



УДК 537.8

КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В ТРЕХСЛОЙНОЙ МИШЕНИ**COHERENT X-RAY RADIATION BY RELATIVISTIC ELECTRON BEAM IN A TRILAMINAR TARGET****С.В. Блажевич, А.В. Носков, С.Н. Немцев, О.Ю. Шевчук
S.V. Blazhevich, A.V. Noskov, S.N. Nemtsev, O.Yu. Shevchuk***Белгородский национальный исследовательский университет, Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85
Belgorod National Research University, 85 Pobedy St, Belgorod, 308015, Russia**E-mail: noskov_a@bsu.edu.ru*

Аннотация. В работе развита теория когерентного рентгеновского излучения, генерируемого пучком релятивистских электронов, пересекающих структуру трехслойную состоял из аморфного, вакуумного и монокристаллического слоев. Была показана возможность существования конструктивной интерференции волн переходного излучения, генерируемого на различных границах слоев. Было показано, что небольшие изменения толщины слоя не приводит к такому значительному изменению интерференции, которое может превратить его конструктивный характер в деструктивный. Показана возможность интерференции дифрагированного переходного и параметрического излучения в рассматриваемой структуре.

Resume. The dynamic theory of coherent X-ray radiation by relativistic electron crossing a two-layer structure consisting of an amorphous layer and a layer with artificial periodic structure has been developed. The process of radiation and propagation of X-ray waves in an artificial periodic structure has been considered based on two-wave approximation of dynamic diffraction theory in Laue scattering geometry.

Ключевые слова: релятивистский электрон, параметрическое рентгеновское излучение, дифрагированное переходное излучение.

Key words: relativistic electron, parametric X-radiation, diffracted transition radiation, periodic layered medium.

1. Введение

При пересечении равномерно движущимся релятивистским электроном границы раздела двух сред возникает переходное излучение (ПИ) [1], генерируемое вблизи направления скорости электрона. Исследования переходного излучения для различных систем продолжаются и в настоящее время. Большой интерес к переходному излучению релятивистских электронов связан с возможностью его использования в качестве альтернативного источника рентгеновского излучения [2]. При пересечении заряженной частицей поверхности кристаллической пластинки фотоны ПИ, возникающие на передней границе, дифрагируют на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, образуя в узком спектральном диапазоне дифрагированное переходное излучение (ДПИ или DTR) [3-4], фотоны которого движутся в направлении рассеяния Брэгга. Вклад в ДПИ дает только переходное излучение, возникающее на первой границе кристаллической мишени, что не дает возможности увеличения выхода за счет конструктивной интерференции волн ПИ от разных границ. Когда быстрая заряженная частица движется через кристалл, ее кулоновское поле рассеивается на системе параллельных атомных плоскостей кристалла, порождая параметрическое рентгеновское излучения (ПРИ или PXR) [5-7], фотоны которого вместе с фотонами DTR движутся в направлении рассеяния Брэгга. Необходимо отметить, что во всех цитируемых работах



процесс когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона всегда рассматривался отдельно в кристалле и аморфной среде.

В работах [8-9] была развита теория когерентного рентгеновского излучения релятивистского электрона, пересекающего составные структуры «аморфный слой -монокристалл» и «аморфный слой – вакуум - монокристалл». При этом излучение и рассеяние рентгеновских волн в монокристаллическом слое рассматривалось в рамках динамической теории дифракции. В этих работах было показано, что в указанных структурах можно существенно увеличить спектрально-угловую плотность ДПИ.

В настоящей работе в рамках двух волнового приближения динамической теории дифракции рентгеновских волн в кристалле рассматривается процесс когерентного рентгеновского излучения пучка релятивистских электронов, пересекающих трехслойную мишень, состоящую из двух аморфных и одного монокристаллического слоев. Рассматривается частный случай, когда второй аморфный слой является вакуумом (воздухом).

2. Амплитуда излучения

Рассмотрим пучок релятивистских электронов, пересекающих трехслойную структуру, состоящую из двух аморфных и одного кристаллического слоев (рис. 1) с толщинами соответственно C , a и B . Диэлектрические восприимчивости аморфных сред обозначим соответственно χ_c и χ_a . χ_0 - средняя диэлектрическая восприимчивость кристалла, χ_g - коэффициент Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки \mathbf{g} :

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} (\chi'_{\mathbf{g}}(\omega) + i\chi''_{\mathbf{g}}(\omega)) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}).$$

Введем угловые переменные ψ , θ и θ_0 в соответствии с определениями вектора скорости релятивистского электрона \mathbf{V} и единичных векторов \mathbf{n} (в направлении импульса фотона излученного вблизи скорости электрона) и $\mathbf{n}_{\mathbf{g}}$ (в направлении рассеяния Брэгга $\mathbf{n}_{\mathbf{g}}$):

