



# ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.377.2

## СПЕЦИАЛЬНАЯ КОРРЕКЦИЯ В ПРОЦЕДУРАХ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ И ИТЕРАТИВНЫХ ПРОЦЕССАХ УМЕНЬШЕНИЯ РАЗМЕРОВ ПЯТНА ФУНКЦИИ РАССЕЙНИЯ ТОЧКИ НА КОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ<sup>1</sup>

**И.С. КОНСТАНТИНОВ<sup>1</sup>**

**Н.В. ЩЕРБИНИНА<sup>1</sup>**

**М.Ю. ЖИЛЕНЕВ<sup>2</sup>**

**В.Н. ВИНТАЕВ<sup>3</sup>**

**Н.Н. Ушакова<sup>3</sup>**

<sup>1)</sup> Белгородский государственный  
национальный исследовательский  
университет

<sup>2)</sup> ФГУП Государственный  
Космический Научно  
Производственный Центр имени  
М.В. Хруничева и

<sup>3)</sup> Белгородский университет  
кооперации, экономики и права  
e-mail: viktor.vn2010@yandex.ru

Коррекция резкости на космических изображениях высокого и сверхвысокого разрешения, а также в условиях неполноты представления функции рассеяния точки на изображении реализуется и достигается итеративной деконволюцией с параметрически регулируемым возмущением спектрального представления оператора деконволюции с согласованием параметров оптимизируемой синтезированной на основе обобщенного градиентного оператора частотно-контрастной характеристики тракта формирования корректируемого изображения.

Ключевые слова: космическое изображение, индефинитная метрика, пространственно-частотный спектр, функция рассеяния точки, возмущение спектрального представления оператора, итеративная деконволюция, оптимизация.

В работе [1] представлена разработка аддитивного представления коррекции резкости и синтеза частотно-контрастной характеристики (ЧКХ) тракта формирования для предъявленного космического изображения с выполнением высокодостоверной коррекции резкости без нежелательных эффектов резидентного контрастирования. ЧКХ представлена в пространственно-частотных спектрах (ПЧС). Построено представление на операторе  $\text{Deconv}_a = (1+a \text{grad}_\alpha)$  с обобщенной версией  $\text{grad}_\alpha$  – евклидовой, положительно определенной нормы вида  $\text{grad}_\alpha(S) = ((D_x^\alpha S)^2 + (D_y^\alpha S)^2)^{1/2}$  с дифференциальными операторами нецелого порядка  $D_x^\alpha, D_y^\alpha$ . Положительная определенность нормы и операторов, определенных в пиксельном пространстве изображений, диктуется необходимостью инверсии результирующих и присваиваемых пикселям изображений

<sup>1</sup> Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-00171 "Разработка теоретических основ методов моделирования и алгоритмов представления в обобщенных операциях трактов преобразования дистанционных данных с максимизацией эффективности обработки информации (цифровых космических изображений)"



дополнительных кодов, получающихся на неположительных значениях вычисляемых яркостей в монохромных каналах.

Оператор  $(1+a \text{grad}_\alpha)$  не является средством «прямого» решения уравнения Фредгольма (уравнения формирования наблюдаемого изображения по восстанавливаемому), а служит для синтеза ЧКХ (в последствии оптимизируемой), которую можно получить, используя как само изображение, так и спектральное представление (СП) оцененной на изображении функции рассеяния точки (ФРТ). Это СП как правило используется в степени -1 как СП ядра оператора деконволюции  $\text{Deconv}$  (модернизируемого регуляризацией и дополнительными членами по имеющейся априорной информации, например, в формуле Винера-Тихонова) [2, 3].

В подавляющем большинстве случаев СП оператора  $\text{Deconv}_a$  является недостаточным (т.к. оценивается по границам и контурам с последующим негарантированным адекватным восстановлением ФРТ) для полной коррекции резкости или трудноизмеримым, особенно как СП ФРТ на изображениях сверхвысокого и высокого разрешения. Такие ФРТ имеют апертуры  $1+nW$  от апертуры пиксела на несущем изображении паттерне; здесь  $n=1,2,3$ , а  $W$  находится в открытом интервале  $(0,1)$ . Замерить эти ФРТ прямыми методами весьма затруднительно. Обширная практика и теория высококачественного восстановления резкости и фильтрации изображений оперирует с оптимальными ЧКХ с квазипрямоугольной огибающей на любом азимутальном срезе, т.е. с классическим окном пропускания пространственных мод СП. Согласованные с оптимальной ЧКХ тракта возмущения СП имеющегося оператора  $\text{Deconv}_a$  порождают решения по «чистому» [1] улучшению резкости и могут быть выбраны пользователем из соображений выдерживаемой погрешности процессов, целевых уклонов при оптимизации ЧКХ и дополнительных требований к оптимальности [4]. Для тракта дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) мы обязаны знать значение верхней моды  $\omega$  в в его ПЧС.

