



УДК 004.89

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ  
ПОИСКА ПРЕДЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ****APPLYING GLOBAL OPTIMIZATION METHODS  
FOR SEARCHING OPEN PIT LIMITS****Д.В. Петров  
D.V. Petrov**

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет, Россия, 308015, Белгород, ул. Победы, 85  
Belgorod State National Research University, 85 Pobeda St, Belgorod, 308015, Russia*

*e-mail: petrov@bsu.edu.ru*

*Аннотация.* В данной статье показана возможность применения различных методов глобальной оптимизации для решения задачи определения граничных контуров карьеров. В частности, рассматриваются метод метода плавающего конуса и генетический алгоритм, проводится их сравнительный анализ, представляются результаты вычислительных экспериментов.

*Resume.* This article shows the possibility of using different methods for solving global optimization problem of determining the boundary contours of quarries. In particular, the method of partial enumeration (floating cone method) and genetic algorithm, a comparative analysis is carried out, are the results of computational experiments.

*Ключевые слова:* моделирование карьеров рудных месторождений, алгоритм плавающего конуса, генетические алгоритмы.

*Keywords:* modeling quarries of ore deposits, floating cone algorithm, genetic cryptographic algorithm.

**Введение**

В процессе проектирования открытой разработки недр задача определения конечных контуров карьера является одним из ключевых этапов. Ее решение позволяет оценить предельные значения получаемой прибыли от разработки месторождения при текущей цене на полезные компоненты. Также она является основой для дальнейших этапов проектирования таких, как прокладка кратчайших путей съездов в горных выработках и определение оптимальных мест расположения отвалов пустых пород [1].

При нахождении границ карьера необходимо учитывать пространственное распределение компонентов полезных ископаемых и принятых устойчивых или технологически допустимых углов откосов бортов. Основой для выполнения расчетов по оптимизации извлечения запасов является цифровая блочная модель месторождения. Вполне закономерно, что чем более масштабной и точной является блочная (воксельная, ячеистая) модель рудного месторождения, тем более вычислительно сложным является процесс расчетов.

В данной статье показана возможность применения различных методов глобальной оптимизации для решения задачи определения граничных контуров карьеров. В частности, рассматриваются метод частичного перебора (метод плавающего конуса) и генетический алгоритм, проводится их сравнительный анализ.

**Общая постановка задачи**

Для решения задачи поиска предельных границ карьера с применением ЭВМ используют блочную модель месторождения полезных ископаемых. Каждый блок данной модели характеризуется числом (весом), показывающим чистую прибыль, получаемую в ходе его добычи, с учетом процентного содержания полезных элементов, себестоимости его выработки и рыночной стоимости полезных компонентов.

На рисунке 1 приведен пример поперечного сечения блочной модели, красной линией отмечена оптимальная форма карьера в данном сечении.



-4	-4	-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
	-4	-4	-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
		-4	-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
			-4	-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
				-4	-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
					-4	-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
						-4	-4	8	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
							-4	0	12	12	8	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4
								-4	12	12	12	0	-4	-4	-4	-4	-4	-4	-4

Рис. 1. Пример поперечного сечения блочной модели месторождения

Fig. 1. An example of the cross section of the block model of the deposit

Желтые блоки с положительным значением веса – блоки, которые содержат полезные элементы и их выгодно добывать, серые блоки с отрицательным значением веса – пустая порода, добывая которую предприятие только тратит средства.

В этом случае задача поиска формы карьера сводится к нахождению конечного набора соседних блоков, сумма весов которых будет максимальна. При этом на множество таких блоков накладываются ограничения на максимально допустимые углы наклона бортов полученного карьера.

#### Метод плавающего конуса

В данном методе форма карьера представляется в виде совокупности конусов, направленных вершинами в глубину. Ограничение на наклон бортов карьера учитывается при построении конуса.