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^{-2} - \frac{1}{2}\psi^2\right) \mathbf{e}_1 + \psi, & \mathbf{e}_1\psi &= 0 \\ \mathbf{n} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta_0^2\right) \mathbf{e}_1 + \theta_0, & \mathbf{e}_1\theta_0 &= 0, & \mathbf{e}_1\mathbf{e}_2 &= \cos 2\theta_B, \\ \mathbf{n}_{\mathbf{g}} &= \left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right) \mathbf{e}_2 + \theta, & \mathbf{e}_2\theta &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где θ - угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , ψ - угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , θ_0 - угол между направлением распространения падающего псевдо фотона кулоновского поля релятивистского электрона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ - Лоренц-фактор частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка: $\theta = \theta_{\parallel} + \theta_{\perp}$, $\theta_0 = \theta_{0\parallel} + \theta_{0\perp}$, $\psi = \psi_{\parallel} + \psi_{\perp}$.



Будем рассматривать излучение одного электрона в пучке, пересекающего трехслойную структуру под углом $\psi(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel})$ относительно оси электронного пучка e_1 .

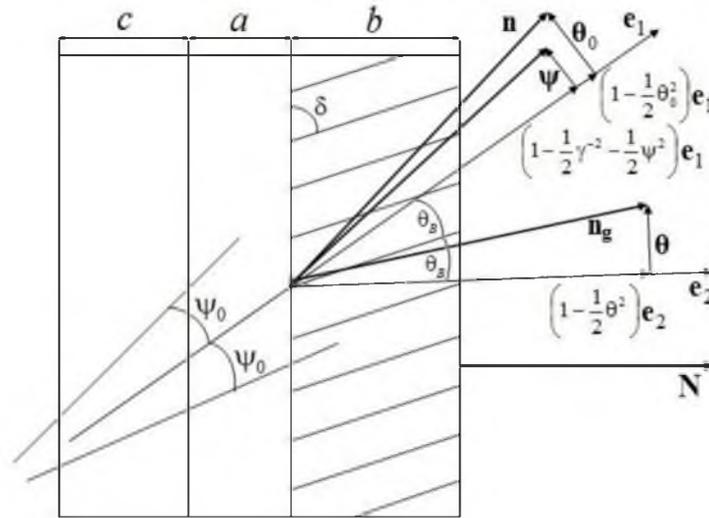


Рис. 1. Геометрия процесса излучения

Выполнив для направления распространения излученного фотона $k_g = k_g n_g$ (см. рис. 1) аналитические процедуры аналогичные представленным в работах [8,9], получим выражение, описывающее амплитуду поля излучения электрона, пересекающего с постоянной скоростью трехслойную структуру, в направлении рассеяния Брэгга $E_g^{(s)Rad}$. Представим ее как сумму амплитуд дифрагированного переходного излучения и параметрического рентгеновского излучения

$$E_g^{(s)Rad} = E_{DTR}^{(s)} + E_{PXR}^{(s)}, \tag{2a}$$

$$E_{DTR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\Omega^{(s)}}{\omega} e^{i\left(\frac{\omega\chi_0 + \lambda_g^*}{2}\right)\frac{(c+a+b)}{\gamma_g}} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \left(e^{i\frac{\lambda_g^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} - e^{i\frac{\lambda_g^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} \right)$$

$$\times \left[\left(\frac{1}{\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_c} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^{-2}} \right) e^{-i\frac{\omega c}{2\gamma_0}(\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_c) - i\frac{\omega a}{2\gamma_0}(\gamma^{-2} + \theta^2 - \chi_a)} + \left(\frac{1}{\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_a} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_c} \right) e^{-i\frac{\omega a}{2\gamma_0}(\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_a)} + \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_0} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_a} \right] \tag{2b}$$

$$E_{PXR}^{(s)} = \frac{8\pi^2 ieV\Omega^{(s)}}{\omega} e^{i\left(\frac{\omega\chi_0 + \lambda_g^*}{2}\right)\frac{(c+a+b)}{\gamma_g}} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s)}}{2\omega \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^{(1)} - \lambda_g^{(2)})} \left[\left(\frac{1}{\chi_0 - \gamma^{-2} - \Omega^2} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(1)})} \right) \times \left(e^{i\frac{\lambda_g^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} - 1 \right) - \left(\frac{1}{\chi_0 - \gamma^{-2} - \Omega^2} + \frac{\omega}{2 \frac{\gamma_0}{\gamma_g} (\lambda_g^* - \lambda_g^{(2)})} \right) \left(e^{i\frac{\lambda_g^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}} b} - 1 \right) \right], \tag{2c}$$



где $\gamma_0 = \cos \psi_0$, $\gamma_g = \cos \psi_g$, ψ_0 - угол между волновым вектором падающей волны $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ и вектором нормали \mathbf{N} к поверхности кристаллической пластинки, ψ_g - угол между волновым вектором $\mathbf{k}_g = k_g \mathbf{n}_g$ и вектором \mathbf{N} (см. рис. 1), γ - Лоренц - фактор.