В настоящей работе операторы  $A$  конволюции и деконволюции – интегральные, т.е. однородные и линейные; ограниченные, следовательно непрерывные; определены для элементов  $x$  линейного метрического Гильбертового пространства  $\mathbb{L}$  с нормой оператора

$$\|A\| = \sup(\|Ax\|/\|x\|) \quad (x \text{ не равен нулю}) \quad (1)$$

Изображения, дискретизируются в соответствии с теоремой Котельникова, являются элементами  $x$  конечномерного линейного, метрического Гильбертового пространства  $\mathbb{L}$  с евклидовой нормой; СП интегральных операторов – интегралов свертки задаются проекциями их ядер на ортонормированный базис тригонометрических функций; В пространстве, сопряженном с  $\mathbb{L}$  дискретным преобразованием Фурье определяется градиентная операция как индефинитная норма (порождающая на разности векторов индефинитную метрику) на дифференциальных операторах с инволюцией вида

$$\text{grad}_{\alpha\beta}(S) = (J^4((D_x^\alpha S)^2 + (D_y^\beta S)^2))^{1/2} = \text{grad}_{\alpha\beta}(S) = J^2((D_x^\alpha S)^2 + (D_y^\beta S)^2)^{1/2}, \quad (2)$$

$J^2=-1, J^4=1$ , а  $D_x^\alpha, D_y^\beta$  – дифференциальные операторы.

**Цель работы:** разработать метод оптимизации ЧКХ, синтезируемой при коррекции резкости космического изображения в одном спектральном канале оптико-электронной аппаратуры (ОЭА) спутника, при этом не привлекая навигационных данных и технологий обработки материалов многоспектрального дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). А так же методом возмущений СП оператора деконволюции (в том числе и с регуляризацией) найдены согласованные с оптимальной ЧКХ решения по улучшению резкости с оценкой их погрешностей.

Оптимизация аддитивного представления [1], равно как и ЧКХ заключается в нахождении значений параметров  $a$  и  $\alpha$  в операторе  $(1+a(\text{grad}_\alpha))$  с условием получения сопутствующей ЧКХ, удовлетворяющей набору объективных требований с учетом СП вычисляемой функции смаза от опознаваемой на космическом изображении (КИ) границы (функции рассеяния границы (ФРТ)) или линии (функции рассеяния линии (ФРЛ)) [5] или фрагмента полигонного ориентира. Это все реализуется на отдельном КИ, как отмечалось выше, без учета кинематических особенностей орбитальной съемки, которые меняют результаты коррекций и по расчетам и измерениям ФРТ [6, 7]. Для



любого азимутального среза оптимальная ЧКХ реализуется по огибающей как кавзипрямоугольное окно пропускания мод спектральных представлений входного изображения. Сохранение характерного для трактов ДЗЗ завала ЧКХ приводит к недостаточному отфильтровыванию ФРТ, превышение уровня компенсации завала ЧКХ приводит к резидентному усилению контраста и стиранию сверхмелких деталей изображения (при нормализации результатов деконволюции)[1, 8, 9].

В представленной работе подобно расчетам в [2, 3] осуществляется коррекция СП ядра деконволюции для получения решения уравнения Фредгольма [1], но в частотно зависимом варианте.

Из описанного выше для оптимизации ЧКХ вытекают требования:

- а) максимизации функционала – объема под огибающей ЧКХ (соотношение (5));
- б) отсутствия тенденции спада и роста аппликат ЧКХ вплоть до приближения к высшим спектральным модам тракта – примерной «гладкости» и параллельности огибающей поверхности ЧКХ координатной плоскости (соотношение (6, 7), соответственно) – это условие имеет всегда максимальный приоритет и, соответственно, высокое значение весового коэффициента при вычислении оптимального  $\alpha$  и  $\alpha$ ;
- в) начала устойчивого завала огибающей ЧКХ с некоторой моды  $\omega_2 < \omega_6$ , причем с минимизацией разницы  $\omega_6 - \omega_2$  (соотношения (8, 8а, 9, 10));
- г) вписывания огибающей спектрального представления наблюдаемого на изображении линеаменты или границы в огибающую ЧКХ (в том числе – вписывания в огибающую ЧКХ СП обратного фильтру Винера-Тихонова, соотношение (11));
- д) не превышения значением  $\alpha$  порога  $\alpha_p = 0,25$ , при котором резидентно присутствуют глобальное контрастирование или выделение контуров [1].

Следует отметить, что одно из самых естественных требований к ЧКХ – инвариантности ЧКХ к повороту может относиться только к ЧКХ на выходе оптоэлектронного преобразователя. Инвариантность нарушается для всего тракта формирования изображения, т.к. в тракт включаются сканирование строк чувствительных матриц и внесение коррекций на угол поворота оптической оси системы, на тонгаж и рыскание аппарата.

В соотношении инверсной фильтрации с полностью определенным СП ФРТ– $F(\Phi PT_0)$  [1]

$$F(S_H) = F(S_R) / F(\Phi PT_0) = F(S_R)(F(\Phi PT_0))^{-1}, \quad (3)$$

здесь  $(F)^{-1}$  – деление единицы на отсчеты комплексного ПЧС – пространственно-частотного преобразования Фурье  $F$ ; спектры и ЧКХ всегда ограничены верхней модой  $\omega_6$ , моды задаются  $(\omega_x, \omega_y)$  – координатами в ПЧС изображения  $S(x, y)$   $F(\Phi PT_0)$  заменим на  $H(\omega_i, \omega_j)$ , представляющее собой спектр ФРТ с неполнотой покрытия диапазона частот задачи.

