



УДК 621.391

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕДАЧИ МУЛЬТИМЕДИЙНОГО СООБЩЕНИЯ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ С КОММУТАЦИЕЙ ПАКЕТОВ

К. А. ПОЛЬЩИКОВ¹**Ю. Н. ЗДОРЕНКО²****О. Я. СОВА²**

*¹Донбасская государственная машиностроительная академия,
г. Краматорск, Украина*

*²Государственный университет телекоммуникаций,
г. Киев, Украина*

*e-mail:
konspol@rambler.ru*

В статье предложена математическая модель процесса передачи мультимедийного сообщения в телекоммуникационной сети с коммутацией пакетов, которая, в отличие от известных моделей, позволяет обосновать рекомендуемый объем передаваемого сообщения в зависимости от требований к качеству обслуживания. Для построения математической модели использован математический аппарат вероятностно-временных графов и производящих функций.

Ключевые слова: трафик, потеря пакетов, вероятность отбрасывания, вероятностно-временной граф, объем мультимедийного сообщения, качество обслуживания.

Введение

В последние годы наблюдается неизменный рост популярности мультимедийных услуг связи, предоставляемых пользователям телекоммуникационных сетей с коммутацией пакетов [1]. Известно, что для качественной передачи аудио- и видеофайлов требуется минимизировать задержки пакетов и их вариации (джиттер) [2–5]. При этом допускаются незначительные потери пакетов. Поэтому доставка мультимедийной информации осуществляется, в основном, на основе протокола UDP (User Datagram Protocol), в котором не предусмотрена повторная передача потерянных пакетов [6].

Устойчивость мультимедийного трафика к потерям пакетов является весьма ограниченной. Например, при потере одного пакета, несущего небольшое количество последовательных замеров голоса, недостающие мультимедийные данные могут быть восстановлены с помощью аппроксимации информации, содержащейся в нескольких предыдущих пакетах [7]. Если же потеряно два и более пакета подряд, то восстановить утраченную информацию на приемной стороне будет очень сложно или практически невозможно.

Очевидно, что вероятность потери двух и более пакетов подряд, относящихся к какому-то сообщению, повышается с увеличением объема этого сообщения. Неслучайно, мультимедийные файлы небольшого размера, как правило, передаются более качественно, чем объемные файлы. Поэтому практический интерес представляют вопросы, связанные с обоснованием рекомендуемого объема мультимедийного файла, передачу которого в телекоммуникационной сети можно осуществить с требуемым качеством.

Целью статьи является получение аналитических соотношений, позволяющих оценить средний объем мультимедийного сообщения, передачу которого можно осуществить с требуемым качеством при заданных характеристиках функционирования телекоммуникационной сети.

Формализованная постановка научной задачи

Пусть передаваемое по сети мультимедийное сообщение на приемной стороне невозможно качественно воспроизвести, если потеряно α пакетов. В случае успешной

передачи β пакетов подряд считается, что до этого момента потерь пакетов не было. Кроме того, заданы следующие величины:

P_D – вероятность отбрасывания передаваемого пакета вследствие перегрузки;

P_E – вероятность искажения передаваемого пакета вследствие наличия битовых ошибок;

τ – средний интервал времени между доставкой пакетов.

Ограничения: $1 < \alpha < 4$ и $\beta > 1$.

Требуется получить зависимость среднего объема мультимедийного сообщения, передачу которого можно осуществить с требуемым качеством, от величин P_D и P_E .

Разработка математической модели

Для решения поставленной задачи предлагается применить математический аппарат вероятностно-временных графов и производящих функций [8–10].

Вероятностно-временной граф (ВВГ), моделирующий передачу мультимедийного сообщения при $\alpha = 2$ и $\beta = 4$, представлен на рис. 1.