В выражениях (2) приняты следующие обозначения

$$\Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \Omega^2 = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{(1,2)} = \frac{\omega |\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}{2} \left(\xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon - 2i\rho^{(s)} \left(\frac{1-\varepsilon}{2} \xi^{(s)} + \kappa^{(s)} \varepsilon \right)} - \rho^{(s)2} \left(\frac{1-\varepsilon}{4} + \kappa^{(s)2} \varepsilon \right) \right),$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^* = \frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \lambda_0^*, \lambda_0^* = \omega \left(\frac{\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi_0}{2} \right), \beta = \frac{1}{\omega^2} (k_{\mathbf{g}}^2 - k^2) - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \right)$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1-\varepsilon}{2v^{(s)}}, \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}} \left(1 - \frac{\omega(1-\theta \cos \varphi \cot \theta_B)}{\omega_B} \right)$$

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}, \rho^{(s)} = \frac{\chi_0''}{|\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}, v^{(s)} = \frac{\chi'_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{\chi_0'}, \kappa^{(s)} = \frac{\chi_{\mathbf{g}}'' C^{(s)}}{\chi_0''}, C^{(1)} = 1, C^{(2)} = \cos 2\theta_B. \quad (3)$$

Выражения (2) при $s=1$ описывают поля σ - поляризованные, а при $s=2$ поля π - поляризованные. Так как излучаемое релятивистским электроном электромагнитное поле является поперечным в рентгеновском диапазоне частот, то падающая $\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega)$ и дифрагированная $\mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega)$ в монокристалле волны определяются двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}(\mathbf{k} + \mathbf{g}, \omega) &= E_{\mathbf{g}}^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)} + E_{\mathbf{g}}^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где вектора $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_0^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$, а векторы $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}$ перпендикулярны вектору $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = \mathbf{k} + \mathbf{g} = k_{\mathbf{g}} \mathbf{n}_{\mathbf{g}}$. Векторы $\mathbf{e}_0^{(2)}$, $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(2)}$ лежат в плоскости векторов \mathbf{k} и $\mathbf{k}_{\mathbf{g}}$ (π - поляризация), а вектора $\mathbf{e}_0^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{\mathbf{g}}^{(1)}$ перпендикулярны ей (σ - поляризация).

Выражения (2b) и (2c) описывают амплитуды полей ПРИ и ДПИ релятивистского электрона, пересекающего трехслойную структуру под углом $\psi(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel})$ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Выражения получены в рамках двухволнового приближения динамической теории дифракции с учетом угла между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхности мишени (угол δ). Слагаемые в квадратных скобках выражения (2b) описывают переходные излучения, генерируемые на первой, второй и третьей границы соответственно, которые динамически рассеиваются в монокристаллическом слое. Динамическое рассеяние в монокристаллическом слое описывается множителем перед квадратной скобкой.

Важным параметром в выражениях (3) является параметр ε , определяющий степень асимметрии отражения поля в монокристаллическом слое относительно поверхности мишени, δ - угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Параметр $\rho^{(s)}$, характеризующий степень поглощения рентгеновских волн в кристалле, равен отношению длины экстинкции $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega |\chi'_{\mathbf{g}}| C^{(s)}$ к длине поглощения $L_{abs} = 1/\omega \chi_0''$ рентгеновских волн: $\rho^{(s)} = L_{ext}^{(s)} / L_{abs}$. Параметр



$v^{(s)}$, принимающий значения в промежутке $0 \leq v^{(s)} \leq 1$, определяет степень отражения волн от кристалла, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей (конструктивным ($v^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($v^{(s)} \approx 0$)). Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномального слабого фотопоглощения (эффекта Бормана) в прохождении рентгеновских фотонов излучений ПРИ и ДПИ через монокристаллический слой.

3. Спектрально-угловая плотность излучения

Рассмотрим ДПИ и ПРИ для случая, когда второй слой является вакуумом (воздухом) ($\chi_a = 0$). Для выявления и анализа эффектов, не связанных с поглощением, рассмотрим простой случай тонкой непоглощающей мишени $\chi_0'' = \chi_c'' = 0$.