Числитель и знаменатель в (3) домножим на  $H^*(\omega_i, \omega_j)$  (\* – символ комплексного сопряжения) и добавляя аддитивно в знаменатель «умеренно» подавляющий верхние моды ПЧС изображения параметр регуляризации  $\rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2}$  получим модифицированный фильтр Винера-Тихонова со спектром ядра оператора деконволюции  $H_M^{-1}$  [2, 3]

$$F(S_H) = H^*(\omega_i, \omega_j) F(S_R) / (|H(\omega_i, \omega_j)|^2 + \rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2}) = H_M^{-1} F(S_R), \quad (4)$$

который в работе [3] дополнительно модифицирован параметрами-константами, оптимизируемыми под известную ЧКХ приемной системы телескопа (здесь  $S_H$  и  $S_R$  – восстанавливаемое и предъявленное (сформированное постфактум) изображение)

Для спектров ФРТ, ФРЛ, ФРГ полигонного артефакта введем обозначение  $H(\omega_i, \omega_j)$ , где индексы  $i$  и  $j$  нумеруют дискретные отсчеты на осях  $\omega_x, \omega_y$ , соответственно.

В соответствии с перечисленными требованиями получим соотношения:

$$а) \sum_{i,j}^{N,M} \text{ЧКХ}(\omega_i, \omega_j) \delta \omega_i \delta \omega_j = \sum_{i,j}^{N,M} F(S_R) / F(S_R + a \text{grad}_\alpha(S_R)) \delta \omega_i \delta \omega_j = R_1 = \max, \quad (5)$$

где  $M$  и  $N$  – размеры в отсчетах спектрального окна задачи,  $\delta \omega_i$  и  $\delta \omega_j$  – приращения значений мод СП, равные  $2\pi/N$  и  $2\pi/M$ .

$$б) \text{grad ЧКХ}(\omega_i, \omega_j) = R_2 = \min \text{ при } \omega < \omega_2; \quad (6)$$



$$\begin{aligned}
 & \max(\text{grad ЧКХ}(\omega_i, \omega_j)) - \min(\text{grad ЧКХ}(\omega_i, \omega_j)) = R_{21} = \min \text{ при } \omega < \omega_2 \quad (7) \\
 & D_{\omega_i} \text{ ЧКХ}(\omega_i, \omega_j) = R_3 < 0 \text{ при } \omega > \omega_2, \quad (8) \\
 & D_{\omega_j} \text{ ЧКХ}(\omega_i, \omega_j) = R_3 < 0 \text{ при } \omega > \omega_2, \quad (8a) \\
 & D_{\omega_i}, D_{\omega_j} - \text{производные вдоль осей } \omega_i, \omega_j, \text{ соответственно;} \\
 & \omega_6 - \omega_2 = R_4 = \min \quad (9)
 \end{aligned}$$

(вычисления производных и градиентов в выражениях (6,7,8,8a) выполняются в координатном пространстве ПЧС).

Выражение (8, 8a) можно обобщить, используя (2):

$$\text{grad ЧКХ}(\omega_i, \omega_j) = R_3 < 0 \text{ при } \omega > \omega_2; \quad (10)$$

$$\text{г) } \max \text{ ЧКХ}(\omega_i, \omega_j) - \max (H^*(\omega_i, \omega_j) / (|H(\omega_i, \omega_j)|^2 + \rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2}))^{-1} = R_4 = \min > 0 \quad (11)$$

Для снижения объема изложения приведем только схему оптимизации ЧКХ.

Сначала решаются на всевозможных составленных парах все равенства, с предположением о возможной однородности ЧКХ (т.е.  $D_{\omega_i} = D_{\omega_j}$  и с разложением в  $F(S_R + a \text{ grad}_\alpha(S_R))$  нормы  $\text{grad}_\alpha(S_R)$  в степенной по  $D_x^\alpha, D_y^\beta$  ряд с числом членов, искомым по оценке остаточного члена со значением по модулю в  $10^{-9}$  от максимальной яркости изображения). В Фурье-образе этого ряда вместо  $D_x^\alpha$  и  $D_y^\beta$  находятся множители вида  $\omega_x^\alpha$  и  $\omega_y^\alpha$  и значения  $\alpha$  для явного решения выделяются логарифмированием Фурье-образа ряда. Все пары равенств не дают аналитических решений, но имеют вид конечных степенных рядов, приравниваемых соответствующим величинам  $R_i$ . На интервалах дискретного возможного (наивероятного) изменения параметров  $R_i$  находятся таблицы пар  $\{a, \alpha\}_i$ , при этом уточнение значений пар в выбранных в соответствии с минимизацией или максимизацией точках  $R_i$  осуществляется с погрешностью не лучше  $10^{-3}$  от максимальной яркости изображения. Назначаются весовые коэффициенты  $\eta_i (> 0)$  для каждой пары, причем  $\sum_i \eta_i = 1$ .

Пара оптимального решения  $\{a_i, \alpha_i\}$  находится в соответствии с принципом оптимальности Парето и принципом равновесия Нэша [10] в виде

$$\{a_i, \alpha_i\} = \left\{ \sum_i \eta_i \{a_i\}, \sum_i \eta_i \{\alpha_i\} \right\} \quad (12)$$

Пусть  $\text{ЧКХ}_0 = \text{ЧКХ}(\omega_i, \omega_j)$  при  $a = a_i$  и  $\alpha = \alpha_i$  и получена так, как описано выше.