Общий алгоритм поиска предельной формы карьера методом плавающего конуса включает следующие шаги:

- Построить конус в некоторой точке месторождения, так чтобы сумма весов блоков, которые в него входят была положительна
- Проверить, увеличит ли данный конус общую сумму блоков карьера, если его добавить к ранее найденным, если да – включить его в карьер

Легко видеть, что в пределе количество конусов, которое может быть построено в модели размером  $I \times J \times K$  блоков будет стремиться к числу

$$N = (I * J * K) Q,$$

где  $Q$  – количество конусов, которое может быть построено в одной точке месторождения (зависит от значения предельно допустимого угла наклона в данной точке). Отсюда следует, что предельное количество вариантов объединения различных конусов в такой модели стремится к числу:

$$P = \sum_{i=1}^N C_i^{N+1} \quad (1)$$

где  $C$  – число сочетаний

Такое количество вариантов даже для моделей небольших размерностей исключает возможность полного перебора. Поэтому на практике используются различные подходы частичного перебора. Например, количество вариантов сокращается путем исключения вложенных конусов, или ограничения области поиска местами наибольшего скопления блоков с максимальными весами.

Преимущество данного метода состоит в том, что он очень прост для понимания и реализации. Однако, с увеличением размера обрабатываемой модели время вычислений значительно увеличивается, кроме того, в случае применения его для оптимизации границ карьеров месторождений с беспорядочным распределением полезного материала данный алгоритм показывает не очень хорошие результаты, однако его модификации применяются во многих программных пакетах для моделирования месторождений [2, 3, 10].

#### Генетический алгоритм

Генетические алгоритмы – один из эволюционных методов решения задач оптимизации и глобального поиска. Мутация и естественный отбор – два движущих фактора эволюции в живой природе успешно моделируются и показывают хорошие результаты в области решения технических задач оптимизации.

Суть генетического алгоритма заключается в кодировании каждого решения поставленной задачи его генотипом  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ , где  $g_i, i \in [1, n]$  значение конкретного гена. При этом проводится аналогия между решением и особью, живым организмом. Выбрав исходную



популяцию как конечное множество генотипов особей  $P = \{G_1, G_2, \dots, G_m\}$ , и последовательно применяя к ним генетические операторы – отбор, мутацию и скрещивание можно добиться улучшения (оптимизации) значения целевой функции [4].

Генетический алгоритм для поиска предельных границ рудных месторождений подробно описан в работах [5, 6]. Поэтому здесь рассматривается только его основные принципы.

Для реализации генетического алгоритма, в первую очередь необходимо разработать формат представления хромосом. В контексте задачи нахождения границ карьера можно предложить следующее решение: форма любого допустимого (с учетом углов наклона) карьера представляется с помощью массива целых чисел. Каждый элемент такого массива показывает глубину карьера в текущем столбце трехмерной модели месторождения.

Пусть имеется трехмерная блочная модель месторождения  $P_{I \times J \times K}$ , каждый элемент которой характеризуется числом (весом), показывающим чистую прибыль, получаемую в ходе его добычи, с учетом процентного содержания полезных элементов, себестоимости его выработки и рыночной стоимости полезных компонентов (2).

$$p_{ijk}, i \in [0, I], j \in [0, J], k \in [0, K], \tag{2}$$

Тогда ее можно охарактеризовать вектором  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ , где  $n = I * J$ , в котором значение глубины столбца с координатами (i,j), помещается в позицию  $x_q$ , где  $q = i * I + j$ .

Этот массив является хромосомой, т.к. он полностью характеризует один индивид – одну конкретную форму карьера. Путем итеративного применения генетических операторов к набору таких индивидов (популяции) находится оптимальная форма поверхности карьера.