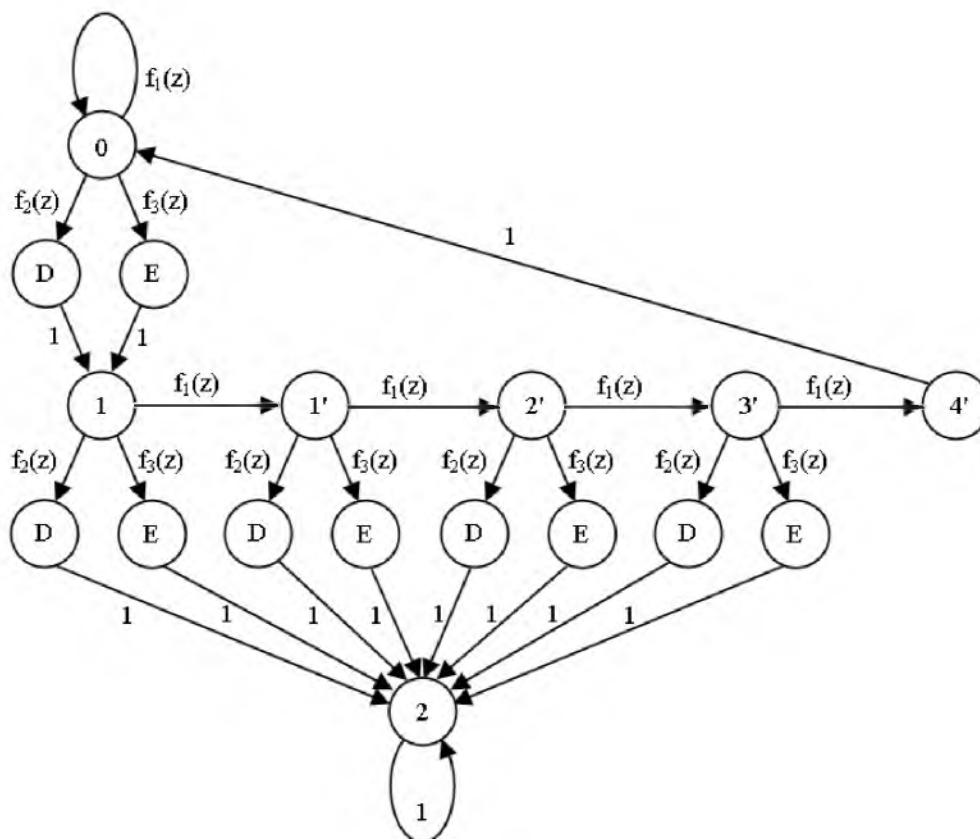


Рис. 1. ВВГ, моделирующий передачу мультимедийного сообщения при $\alpha = 2$ и $\beta = 4$

Вершины этого графа моделируют следующие состояния:

«0», «1» и «2» – потеряно соответственно 0, 1 и 2 пакета;

«1'», «2'», «3'» и «4'» – после потерянного пакета успешно передано соответственно 1, 2, 3 и 4 пакета;

«D» – пакет отброшен вследствие перегрузки;

«E» – пакет искажен (наличие в пакете битовых ошибок);

Переходы между указанными состояниями моделируются ребрами графа. Тому или иному ребру соответствует одна из следующих функций:

$$f_1(z) = (1 - P_D - P_E)z^r, \quad (1)$$

$$f_2(z) = P_D z^r, \quad (2)$$

$$f_3(z) = P_E z^r. \quad (3)$$

Изображенный на рис. 1 граф можно свести к более простому виду, применив представленные ниже правила эквивалентных преобразований [8].

Правило 1. Последовательно соединенные ребра ВВГ (рис. 2) можно заменить одним ребром, производящая функция которого определяется с помощью выражения:

$$F_{ab}(z) = f_a(z)f_b(z). \quad (4)$$

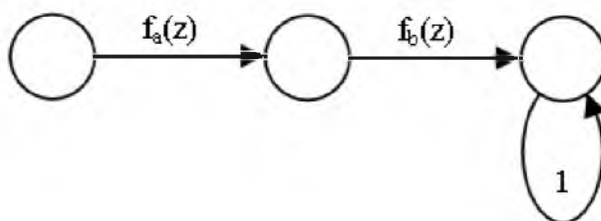


Рис. 2. Последовательное соединение ребер ВВГ

Правило 2. Параллельно соединенные ребра ВВГ (рис. 3) можно заменить одним ребром, производящая функция которого определяется по формуле:

$$F_{ab}(z) = f_a(z) + f_b(z). \quad (5)$$

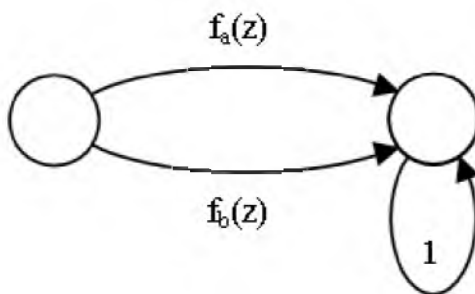


Рис. 3. Параллельно соединенные ребра ВВГ

Правило 3. Если граф содержит петлю (рис. 4), то производящую функцию результирующего ребра можно найти с помощью выражения:

$$F_{ab}(z) = \frac{f_a(z)}{1 - f_b(z)}. \quad (6)$$

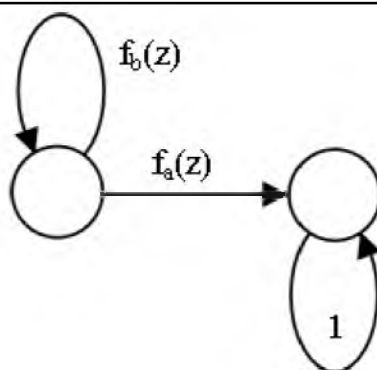


Рис. 4. ВВГ с петлей

На основе применения первых двух правил можно упростить ВВГ, представленный на рис. 1, и свести его к виду, изображенному на рис. 5.

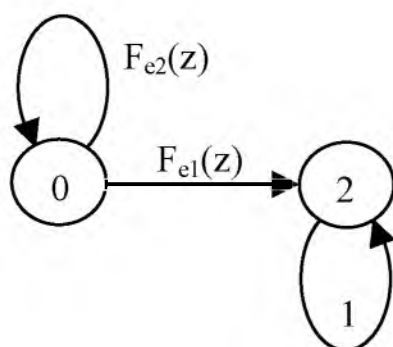


Рис. 5. ВВГ после эквивалентных преобразований

Производящие функции $F_{e1}(z)$ и $F_{e2}(z)$ могут быть найдены по формулам:

$$F_{e1}(z) = F_2(z) [1 + f_1(z) + f_1^2(z) + f_1^3(z)], \tag{7}$$

$$F_{e2}(z) = f_1(z) + F_1(z) \cdot f_1^4(z). \tag{8}$$

Производящие функции $F_1(z)$ и $F_2(z)$ определяется с помощью выражения:

$$F_1(z) = f_2(z) + f_3(z). \tag{9}$$

$$F_2(z) = f_2^2(z) + 2f_2(z)f_3(z) + f_3^2(z). \tag{10}$$

Дальнейшие эквивалентные преобразования, выполняемые на основе применения третьего правила, сводят ВВГ к простейшему виду (рис. 6).

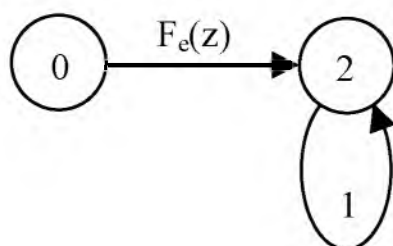


Рис. 6. ВВГ, преобразованный к простейшему виду



Производящую функцию $F_e(z)$ можно найти по формуле:

$$F_e(z) = \frac{F_{e1}(z)}{1 - F_{e2}(z)}. \tag{11}$$

Средняя продолжительность моделируемого процесса, по сути, является средним временем, в течение которого мультимедийное сообщение передается с требуемым качеством. Значение этой величины можно определить с помощью выражения:

$$T = \left. \frac{dF_e(z)}{dz} \right|_{z=1}. \tag{12}$$

Искомая величина среднего объема мультимедийного сообщения, передачу которого можно осуществить с требуемым качеством, является наибольшим натуральным числом, удовлетворяющим следующему условию:

$$V \leq \frac{T}{\tau}. \tag{13}$$

ВВГ, моделирующий передачу мультимедийного сообщения при $\alpha = 3$ и $\beta = 5$, представлен на рис. 7.