Используя хорошо известное выражение для спектрально-угловой плотности рентгеновского излучения [10]

$$\omega \frac{d^2 N}{d\omega d\Omega} = \omega^2 (2\pi)^{-6} \sum_{s=1}^2 |E_g^{(s)Rad}|^2, \quad (5)$$

получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности DTR и PXR в рассматриваемой трехслойной мишени «аморфная среда – вакуум – кристалл»:

$$\omega \frac{d^2 N_{DTR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \equiv T_{DTR}^{(s)} = T_1^{(s)} + T_2^{(s)} + T_{int}^{(s)}, \quad (6a)$$

$$T_1^{(s)} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_c} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) R_{DTR}^{(s)}, \quad (6b)$$

$$T_2^{(s)} = \frac{e^2}{4\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 R_{DTR}^{(s)}, \quad (6c)$$

$$T_{int}^{(s)} = \frac{e^2}{2\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda_c} \right) \times \left[\cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda \right) - \cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda + \frac{c\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) \right] R_{DTR}^{(s)}, \quad (6d)$$

$$R_{DTR}^{(s)} = \frac{4\varepsilon^2}{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \sin^2 \left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right), \quad (6e)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = T_{PXR}^{(s)} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Lambda_0^2} \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}} \right)^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_1^{(s)} \right)}{\Sigma_1^{(s)2}}, \quad (7)$$

где

$$\Lambda_0 = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^{-2} - \chi_0', \quad \Lambda_c = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^{-2} - \chi_c'$$



$$\Lambda = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^{-2}, \Sigma_1^{(s)} = \sigma^{(s)} + \left(\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \right) / \varepsilon, b^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{b}{L_{ext}^{(s)}},$$

$$\sigma^{(s)} = \frac{1}{|\chi'_g| C^{(s)}} (\Omega^2 + \gamma^{-2} - \chi'_0).$$
(8)

Функции $T_1^{(s)}$ и $T_2^{(s)}$ описывают спектрально-угловые плотности DTR, соответствующие волнам переходных излучений, генерируемых в аморфном слое и на передней границе кристаллического слоя соответственно, а функция $T_{int}^{(s)}$ описывает интерференцию этих волн. $R_{DTR}^{(s)}$ - функция описывающая спектр DTR.

Конструктивная интерференция волн ПИ, в окрестности частоты Брэгга ω_B , от разных границ аморфного слоя может существенно увеличить спектрально-угловую плотность DTR. Условием конструктивной интерференции, следующим из (6b), является соотношение

$$\frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c = (2n + 1) \frac{\pi}{2}, \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$
(9a)

Дополнительно спектрально-угловую плотность ДПИ можно увеличить за счет конструктивной интерференции волн переходного излучения от аморфного слоя и передней границе кристаллического слоя, которая будет иметь место при выполнении следующее из (6d) условия

$$\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda = (2m + 1)\pi, \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$
(9b)

Используя (2) и (5), получим выражение, описывающие интерференцию механизмов излучения DTR и PXR

$$\textcircled{3} \frac{d^2 N_{INT}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = T_{PXR, DTR}^{int(s)},$$
(10a)

$$T_{int(PXR, DTR)}^{(s)} = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Lambda_0} \left[\left(\frac{1}{\Lambda_c} - \frac{1}{\Lambda} \right) R_{INT}^{(s)(1)} + \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) R_{INT}^{(s)(2)} \right],$$
(10b)

$$R_{INT}^{(s)(1)} = -16\varepsilon \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \frac{1}{\Sigma_1^{(s)}} \sin\left(\frac{b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) \times$$

$$\times \sin\left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_1^{(s)}\right) \sin\left(\frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c\right) \times$$

$$\times \sin\left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \Lambda + \frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \Lambda_c + \frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_2^{(s)}\right),$$
(10c)

$$R_{INT}^{(s)(2)} = 8\varepsilon \frac{\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \frac{1}{\Sigma_1^{(s)}} \sin\left(\frac{b^{(s)} \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon}\right) \sin\left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_1^{(s)}\right) \cos\left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_2^{(s)}\right).$$
(10d)

где $\Sigma_2^{(s)} = \sigma^{(s)} + \left(\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \right) / \varepsilon$.

Найдем угловые плотности ДПИ, ПРИ и интерференционное слагаемое, проинтегрировав выражения (6), (7) и (10) по частотной функции $\xi^{(s)}(\omega)$, используя соотношение

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{|\chi'_g| C^{(s)}}{2 \sin^2 \theta_B} d\xi^{(s)},$$

которое следует из выражения для $\xi^{(s)}(\omega)$ в (3). Угловая плотность ДПИ принимает вид:



$$\frac{dN_{DTR}^{(s)}}{d\Omega} \equiv F_{DTR}^{(s)} = F_1^{(s)} + F_2^{(s)} + F_{int}^{(s)}, \quad (11a)$$

$$F_1^{(s)} = \frac{e^2 |\chi'_g| C^{(s)}}{2\pi^2 \sin^2 \theta_B} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_c} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) \int_{-\infty}^{\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi, \quad (11b)$$

$$F_2^{(s)} = \frac{e^2 |\chi'_g| C^{(s)}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi, \quad (11c)$$

$$F_{int}^{(s)} = \frac{e^2 |\chi'_g| C^{(s)}}{4\pi^2 \sin^2 \theta_B} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda_c} \right) \times \left[\cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda \right) - \cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda + \frac{c\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) \right] \int_{-\infty}^{+\infty} R_{DTR}^{(s)} d\xi, \quad (11d)$$