В качестве целевой функции для оценки качества формы карьера используется функция (3):

$$f(X) = \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^J \sum_{k=0}^K p_{ijk}, k \leq x_q, q = i * I + j \tag{3}$$

Остановка работы алгоритма происходит, когда его выполнение перестает приводить к улучшению максимального значения функции приспособленности в популяции. Наступление этого момента определяется проверкой условия (4):

$$|\max_{i=1, N}(f(X_i^k)) - \max_{i=1, N}(f(X_i^{k-1}))| < \varepsilon, \tag{4}$$

где N – размер популяции,

k – номер итерации алгоритма.

Предложенный алгоритм за конечное число шагов находит предельную форму границ карьера.

### Сравнение качества работы алгоритмов на разных исходных данных

Описанные в статье алгоритмы тестировались на нескольких блочных моделях месторождений с различными типами распределения полезных компонентов. Модель со случайным равномерным распределением генерировалась специально для тестов. Модель с ярко выраженным рудным телом создана на основе результатов моделирования и подсчета запасов Жайремского месторождения в Казахстане, опубликованных в работах [8, 9].

Для каждого алгоритма проводилась серия тестов, при которых фиксировался максимальный объем полученной прибыли, по результатам была построена таблица.

Таблица  
Table

**Сравнение качества работы алгоритмов на разных исходных данных**  
**Compare the quality of the algorithms on different source data**

Модель	Плавающий конус	Генетический алгоритм
Модель со случайным распределением	2001251390 94%	2122436327 100%
Модель с ярко выраженным рудным телом	795695 83%	954009 100%

Из полученных данных можно сделать вывод, что алгоритм глобального поиска незначительно отстает по качеству от генетического алгоритма, однако, дает приемлемый результат на моделях, приближенных к реальным.

На рисунке 2 приведены результаты визуализации полученных данных для модели со случайным распределением полезных компонентов. Изображения построены с помощью пакета Matlab.

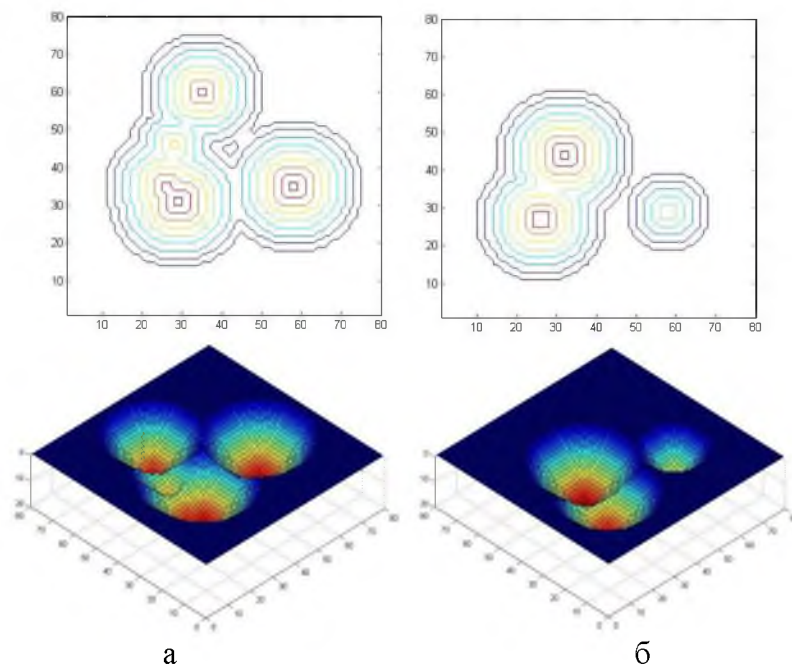


Рис. 2. Изображения карьеров, полученных в результате работы (а) алгоритма плавающего конуса и (б) генетического алгоритма  
 Fig. 2. Images of pits obtained as a result of (a) the algorithm of the floating cone and (b) a genetic algorithm

На рисунке 3 приведен результат визуализации полученных данных для модели с ярко выраженным рудным телом.