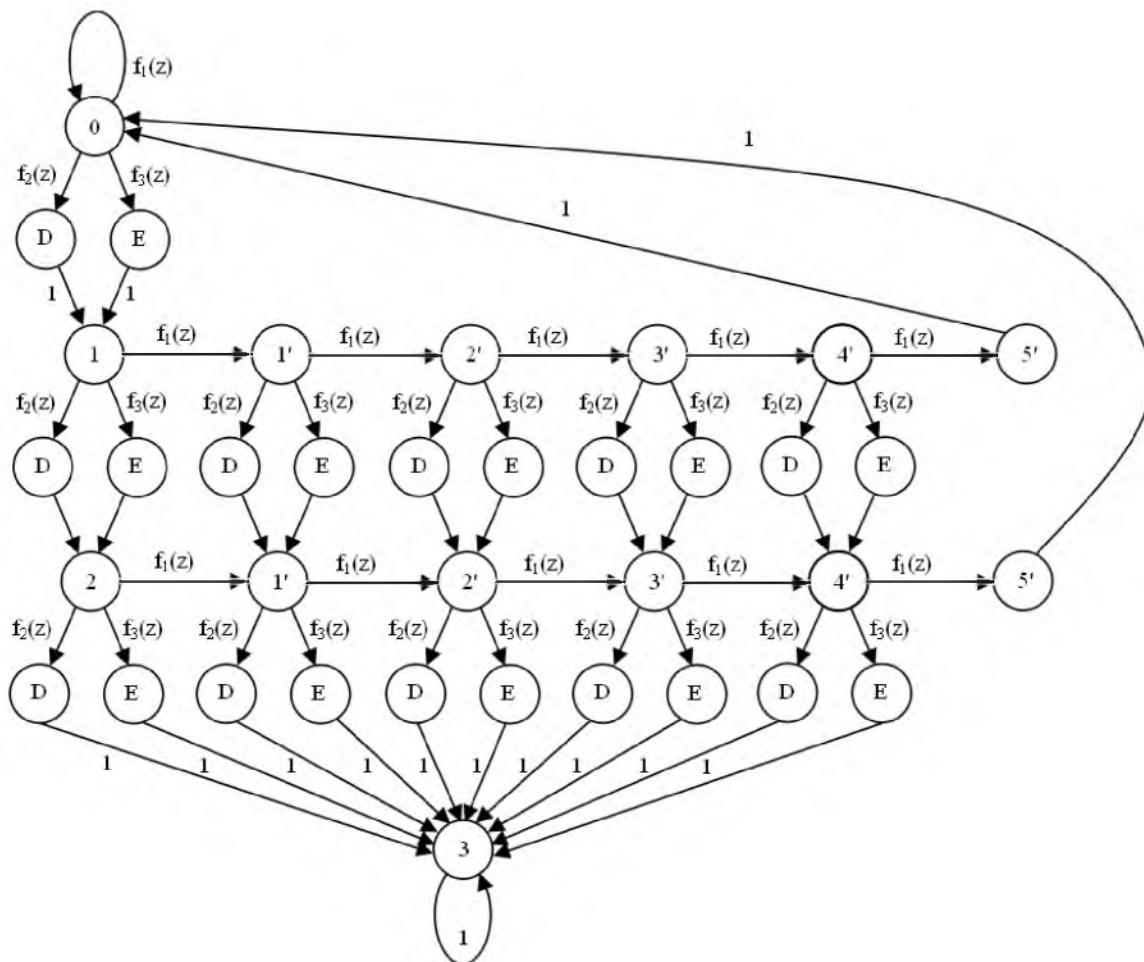


Рис. 7. ВВГ, моделирующий передачу мультимедийного сообщения при $\alpha = 3$ и $\beta = 5$

Вершина «3» этого графа соответствует состоянию моделируемого процесса, в котором потеряны 3 пакета, а вершина «5'» указывает на то, что после потерянного пакета успешно переданы 5 пакетов.