Угловая плотность ПРИ

$$\frac{dN_{PXR}^{(s)}}{d\Omega} \equiv F_{PXR}^{(s)} = \frac{e^2 |\chi'_g| C^{(s)}}{2\pi^2 \sin^2 \theta_B} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Lambda_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}} \right)^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_1^{(s)} \right)}{\Sigma_1^{(s)2}} d\xi. \quad (12)$$

Слагаемое, являющееся результатом интерференции ПРИ и ДПИ

$$\frac{dN_{PXR,DTR}^{(s)}}{d\Omega} \equiv F_{int(PXR,DTR)}^{(s)} = \frac{e^2 |\chi'_g| C^{(s)}}{8\pi^2 \sin^2 \theta_B} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Lambda_0} \left[\left(\frac{1}{\Lambda_c} - \frac{1}{\Lambda} \right) \int_{-\infty}^{\infty} R_{INT}^{(s)(1)} d\xi + \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) \int_{-\infty}^{\infty} R_{INT}^{(s)(2)} d\xi \right]. \quad (13)$$

Выражения (6), (7), (10) - (13) описывают спектрально-угловые и угловые плотности ПРИ, ДПИ релятивистского электрона, пересекающего составную трехслойную структуру под углом $\psi(\psi_{\perp}, \psi_{\parallel})$ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , а также их интерференцию. Эти выражения являются главным результатом настоящей работы. Усредняя эти выражения по заданной двумерной функции распределения электронов в пучке, можно найти спектрально-угловые и угловые плотности и интерференционные слагаемые излучений, для пучка электронов, нормированные на один электрон.

Далее проведем усреднение этих выражений по возможным направлениям движения электрона в пучке, распределенным, для примера, согласно двумерной функции распределения Гаусса

$$f(\psi) = \frac{1}{\pi\psi_0^2} e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2}}, \quad (14)$$

где параметр ψ_0 будем называть расходимостью пучка излучающих электронов (см. рис. 1). Угол ψ_0 определяет конус, ограничивающий часть пучка электронов, за пределами которого плотность электронов уменьшается более чем в e раз по сравнению с плотностью на оси пучка. Запишем усредненные выражения, для спектрально-угловых и угловых плотностей ДПИ, ПРИ и их интерференций, нормированные на один электрон в виде

$$\langle T_j^{(s)} \rangle = \frac{1}{\pi\psi_0^2} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2}} T_j^{(s)}, \quad (15)$$

$$\langle F_j^{(s)} \rangle = \frac{1}{\pi \psi_0^2} \iint d\psi_{\perp} d\psi_{\parallel} e^{-\frac{\psi^2}{\psi_0^2}} F_j^{(s)}, \quad (16)$$

где индекс j может принимать следующие обозначения $j = DTR, 1, 2, \text{int}, PXR, \text{int}(PXR, DTR)$.

4. Численные расчеты

Используя полученные выражения (15) и (16), проведем численные расчеты. Рассмотрим когерентное рентгеновское излучение пучка релятивистских электронов с энергией $E = 250 \text{ MeV}$, пересекающих трехслойную структуру, состоящую из аморфного углерода С, слоя вакуума (воздуха) и слоя монокристаллического кремния Si(111). Пусть пучок электрона пересекает монокристаллической слой в условиях симметричного отражения, то есть система отражающих атомных плоскостей кристалла перпендикулярна поверхности слоя $\delta = \pi/2$ ($\epsilon = 1$), при этом $\omega_B = 8 \text{ keV}$ и $\theta_B \approx 14,5^\circ$. Будем рассматривать σ -поляризованные волны ($s=1$), при этом $\theta_{\parallel} = 0$. Рассмотрим зависимость угловой плотности ДПИ в указанных условиях от расходимости пучка релятивистских электронов. Выберем толщины аморфного слоя и слоя вакуума соответственно $c=4.1 \mu\text{m}$, $a=19 \mu\text{m}$, при которых выполняются условия (9a) (при $n=0$) и (9b) (при $m=0$) конструктивных интерференций волн переходных излучений в точке максимума угловой плотности ДПИ ($\theta = \gamma^{-1} \approx 2 \text{ mrad}$). На рис. 2. представлены, построенные по формулам (16) с учетом (11a) кривые, демонстрирующие зависимость угловой плотности ДПИ в рассматриваемой трехслойной структуре от величины угла расходимости пучка релятивистских электронов.