В этом случае можно поставить задачу определения параметра – константы  $\varepsilon$  коррекции ядра деконволюции подобно методу в работе [3] минимизацией невязки  $R_5$  – значения функционала сравнения  $Z$ :

$$Z(\varepsilon, R_5) = \sum_{i,j}^{N,M} |\text{ЧКХ}_0(\omega_i, \omega_j) - (H^*(\omega_i, \omega_j) / (|H(\omega_i, \omega_j)|^2 + \rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2} + \varepsilon))^{-1}|^2 = R_5 = \min, \quad (13)$$

при этом выражение

$$(H^*(\omega_i, \omega_j) / (|H(\omega_i, \omega_j)|^2 + \rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2} + \varepsilon))^{-1} \quad (13a)$$

подобно ЧКХ тракта при коррекции изображения.

Но корректирующая добавка, если она зависима от частоты, точнее согласует эти две ЧКХ, поэтому будем искать такую добавку  $v(\omega_i, \omega_j)$  из выводимого из (13) регуляризованного соотношения

$$|\text{ЧКХ}_0(\omega_i, \omega_j) - (H^*(\omega_i, \omega_j) / (|H(\omega_i, \omega_j)|^2 + \rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2} + v(\omega_i, \omega_j))^{-1}|^2 = R_6 = \min, \quad (14)$$

из которого следует

$$v(\omega_i, \omega_j) = (\text{ЧКХ}_0(\omega_i, \omega_j) + |R_6|)^{-1} - H^*(\omega_i, \omega_j) / (|H(\omega_i, \omega_j)|^2 + \rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2}), \quad (15)$$

в котором  $R_6$  аналогично  $\rho$  играет роль параметра регуляризации (но так как в ЧКХ в области ее носителя нет нулей по определению, то этот параметр можно приравнять или устремить к нулю).

Подставляя выражение для  $v(\omega_i, \omega_j)$  из (15) в (13a) вместо  $\varepsilon$  получим

$$F(S_H) = F(S_R) (H^*(\omega_i, \omega_j) / (|H(\omega_i, \omega_j)|^2 + \rho(\omega_i^2 + \omega_j^2)^{1/2} + v(\omega_i, \omega_j))) = F(S_R) (H_M^{-1} + v), \quad (16)$$

т.е.

$$F(S_H) = F(S_R) (\text{ЧКХ}_0(\omega_i, \omega_j) + |R_6|)^{-1} = F(S_R) (\text{ЧКХ}_0(\omega_i, \omega_j))^{-1} |_{R_6=0}, \quad (17)$$

где  $(\text{ЧКХ}_0(\omega_i, \omega_j))^{-1} |_{R_6=0}$  – это СП оператора деконволюции  $\text{Decomp}_{\text{ЧКХ}}$ , построенного на  $\text{ЧКХ}_0$ .

При использовании  $ЧКХ_o(\omega_i, \omega_j)$  с оптимизацией ее с учетом формулы Винера–Тихонова следует учесть, что определение регуляризационного члена выполняется при имеющейся ФРТ с неполным заданием СП.

На рисунке 1 приведены: фрагмент рисунка 16 из [1] – 16 в и 16г (слева направо ПЧС  $S_M$  и ПЧС  $S_R$ , соответственно, при  $a=1$  и  $=0,25$ ) и далее, определенная по  $F(S_M)$  и  $F(S_R)$  ЧКХ и крайняя справа ЧКХ, полученная без учета ограничения верхней модой с вычисленными оптимальными  $a=0,4$  и  $=0,18$ . Максимальный весовой коэффициент выбирался для соотношения «сглаживания» (т.к. ЧКХ исходная практически и так параллельна плоскости частот). Завалы ЧКХ на периферии спектра не проявляются, т.к. исходные спектры  $F(S_M)$  и  $F(S_R)$  простираются далеко за границы приведенных окон, хотя с амплитудами, слабо отражаемыми стандартной визуализацией.

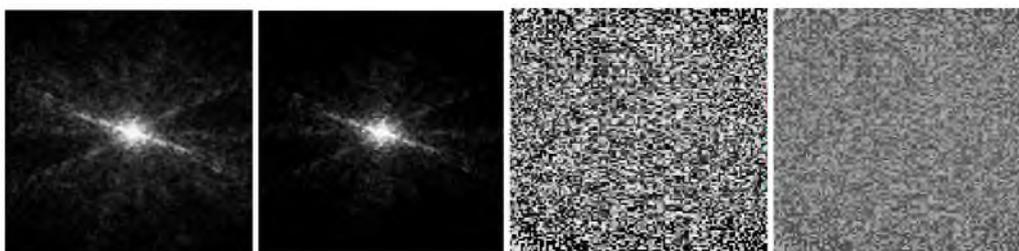


Рис. 1. Пример оптимизации ЧКХ

Для получения решений по коррекции резкости, оценок погрешности и выявления соотношений между ними целесообразно построить возмущения СП операторов деконволюции и конволюции. Возмущения ЧКХ как СП оператора деконволюции реализуется вариациями весовых коэффициентов при ее оптимизации.