После эквивалентных преобразований графа производящие функции $F_{e1}(z)$ и $F_{e2}(z)$ могут быть найдены по формулам:

$$F_{e1}(z) = F_3(z)[1 + 2[f_1(z) + f_1^2(z) + f_1^3(z) + f_1^4(z)]] \tag{14}$$

$$F_{e2}(z) = f_1(z) + F_1(z)f_1^5(z) + 5F_2(z)f_1^5(z) \tag{15}$$

При этом производящая функция $F_3(z)$ вычисляется с помощью выражения:

$$F_3(z) = f_2^3(z) + 2[f_2^2(z)f_3(z) + f_2(z)f_3^2(z)] + f_3^3(z) \tag{16}$$

В общем случае моделируемый процесс можно представить в виде графа, изображенного на рис. 8.

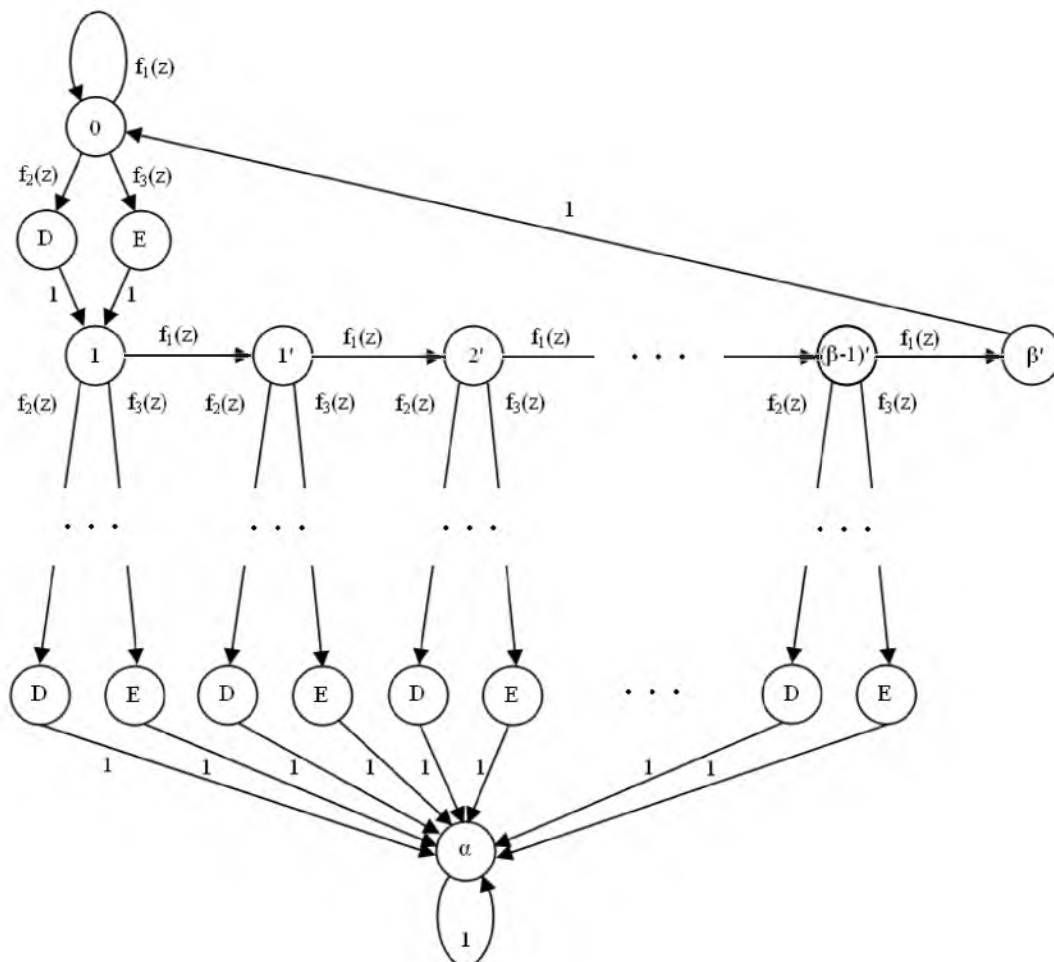


Рис. 8. ВВГ, моделирующий передачу мультимедийного сообщения при $1 < \alpha < 4$ и $\beta > 1$