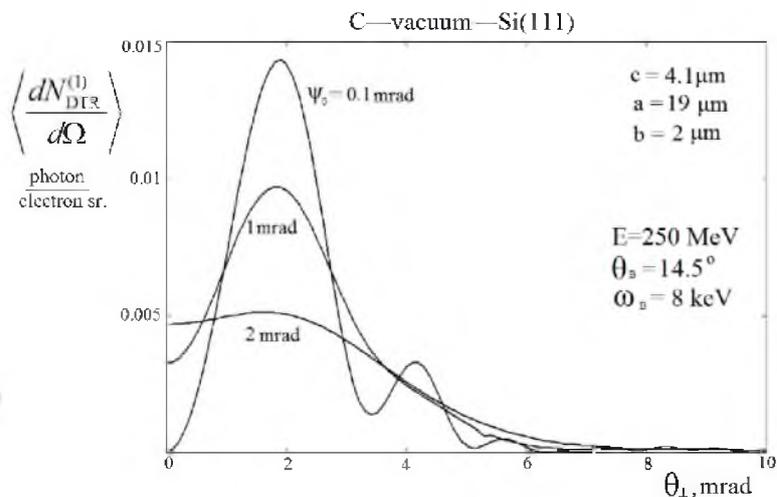


Рис. 2. Угловая плотность ДПИ при различной расходимости электронного пучка.
 Fig. 2. The angular density of DTR at different divergence of the electron beam.

На рис. 3 представлены кривые, построенные по формулам (16) с учетом (11), демонстрирующие вклады переходного излучения от аморфного слоя $\langle F_1^{(1)} \rangle$, передней границы монокристаллического слоя $\langle F_2^{(1)} \rangle$ и их интерференционного слагаемого $\langle F_{\text{int}}^{(1)} \rangle$ в суммарную угловую плотность ДПИ $\langle F_{DTR}^{(1)} \rangle$ при $\psi_0 = 0.1 \text{ mrad}$ (см.рис. 2). На рис. 3 виден существенный вклад переходного излучения от аморфного слоя и интерференционного слагаемого ПИ от аморфного слоя и передней границы кристаллического слоя в суммарную угловую плотность ДПИ. Кривые, изобра-



женные непрерывной линией, построены для случая выполнения условий (9а) и (9б) конструктивности интерференций волн ПИ. На рис. 3 кривые, изображенные пунктирной линией, построены для толщины аморфного слоя $c=5\mu\text{m}$ и слоя вакуума $a=17\mu\text{m}$. Из рисунка следует, что небольшое изменение толщин слоев не приводит к резкому изменению интерференции с конструктивной на деструктивную.

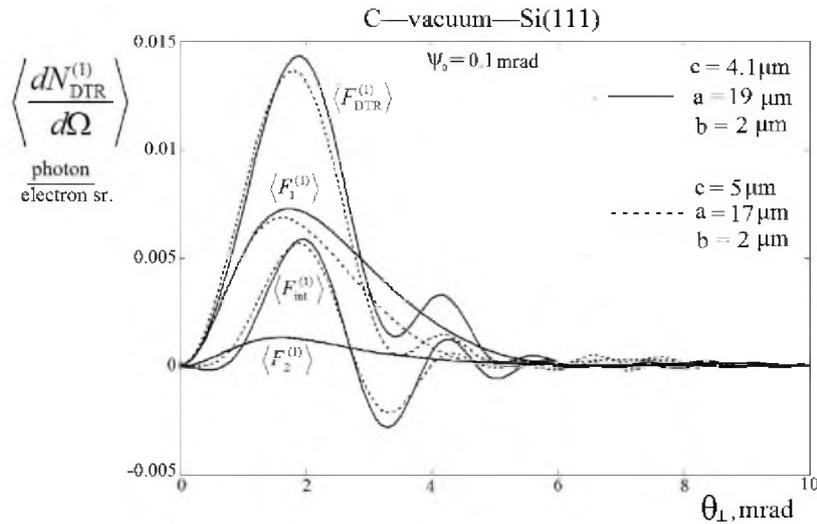


Рис. 3. Вклад переходных излучений от аморфного слоя $\langle F_1^{(1)} \rangle$, передней границы монокристаллического слоя $\langle F_2^{(1)} \rangle$ и их интерференционного слагаемого $\langle F_{int}^{(1)} \rangle$ в суммарную угловую плотность ДПИ $\langle F_{DTR}^{(1)} \rangle$.

Fig. 3. The contribution of transition radiation from an amorphous layer $\langle F_1^{(1)} \rangle$, the anterior border of the monocrystalline layer $\langle F_2^{(1)} \rangle$ and their interference term $\langle F_{int}^{(1)} \rangle$ into the total angular density of DTR.