Соотношение (16) запишется как возмущение СП оператора деконволюции

$$H_{\lambda m}^{-1} = H_m^{-1} + \lambda v, \quad 0 < \lambda \leq 1 \quad (18)$$

и для инверсной фильтрации, аналогично

$$H_{\lambda}^{-1} = H^{-1} + \lambda v, \quad 0 < \lambda \leq 1 \quad (19)$$

При  $\lambda=1$  задача вырождается в фильтрацию изображения в соответствии с выражением (17) для  $H_{\lambda m}^{-1}$  и для  $H_{\lambda}^{-1}$ , при условии, что добавка к  $H_{\lambda}^{-1}$  искалась по аналогичной методе и при оптимизации ЧКХ использовалось условие согласования с  $H_{\lambda}^{-1}$ . При  $\lambda > 1$  происходит чрезмерное усиление высших мод при фильтрации, что нежелательно.

Дальше в работе с целью ограничения объема изложения не будет представлено построение итеративной деконволюции на возмущении  $H_{\lambda}^{-1}$  (как более частный вариант с добавкой  $v$ ) и СП операторов конволюции  $H_{\lambda m}$  и  $H_{\lambda}$ . Отметим только, что получаемые решения при этом по порядку погрешности не отличаются от решений при возмущении вида (18) и (19), но требуют малого по норме возмущения на этапе итераций, перенормировки СП ядер Ван Циттера и перехода к решению задачи на собственные значения для возмущенного оператора конволюции при не полностью заданном СП ядра.

Проблема в том, что, например, в [11] в разделах «Недостаточная корректность существующего формального описания критерия разрешающей способности по Фуко» и «Уточненное формальное описание критерия разрешающей способности по Фуко и его эквивалентные представления» показана неоднозначность трактовок понятийного характера не только для разрешения, но и резкости, (и резкость и разрешение по Фуко оцениваются в паллиативе высшей модой в ПЧС изображения (что соответствует плотности различных штрихов, например), не говоря о различиях получаемых решений в зависимости от применяемых методов регуляризации и преодоления сингулярностей в расчетах. Был введен [11] более полный критерий в виде специальной меры Лебега. Полученная выше добавка  $v$  по огибающей ведет себя как умеренно нарастающий по



амплитудам в сторону высших мод ПЧС и практически все ее частоты должны быть учтены в оценке повышения резкости, что из вытекающих из классического определения критерия резкости коррекций изображения не следует никак, хотя в практике обработки изображений в разной мере поддерживается, например, формулой Винера-Тихонова. Максимальный эффект поднятия резкости соответствует соотношению (17), но в огромном числе решаемых на изображении задач (в том числе и по распознаванию структур, текстур и т.п.) такое повышение резкости увеличивая высокочастотную и, следовательно, нередко стохастическую составляющую текстур, только мешает решению задач. С целью управления процессом восстановления резкости и с учетом предложенного способа коррекции резкости (без резидентных «примесей») [1] целесообразно воспользоваться подходами теории возмущения операторов деконволюции, при этом в качестве оценок профитов по улучшаемой резкости, с учетом сделанных замечаний, целесообразно наряду с коэффициентом усиления амплитуды высшей моды в ПЧС изображения использовать темпоральный коэффициент  $K$  в виде отношения модулей СП

$$K = \sum_{i,j} |H_{\lambda m}(\omega_i, \omega_j)| / \sum_{i,j} |ЧКХ_o(\omega_i, \omega_j)| \quad (20)$$

Выражение (17) определяет мультипликативную коррекцию ПЧС изображения, но для подсчета погрешности вычислений придется учитывать большое число взаимосвязанных факторов в самой ЧКХ, поэтому умножая (с последующим восстановлением) все равенство (17) на коэффициент  $0,9 < T < 1$  получим заведомо  $ЧКХ_{от}(\omega_i, \omega_j) = T * ЧКХ_o(\omega_i, \omega_j) < 1$ , т.к. ЧКХ по определению и по ее вычислению в аддитивном представлении – по крайней мере нормирована (оператор  $(1+a(grad_{\alpha}))$  положительно определен). Так как теперь и  $ЧКХ_{от}(\omega_i, \omega_j)$  и  $H_{\lambda m} = H_m / (1 + \lambda v H_m)$  заведомо меньше единицы, то вводя для них обозначение  $Y$  реализуем итеративный процесс по методу организации геометрической прогрессии, примененному в [12], но теперь уже с возмущенным СП –  $H_{\lambda m}$  и с учетом особенности СП, которая следует из цилиндрической – подобной формы огибающей СП для определяемых (измеряемых) на изображениях функциях рассеяния линии и границы как эталонных объектов (для старта, например Винеровской фильтрации [12] за неимением ничего более корректного и, как правило, гауссоподобного по огибающей или разложимого в ряд Эджворта с хорошим приближением) [13] на изображении. Использование в процессе построения итеративного представления оператора деконволюции не на СП, порождающем деконволюцию в виде простой инверсной фильтрации, а возмущенного СП вида  $H_{\lambda m}$  разрешается леммой Меррея [14] об ограниченности нормы полинома конечной степени, построенного на эрмитовом (и тем более ограниченном) операторе в определенном выше метрическом пространстве  $\mathbb{F}$ . Эрмитовость всех рассматриваемых операторов вытекает из аксиоматически полагаемого отсутствия диссипативной компоненты в операторах (иначе в фильтрацию Винера необходимо вводить и рассматривать функцию потерь, т.е. решать заведомо нелинейную задачу).