Анализ закономерностей, содержащихся в формулах (7) – (10) и (14) – (16), позволяет представить обобщенные формулы для расчета производящих функций ВВГ, изображенного на рис. 8:



$$F_{z1}(z) = F_{\alpha}(z) \left[1 + (\alpha - 1) \left[f_1(z) + f_1^2(z) + \dots + f_1^{(\beta-1)}(z) \right] \right], \quad (17)$$

$$F_{z2}(z) = f_1(z) + F_{(\alpha-2)}(z) f_1^{\beta}(z) + \beta^{(\alpha-2)} F_{(\alpha-1)}(z) f_1^{\beta}(z), \quad (18)$$

где

$$F_{\alpha}(z) = f_2^{\alpha}(z) + (\alpha - 1) \left[f_2^{(\alpha-1)}(z) f_3(z) + f_2(z) f_3^{(\alpha-1)}(z) \right] + f_3^{\alpha}(z). \quad (19)$$

Таким образом, использование аналитических соотношений (1) – (3), (11) – (13) и (17) – (19), позволяет оценить средний объем мультимедийного сообщения, передачу которого в заданных условиях можно осуществить с требуемым качеством. Указанные выражения отражают зависимость величины V от параметров P_D и P_E .

Применение математической модели для обоснования рекомендуемого объема передаваемого мультимедийного файла

Разработанную математическую модель целесообразно использовать для обоснования рекомендуемого объема мультимедийного файла, передачу которого можно осуществить с требуемым качеством.

Для исходных данных, представленных в *таблице 1*, по формулам (1) – (3), (11) – (13) и (17) – (19) выполнены расчеты величины V . На основе этих вычислений построены зависимости $V(P_D)$ при различных значениях P_E (рис. 9).

Таблица 1

Исходные данные для расчетных экспериментов

Параметры	Значения	Единицы измерения
α	2	-
β	4	-
τ	1	мс
P_D	0,1 ... 0,2	-
P_E	0,05; 0,02; 0,01	-

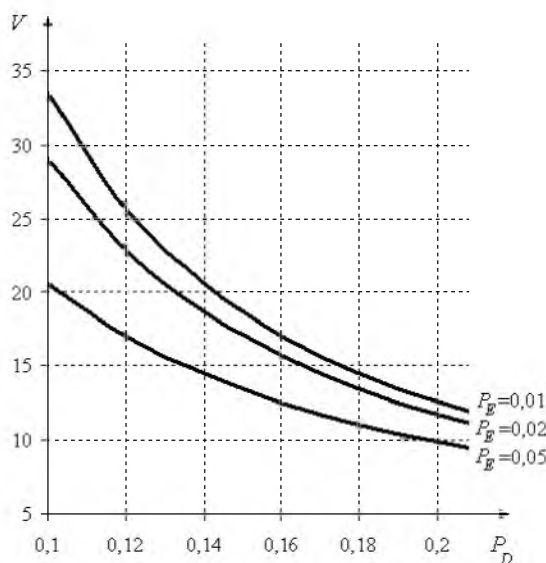


Рис. 9. Зависимости $V(P_D)$ при различных значениях P_E



С помощью представленных графических зависимостей для заданных параметров моделируемого процесса можно обосновать рекомендуемый объем мультимедийного файла, передача которого будет выполнена с требуемым качеством. Например, если вследствие помех вероятность искажения пакета равна 0,01, а вероятность отбрасывания пакета из-за перегрузки маршрутизаторов составляет 0,1, то объем передаваемого мультимедийного файла не должен превышать 33 пакета. Если же помеховые условия не изменились, а вероятность отбрасывания пакета увеличилась до величины 0,2 (возросла сетевая нагрузка), то не рекомендуется передавать мультимедийный файл, в котором содержится более 12 пакетов.

