность ДПИ из кристалла в аналогичных условиях. Кривые, представленные на рис. 5, построенные по формуле (23), демонстрируют спектры ПРИ в искусственной периодической структуре для различных углов наблюдения. Из рис. 5 следует, что частота пика ПРИ резко зависит от угла наблюдения, что, естественно, приводит к слабой монохроматичности выхода ПРИ. Кривые, представленные на рис. 6, построенные по формуле (24), демонстрируют спектры ДПИ при двух разных углах наблюдения. Из рис. 6 следует, что ДПИ более монохроматично, чем ПРИ, что является интересным с точки зрения создания интенсивного квазимонохроматического рентгеновского источника. Рассмотрим возможность оптимизации выхода ДПИ в зависимости от толщины мишени L. Для этого построим зависимость от толщины мишени угловой плотности ДПИ при фиксированном угле наблюдения (рис. 7). Как и



Рис. 7. То же, что на рис. 4, но для другого параметра асимметрии ε.



Рис. 8. Угловая плотность РХR релятивистского электрона, пересекающего искусственную периодическую слоистую структуру (Be–Mo).

следовало ожидать, плотность ДПИ сначала растет с увеличением толщины, затем из-за поглощения волн средой падает. В представленной на этом рисунке зависимости наблюдаются колебания. отражающие процесс перекачки энергии из падающей волны в отраженную и обратно. Толщина мишени, соответствующая первому максимуму на угловой плотности ДПИ, является оптимальной для мишени-радиатора. Построим угловую плотность ДПИ и ПРИ при оптимальной толщине мишени (рис. 8). Из рис. 8 следует, что в этом случае угловая плотность ДПИ существенно превышает угловую плотность ПРИ и более чем в десять раз превышает угловую плотность ДПИ для неоптимальной толщины, представленной на рис. 4.

ПОВЕРХНОСТЬ. РЕНТГЕНОВСКИЕ, СИНХРОТРОННЫЕ И НЕЙТРОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ № 4 2012

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пеискусственную периодическую ресекающего структуру в геометрии рассеяния Лауэ. Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики излучения в направлении рассеяния Брэгга. На основе полученных выражений показано, что угловая плотность ДПИ из слоистой мишени более чем на два порядка превышает угловую плотность излучения в монокристаллическом радиаторе в аналогичных условиях. Выявлено, что ДПИ в искусственной периодической структуре более монохроматичным, чем ПРИ. В связи с этим механизм ДПИ в искусственной периодической структуре более перспективен с точки зрения создания нового интенсивного квазимонохроматического источника рентгеновского излучения с перестраиваемой частотой. Показано, что выход ДПИ в искусственной периодической структуре в максимуме угловой плотности растет до некоторой оптимальной толщины пластинки, затем падает из-за фотопоглощения в мишени, т.е. существует оптимальная толщина радиатора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гарибян Г.М., Ян Ши. Рентгеновское переходное излучение. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1983. 320 с.
- 2. Caticha A. // Phys. Rev. A. 1989. V. 40. P. 4322.
- 3. Nasonov N.N. // Phys. Lett. A. 1998. V. 246. P. 148.
- 4. *Artru X., Rullhusen P. //* Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 1998. V. 145. P. 1.

- 5. *Тер-Микаэлян М.Л.* Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1969. С. 459.
- 6. Гарибян Г.М., Ян Ши // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. Р. 930.
- 7. Барышевский В.Г., Феранчук И.Д. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. Р. 944.
- Nasonov N., Noskov A. // Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 2003. V. 201. P. 67.
- Kubankin A.S., Nasonov N.N., Sergienko V.I., Vnukov I.E. // Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 2003. V. 201. P. 97.
- 10. Adischev Y.N., Arishev S.N., Vnukov A.V. et al. // Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 2003. V. 201. P. 114.
- 11. *Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R. et al.* // Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 2005. V. 227. P. 41.
- 12. *Blazhevich S., Noskov A.* // Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 2006. V. 252. P. 69.
- 13. Блажевич С.В., Носков А.В. // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2009. № 6. С. 71.
- 14. *Блажевич С.В., Носков А.В. //* ЖЭТФ. 2009. Т. 136. Вып. 6. С. 1043.
- Blazhevich S.V., Noskov A.V.// Nucl. Instrum. Methods. Phys. Res. B. 2008. V. 266. P. 3770.
- Piestrup M.A., Boyers D.G., Pincus C.I. et al. // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. P. 1183.
- 17. Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R., Piestrup M.A., Gary C.K. // Phys. Rev. E. 2003. V. 68. P. 3604.
- Пинскер З.Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974. 369 с.
- Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.

Diffracted Transition Radiation of a Relativistic Electron in the Artificial Periodic Structure

S. V. Blazhevich, I. V. Kolosova, A. V. Noskov

Theory of coherent X-radiation of the relativistic electron crossing an artificial periodic layered structure in Laue geometry is created. The expressions describing the spectral-angular characteristics of the radiation in the Bragg scattering direction are derived and investigated. The radiation was considered similarly to the coherent radiation in crystal medium as the result of coherent summation of the contribution of two mechanisms – parametric X-radiation (PXR) and diffracted transition radiation (DTR). It is shown, that DTR yield from multilayer target can exceed by a factor of ten the same yield in a single crystal under similar conditions.