При этом, существование решений, т.е. сходимости итерационных процессов к  $ЧКХ_{от}(\omega_i, \omega_j)^{-1}$  и к  $ЧКХ_o(\omega_i, \omega_j)^{-1} |_{R\delta|=0}$  (при  $\lambda=1$ ), соответственно, гарантируется сходимостью ряда – геометрической прогрессии, так же как и соответствующих этим СП интегральных (ограниченных и положительных) операторов деконволюции в итеративном представлении на основании теоремы о непрерывности ограниченных линейных операторов в пространстве  $\mathbb{F}$  [15,16].

Представим  $Y^{-1}$  в виде геометрической прогрессии

$$Y^{-1} = (1 - (1 - Y))^{-1} = \sum_{p=0}^{\infty} (1 - Y)^p, \quad (21)$$

откуда следует

$$F(S_M) = F(S_R) + (1 - Y)F(S_R) + (1 - Y)^2 F(S_R) + \dots + (1 - Y)^n F(S_R) + \dots \quad (22)$$

и итеративная формула вида

$$F^{(o)}(S_M) = F(S_R); \quad (23)$$

$$F^{(n)}(S_{II}) = F(S_R) + (1-Y)F^{(n-1)}(S_{II}).$$

При этом для  $Y = \text{ЧКХ}_{\text{от}}(\omega_i, \omega_j)$  финитной в пространстве ПЧС и для  $Y = H_M / (1 + \lambda \nu H_M)$  гауссоподобной формы получим для  $S_{II}$  итеративное представление интегрального оператора деконволюции – представление Ван Циттера:

$$\begin{aligned} S^{(0)}_{II} &= S_R; \\ S^{(n)}_{II} &= S_R + F^{-1}(1-Y)**S^{(n-1)}_{II}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $F^{-1}$  – обратное Фурье-преобразование,  $**$  – символ операции свертки.

Для  $Y = H_{\lambda M} = H_M / (1 + \lambda \nu H_M)$  при определении его по ФРЛ или ФРГ используется модифицированное представление Ван Циттера, так как  $H_M$  имеет практически цилиндрическую форму. Это представление отличается только измененным вычислением  $S^{(0)}_{II}$  (изменение ядра интегрального представления, при этом компенсируется регуляризационным членом) и не влияет на вид формулы исчисления погрешности итеративного процесса; и в связи с этим не приводится.

Выражение  $H_M / (1 + \lambda \nu H_M)$  для корректности вычислений обратных преобразований Фурье при переходе к представлениям Ван Циттера преобразуется в ряд Маклорена по степеням  $\lambda$  [17].

Для  $\lambda$ , удаляющихся от нуля в сторону единицы количество членов ряда для удержания погрешности разложения, меньшей хотя бы на порядок погрешности самих итерационных процессов (для поддержки корректности формулы погрешности итераций) изменяется от 4 до 12 в соответствии с оценками остаточного члена ряда Маклорена [17]. Для всех упомянутых представлений Ван Циттера формула погрешности итерационного процесса имеет вид [15]:

$$\rho(S_{II}^{(n)}, S_{II}) \leq (\|T\| \rho(S_{II}^{(n)}, S_{II}^{(n-1)})) / (1 - \|T\|), \quad (25)$$

где  $S_{II}$  – искомое решение;  $\rho(S_{II}^{(n)}, S_{II}) = (\sum_{i,j} (S_{II_y}^{(n)} - S_{II_y})^2)^{1/2}$  – евклидова метрика в пространстве  $\mathbb{E}$ , определяющая погрешность итерационного процесса относительно искомого решения;  $\rho(S_{II}^{(n)}, S_{II}^{(n-1)})$  – исчисляется аналогично; норма оператора  $T$  в соответствии с (1) равна

$$\|T\| = \|F^{-1}(1-Y)**S_{II}^{(n-1)}\| / \|S_{II}^{(n-1)}\|, \quad (26)$$

где числитель и знаменатель – евклидова норма (формула Пифагора) на компонентах векторов.

Остановы итеративных процедур определяются заданием требуемой абсолютной погрешности, которая, например, для формулы (26) при  $\lambda$ , отличающегося от 1 на 0,001, для изображений в палитре с глубиной цвета 24 и размерностью 1024x1024 составляет  $10^{-7}$ - $10^{-8}$  от максимальной яркости, что соответствует последнему или 25-му разряду кода палитры, и требует выполнения 5-6 итераций.

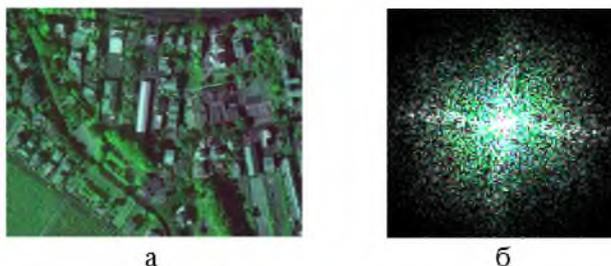


Рис. 2. Исходный фрагмент ЦКИ и его ПЧС

На рисунках 2, 3, 4, 5 приведены результаты с использованием соотношения (21) – фрагменты ЦКИ со спутника Ресурс ДК (а) и их ПЧС (б) (территория Испании).