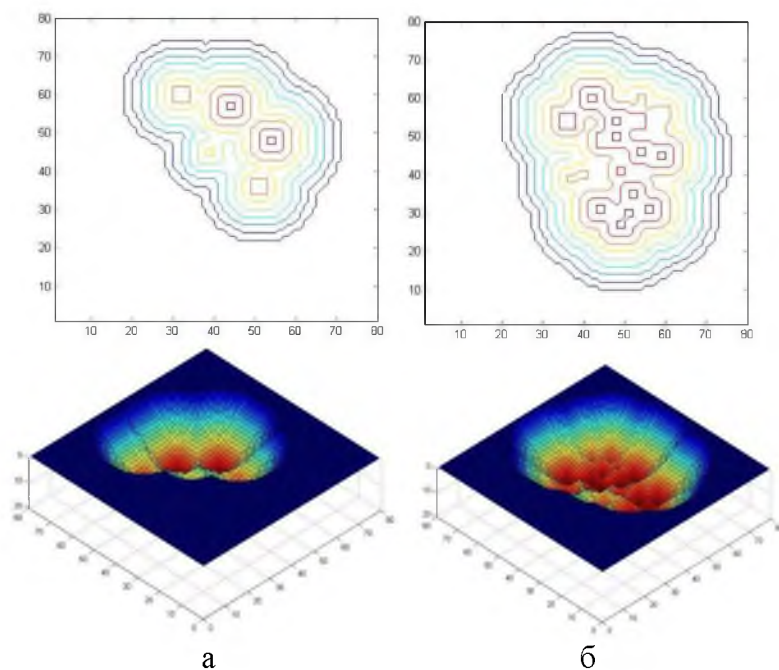


Рис. 3. Изображения карьеров, полученных в результате работы (а) алгоритма плавающего конуса и (б) генетического алгоритма  
 Fig. 3. Images of pits obtained as a result of (a) the algorithm of the floating cone and (b) a genetic algorithm



По результатам вычислительных экспериментов можно сделать вывод, что генетический алгоритм поиска предельных границ карьеров работает эффективнее, чем алгоритм глобального поиска.

### Заключение

В данной статье была рассмотрена различные методы глобальной оптимизации для решения задачи определения граничных контуров карьеров. Приведено описание алгоритма плавающего конуса и генетического алгоритма поиска предельных границ. По результатам вычислительных экспериментов можно сделать вывод, что генетический алгоритм поиска предельных границ карьеров работает эффективнее, чем алгоритм глобального поиска.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 15-47-03029 p\_центр\_a)*