Рассмотрим возможность интерференции волн ДПИ и ПРИ в рассматриваемой трехслойной структуре. На рис. 4 представлены кривые, построенные по формулам (16) и (11а), (12), (13), демонстрирующие возможность существенного влияния интерференции ПРИ и ДПИ при определенном угле наблюдения. При этом угловая плотность ПРИ мала, что связано с малой величиной толщины $b=2\mu\text{m}$ монокристаллического слоя, в котором формируется ПРИ.

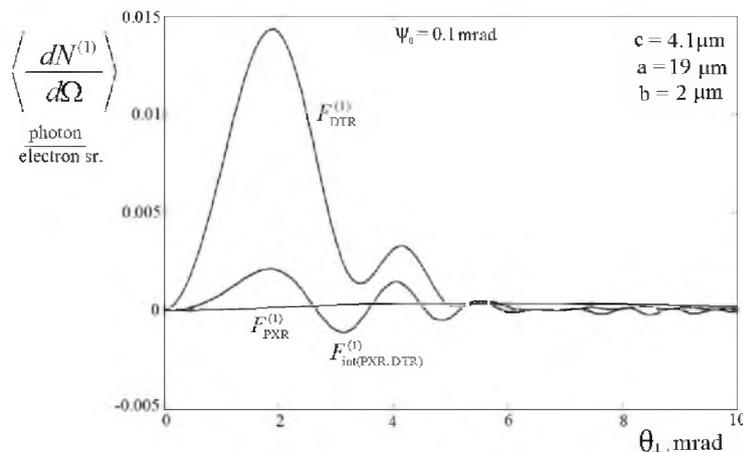


Рис. 4. Угловые плотности ПРИ, ДПИ и их интерференция.
Fig. 4. Angular density PXR, DTR and their interference.

Рассмотрим спектрально-угловые плотности ПРИ, ДПИ в условиях конструктивности интерференций (9а) и (9б) в окрестности частоты $\omega_b = 8keV$. На рис. 5 представлены кривые, по-

строенные по формулам (15) с учетом (6), (7), (10), описывающие спектрально-угловую плотность излучений при фиксированном угле наблюдения $\theta_{\perp} = 4$ mrad. Из рис. 5 следует, что при данном угле наблюдения вклад интерференции ПРИ и ДПИ ($\langle T_{int(PXR,DTR)}^{(1)} \rangle$) в суммарную спектрально-угловую плотность является существенным. Так же из рис. 5 виден положительный вклад интерференции волн ПИ от аморфного слоя и передней границы кристаллического слоя $\langle T_{int}^{(1)} \rangle$

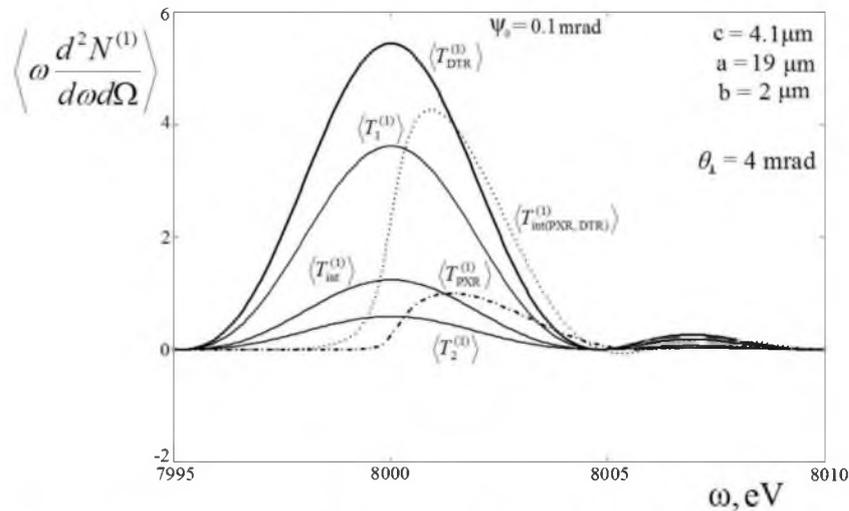


Рис. 5. Спектрально-угловые плотности ДПИ, ПРИ и их интерференция.
Fig. 6. The spectral-angular density of DTR, PXR and their interference.

На рис. 6 представлены кривые, описывающие спектрально-угловую плотность, при тех же параметрах, что на рис. 5, но при других значениях толщин аморфного слоя и вакуумного слоя. На рис. 6 по сравнению с рис. 5 видно незначительное уменьшение спектрально-угловых плотностей ДПИ и слагаемого, описывающего интерференцию ПРИ и ДПИ, однако интерференция осталась конструктивной.