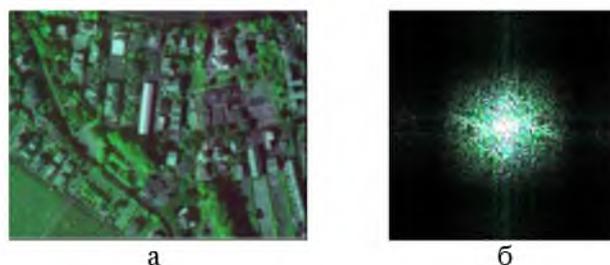


Рис. 3. Результат свертки ЦКИ с однородной ФРТ размером 3x3 пиксела

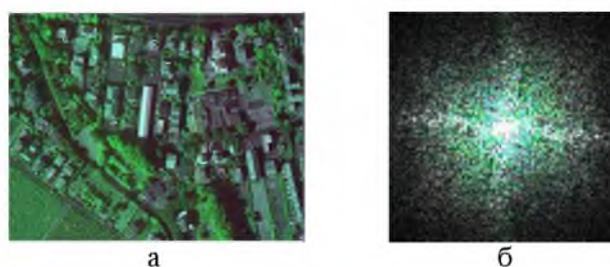


Рис. 4. Результат восстановления резкости и последующих трех шагов фильтрации получающихся результатов с применением возмущений

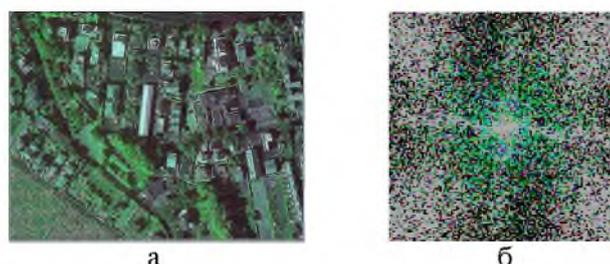


Рис. 5. Результат последующих трех шагов фильтрации без применения метода возмущений

Вычисленные оптимальные значения  $a=0,1$  и  $\alpha = 0,15$ .

ПЧС на рис.5 соответствует ранее получаемым ПЧС контрастирования [1]. ПЧС на рис. 4 имеет в 1,2 раза больший радиус, чем ПЧС исходного изображения. Из соотношения, связывающего ПЧС исходного, восстановленного изображений и ФРТ следует, что на исходном изображении имелась остаточная ФРТ с апертурой в 1,2 апертуры пиксела (считаем, что на конечном результате апертура ФРТ равна апертуре пиксела, в силу вычисленной погрешности), что весьма трудно определить существующими методами оценок ФРТ и выходить с таким изображением на технологии сверхразрешения (осуществлять, например, сдвиги его на доли размера пиксела с последующим решением системы уравнений для сверхразрешения) – это заведомо снизить процент восстанавливаемой детальности при использовании технологии получения сверхразрешения [18, 19, 20, 21, 22].

**Заключение.**

Разработан новый метод восстановления резкости на КИ (в отдельном спектральном канале ДЗЗ и без учета кинематики) на основе оптимизации ЧКХ тракта формирования изображения в области ПЧС. Управляемая коррекция резкости на космических изображениях высокого и сверхвысокого разрешения, а также в условиях неполноты представления функции рассеяния точки на изображении при этом



реализованной итеративной деконволюцией с параметрически регулируемым возмущением спектрального представления оператора деконволюции с согласованием с параметрами оптимизируемой синтезированной на основе обобщенного градиентного оператора ЧКХ тракта формирования корректируемого изображения. Технология кроме снижения ФРТ без резидентных нежелательных коррекций, кроме того служит для измерения радиуса пятна ФРТ, отличающегося от апертур пикселей на нецелые и малые доли.

**Благодарности.** Авторы приносят благодарность коллективу Департамента МКА и спутниковых систем ФГУП «Государственный Космический Научно Производственный Центр им. М.В. Хруничева» за активное участие в обсуждении и исследовании вопросов улучшения качества космических изображений, в том числе на современных эксплуатируемых космических аппаратах.