### Список литературы References

1. Lerchs H., Grossman I.F. Optimum design of open pit mines/H. Lerchs // Canadian Mining and Metallurgical Bulletin. 1965. - Vol.58. - № 633. - P. 47 – 56.
1. Lerchs H., Grossman I.F. Optimum design of open pit mines/H. Lerchs // Canadian Mining and Metallurgical Bulletin. 1965. - Vol.58. - № 633. - P. 47 – 56.
2. L. Caccetta, L.M. Giannini «An application of discrete mathematics in the design of an open pit mine», Discrete Applied Mathematics, Volume 21, Issue 1, September 1988, Pages 1–19.
- L. Caccetta, L.M. Giannini «An application of discrete mathematics in the design of an open pit mine», Discrete Applied Mathematics, Volume 21, Issue 1, September 1988, Pages 1–19
3. Ramazan S., Dagdelen K., Johnson T.B., 2005 – Fundamental tree algorithm in optimizing production scheduling for open pit mine design. Trans IMM (Section A: Mining Industry) vol. 114, A45–A54.
- Ramazan S., Dagdelen K., Johnson T.B., 2005 – Fundamental tree algorithm in optimizing production scheduling for open pit mine design. Trans IMM (Section A: Mining Industry) vol. 114, A45–A54.
4. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы, Горячая Линия Телеком, 2007.
- Rutkovskaja D., Pilin'skij M., Rutkovskij L. Nejronnye seti, geneticheskie algoritmy i nechet-kie sistemy, Gorjachaja Linija Telekom, 2007.
5. Петров Д.В., Михелев В.М. «Моделирование карьеров рудных месторождений на высокопроизводительных гибридных вычислительных системах», Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2014. Т. 3. № 3. с. 124-129.
- Petrov D.V., Mihelev V.M. «Modelirovanie kar'erov rudnyh mestorozhdenij na vysokoproizvoditel'nyh gibridnyh vychislitel'nyh sistemah», Vestnik Juzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universi-teta. Serija: Vychislitel'naja matematika i informatika. 2014. T. 3. № 3. s. 124-129.
6. Михелев В.М., Васильев П.В., Петров Д.В. «Суперкомпьютеры, как средства моделирования граничных контуров карьеров рудных месторождений», Вопросы радиоэлектроники. Серия "Электронная вычислительная техника (ЭВТ)" Выпуск 1, Москва 2013., с. 5-10.
- Mihelev V.M., Vasil'ev P.V., Petrov D.V. «Superkomp'jutery, kak sredstva modelirovanija gra-nichnyh konturov kar'erov rudnyh mestorozhdenij», Voprosy radiojelektroniki. Serija "Jelektronnaja vychislitel'naja tehnik (JeVT)" Vypusk 1, Moskva 2013., s. 5-10.
7. Стронгин Р. Г., Гергель В. П., Гришагин В. А., Баркалов К. А. Параллельные вычисления в задачах глобальной оптимизации: Монография/ Предисл.: В. А. Садовничий. – М.: Издательство Московского университета, 2013. – 280 с., илл.
- Strongin R. G., Gergel' V. P., Grishagin V. A., Barkalov K. A. Parallelnye vychislenija v zadachah global'noj optimizacii: Monografija/ Predisl.: V. A. Sadovnichij. – M.: Izdatel'stvo Mo-skovskogo uni-versiteta, 2013. – 280 s., ill.
8. Селифонов С.Е. Агафонов В.А., Моргунова Т.В., Васильев П.В., Буянов Е.В. Компьютерная технология подсчета промышленных запасов рудных месторождений с использованием программы GEOBLOCK //Минеральные ресурсы Казахстана. 2000. т.12. №13. С.58-62.
- Selifonov S.E. Agafonov V.A., Morgunova T.V., Vasil'ev P.V., Bujanov E.V. Komp'juternaja tehnolo-gija podscheta promyshlennyh zapasov rudnyh mestorozhdenij s ispol'zovaniem programmy GEOBLOCK //Mineral'nye resursy Kazahstana. 2000. t.12. №13. S.58-62.
9. Васильев П.В., Буянов Е.В. О методике совместной работы программ MapInfo и Geoblock по оконтуриванию и подсчету запасов рудных месторождений //Информационный Бюллетень ГИС Ассоциации. 2000. №2. С.32-33.
- Vasil'ev P.V., Bujanov E.V. O metodike sovmestnoj raboty programm MapInfo i Geoblock po okonturivaniju i podschetu zapasov rudnyh mestorozhdenij //Informacionnyj Bjulleten' GIS Associacii. 2000. №2. S.32-33.
10. Михелев В.М., Хачатрян В.Е., Петров Д.В., Кузнецов К.В. Принципы создания программного обеспечения информационной системы «Гермес-КНИТ» БелГУ Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: История. Политология. Экономика. Информатика. 2011. Т. 17. № 1-1 (96). С. 121-129.
- Mihelev V.M., Hachatryan V.E., Petrov D.V., Kuznecov K.V. Principy sozdanija programmnoho obes-pechenija informacionnoj sistemy «Germes-KNiT» BelGU Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudar-stvennogo universiteta. Serija: Istorija. Politologija. Jekonomika. Informatika. 2011. T. 17. № 1-1 (96). S. 121-129.