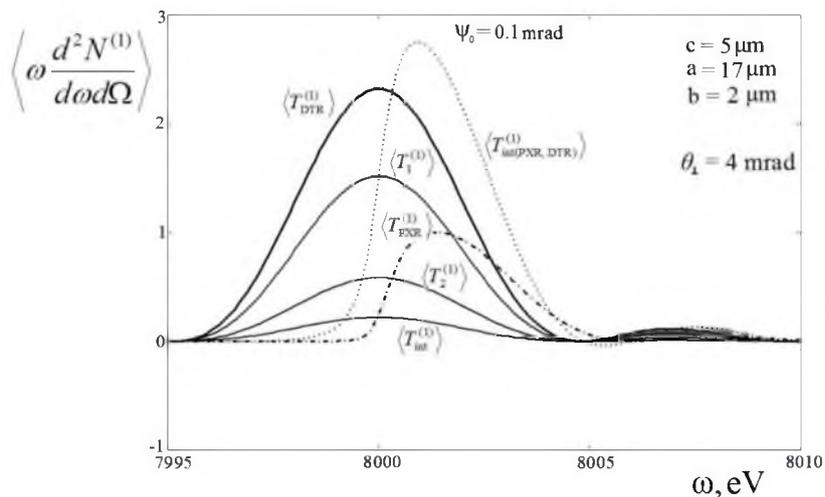


Рис. 6. То же, что на рис. 5, но при других толщинах аморфного и вакуумного слоев.
Fig. 6. Also that in Fig. 5, but with different thicknesses amorphous and vacuum layers

Таким образом, незначительное изменение толщин аморфного и вакуумного слоев не приводит к резкому изменению интерференции волн ПИ от аморфного слоя и передней границы



кристаллического слоя в ДПИ в окрестности частоты Брэгга, то есть интерференция не меняется свой конструктивной характер на деструктивный, а лишь немного ослабляется. Из этого факта следует утверждение о возможности экспериментального обнаружения и дальнейшего исследования интерференционных эффектов в рассматриваемой трехслойной мишени.

Заключение

В работе развита динамическая теория когерентного рентгеновского излучения пучка релятивистских электронов, пересекающих трехслойную структуру, состоящую из двух аморфных и кристаллического слоев. Рассмотрен частный случай структуры, когда второй слой является вакуумом (воздухом). В этом случае для исключения из рассмотрения поглощения излучения в мишени рассматриваются тонкие непоглощающие слои. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики ПРИ, ДПИ и их интерференцию одного релятивистского электрона пересекающего трехслойную структуру под определенным углом к оси электронного пучка. Далее проведено усреднение этих выражений по всем возможным направлениям движения электрона в пучке, распределенным согласно двумерной функции распределения Гаусса. Определены условия конструктивной интерференции волн переходного излучения от разных границ мишени, дающих вклад в дифрагированное переходное излучение. Показана возможность интерференции дифрагированного переходного излучения и параметрического рентгеновского излучения. Показано, что небольшие изменения толщин слоев не приводит к резкому изменению характера интерференции с конструктивного на деструктивный.

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (проектная часть государственного задания № 3.500.2014/К в сфере научной деятельности и государственное задание №2014/420).

Список литературы References

1. Ginzburg V.L., Tsytoich V.L. 1984. Transition Radiation and Transition Scattering. M., Nauka, 324.
2. Rullhusen R., Artru X. and Dhez P. 1999. Novel Radiation Sources Using Relativistic Electrons. – Singapore: World Scientific.
3. Caticha, A. 1989. Transition-diffracted radiation and the Čerenkov emission of x-rays Phys. Rev. A, 40: 4322.
4. Baryshevsky V. 1997. Parametric X-ray radiation at a small angle near the velocity direction of the relativistic particle. Nucl. Instr. and Meth. A, 122: 13.
5. Ter-Mikaelian M.L. 1972. High-Energy Electromagnetic Processes in Condensed Media, Wiley, New York.
6. Garibian G.M. Yang C. 1971. Quantum microscopic theory of radiation by a charged particle moving uniformly in a crystal. Sov. Phys. JETP, 34 (3) : 495.
7. Baryshevskii V. G., Feranchuk I. D. 1971. Transition radiation of γ -rays in a crystal. Sov. Phys. JETP, 34 : 502.
8. Blazhevich S. V., Noskov A.V. 2014. Coherent X-ray Radiation from a Relativistic Electron in a Combined Medium. J. Exp. Theor. Phys, 118: 550.
9. Blazhevich S.V., Zagorodnyuk R.A., Noskov A.V. 2014. Diffracted Transition Radiation of a Relativistic Electron in a Three-Layer Structure. J. Exp. Theor. Phys., 119 : 641.
10. Bazylev V., Zhevago N. 1987. Emission From Fast Particles Moving in a Medium and External Fields. Nauka, Moscow (in Russian)).