### Список литературы

1. Константинов И.С., Щербинина Н.В., Жиленев М.Ю., Винтаев В.Н., Ушакова Н.Н. Адаптивная коррекция процесса восстановления резкости космических изображений высокого разрешения. Научные ведомости БГУ (научный рецензируемый журнал), № 8 (179) 2014, Выпуск 30/1. – С. 189-200.
2. Остриков В. Н. Оценка функции рассеяния точки на произвольном снимке посредством слепого восстановления. – Сборник трудов научно-технической конференции «Техническое зрение в системах управления 2011», Москва, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН), 2012. – Т. 38, ISBN 2075-6836. – С. 16-21.
3. Кочанов А.А., Обухов А.Г., Просовецкий Д.В. Методы восстановления изображений и распознавание образов в радиоастрономии // Солнечно-земная физика. – Вып. 16. (2010). – С. 154-161.
4. Vintaev V.N., Urazbakhtin A. I., Ushakova, N. N. The Criterion of Admissibility of the Required Resolution Degradation of Images Synthesized by Some Radio Systems. Telecommunications And Radio Engineering, Vol. 64 '2005, BegellHouse, Inc., New York, 315-319 pages.
5. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Методы и модели обработки изображений/ Р.А. Шовенгердт. – М.: «Техносфера», 2010. – 560 с.
6. Жиленев М.Ю., Винтаев В.Н. Формула расчета движения изображения при орбитальной съемке планет оптико-электронной аппаратурой // Телекоммуникации (TELECOMMUNICATIONS AND RADIO ENGINEERING). – М.: Наука и технологии. – № 7. – 2011. – С. 2-7.
7. Кузнецов П.К., Семавин В.И., Солoduха А.А. Алгоритм компенсации скорости смаза изображения подстилающей поверхности, получаемого при наблюдении Земли из космоса // Вестник Самарского государственного технического университета. – Выпуск 22. Серия «Технические науки», 2005. – С. 150-157.
8. Robert Fergus, Barun Singh, Aaron Hertzmann, Sam T. Roweis, William T. Freeman. Removing camera shake from a single photograph // Journal: ACM Transactions on Graphics – TOG , vol. 25, no. 3, pp. 787-794, 2006.
9. Ревзон А.Л. Космическая фотосъемка в транспортном строительстве. – М.: Транспорт, 1993. – 272 с.
10. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления, приложения. – М.: Наука, 1982. – С. 14-29, 146-258.
11. Удод В.А. Оптимальная по разрешающей способности линейная фильтрация изображений. – Дисс. На соискание ученой степени доктора технических наук по спец. 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (техника)». – Томский государственный университет, 2002. – 338 с.
12. Грузман И.С., Киричук В.С., Косых В.П., Перетягин Г.И., Спектор А.А. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 352 с.
13. [http://eslovar.com.ua/matematiceskaya\\_entsiklopediya/page/edjvorta\\_ryad.6099/](http://eslovar.com.ua/matematiceskaya_entsiklopediya/page/edjvorta_ryad.6099/) Лит.: [1] Edgeworth P. Y., лProc. Camb. Phil. Soc.
14. Морен К. Методы Гильбертова пространства / К. Морен. – М.: Мир. – 1965, – 570 с.
15. Коллатц Л. Функциональный анализ и вычислительная математика/ Л. Коллатц. – М.: Мир, 1969. – 447 с.



16. Ушакова Н.Н. Моделирование возмущений интегрального представления линейного оператора в задаче вычисления функции рассеяния точки на космическом изображении. Сборник материалов Международной конференции «Комплексный анализ и его приложения в дифференциальных уравнениях и теории чисел». – Белгород: ИПК НИУ «БелГУ». – 2011. – С. 121-122.
17. Корн Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1974. – 832 с.
18. <http://www.grc.com/ct/ctwhat.htm> «Субпиксельная обработка как способ повышения пространственного разрешения в системах дистанционного зондирования». Селиванов А.С. // ФГУП «Российский научно-исследовательский институт космического приборостроения» (ФГУП «РНИИКП»), 2008.
19. Park, S. C. Super-resolution image reconstruction: A technical overview / S.C. Park, M.K. Park, M. G. Kang // IEEE Signal Processing Magazine. – 2003. – Vol. 20. – № 3. – P. 21-36.
20. Блажевич С.В., Винтаев В.Н., Ушакова Н.Н. Синтез космического изображения с улучшенной разрешающей способностью на основе субпиксельного сканирования // Материалы седьмой всероссийской конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». – Т. 7. – № 2. ИКИ РАН, 2010. – С. 9-13.
21. Москвитин А.Э. Алгоритм комплексирования субпиксельно смещенных спутниковых изображений // Тез. Докл. Всероссийской конф. «Новые информационные технологии в научных исследованиях и в образовании». – Рязань, 2001. – С. 115-116.
22. Винтаев В.Н., Вислоцкий А.И., Константинов И.С., Ушакова Н.Н. Ключевые вопросы задачи коррекции разрешающей способности космических снимков цифровой дообработкой. Материалы IV международной научно-практической конференции «Пилотируемые полеты в космос», Изд. РГНИИ ЦПК им. Ю.А. Гагарина. – М., Звездный городок, 2000. – С. 169-170.

## APPLYING SPECIAL CORRECTION IN REGULARIZATION PROCEDURE AND ITERATIVE PROCESSES OF SPACE IMAGES POINT SPREAD FUNCTION SPOT DIMINUTION

**I.S. KONSTANTINOV<sup>1</sup>**  
**N.V. SHCHERBININA<sup>1</sup>**  
**M.U. ZHILENEV<sup>2</sup>**  
**V.N. VINTAYEV<sup>3</sup>**  
**N.N. Ushakova**

Correction field from satellite images of high and ultra-high resolution, as well as in conditions of incomplete submission point spread function of the image is realized and achieved by iterative deconvolution with parametrically controlled perturbation spectral representation of the deconvolution operator with the coordination parameters to be optimized synthesized using the generalized gradient operator frequency-contrast characteristics of the forming path the corrected image.

<sup>1)</sup> *Belgorod National Research University*  
<sup>2)</sup> *Federal State Unitary Enterprise State Space Scientific Production Center named after MV Khrunichev*  
<sup>3)</sup> *Belgorod University of Cooperation, Economics and Law*  
 e-mail: viktor.vn2010@yandex.ru

Keywords: point spread function, image, spatial-frequency spectrum, digital space image, the spatial-frequency range, thin structure of the image, function of dispersion of a point.