Заключение

На основе применения аппарата вероятностно-временных графов и производящих функций разработана математическая модель передачи мультимедийного сообщения в телекоммуникационной сети с коммутацией пакетов. Предложенная модель учитывает заданные требования к качеству передачи мультимедийного сообщения (средний интервал времени между доставкой пакетов, допустимое количество потерянных пакетов, число успешно переданных подряд пакетов для восстановления утраченной информации) и величины, характеризующие особенности функционирования телекоммуникационной сети (вероятность отбрасывания пакета вследствие перегрузки маршрутизаторов, вероятность битовых ошибок в пакете). Полученные в результате моделирования аналитические соотношения позволяют оценить средний объем мультимедийного файла, передачу которого в заданных условиях можно осуществить с требуемым качеством.

Список литературы

1. Гахов Р.П. Моделирование трафика беспроводной сети передачи данных / Р. П. Гахов, Н. Г. Кучук // Научные ведомости БелГУ. – 2014. – № 1 (172). – Вып. 29(1). – С. 175-181.
2. Almes G. A One-way Delay Metric for IPPM [Электронный ресурс] / G. Almes, S. Kalidindi, M. Zekauskas // RFC 2679. – Режим доступа: <http://www.ietf.org/rfc/rfc2679>.
3. Demichelis C. IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) [Электронный ресурс] / C. Demichelis // RFC 3393. – Режим доступа: <http://www.rfc-editor.org/rfc/rfc3393.txt>.
4. Polschikov K. Methods and Technologies Analysis of The Real-Time Traffic Transmission Requests Servicing / K. Polschikov, K. Kubrakova, O. Odaruschenko // World Applied Programming. – Vol. 3, Issue 9. – 2013. – P. 446-450.
5. Polschikov K. A. Analytic model of the real time traffic transmission requests service in a telecommunication network / K. A. Polschikov, O. N. Odaruschenko, K. N. Lyubchenko // Radioelectronic and Computer Systems. – 2013. – Vol. 5 (64). – P. 313-318.
6. Postel J. User Datagram Protocol [Электронный ресурс] / J. Postel // RFC 768. – Режим доступа: <http://www.rfc-editor.org/rfc/rfc768.txt>.
7. Кучерявый Е.А. Управление трафиком и качество обслуживания в сети Интернет / Е.А. Кучерявый. – СПб.: Наука и техника, 2004. – 336 с.
8. Лосев Ю. И. Адаптивная компенсация помех в каналах связи / Ю. И. Лосев, А. Г. Бердников, Э. Ш. Гойхман. – М.: Радио и связь, 1988.
9. Невмержицкий И. М. Методика оценки эффективности протокола транспортного уровня TCP/IP / И. М. Невмержицкий, К. А. Польщиков, С. И. Шаповалов // Радиотехника. – 2001. – Вып. 121. – С. 203-205.
10. Польщиков К. А. Математическая модель обслуживания запросов на резервирование пропускной способности каналов телекоммуникационной сети для передачи потоков реального времени / К. А. Польщиков, Е. Н. Кубракова, Г. В. Сокол // Проблемы телекоммуникаций. – 2014. – № 1 (13). – С. 74-83.



MATHEMATICAL MODEL OF THE MULTIMEDIA MESSAGE TRANSMITTING IN TELECOMMUNICATION NETWORK

K. A. POLSHCHYKOV¹

Y. N. ZDORENKO²

O.Y. SOVA²

*¹Donbass State Engineering
Academy*

*²State University of
Telecommunications*

e-mail:

konspol@rambler.ru

zdor@front.ru

In the article propose the mathematical model of the multimedia message transmitting in telecommunication network with commutation of packets, which in a difference from existing, give to ground the recommendable volume of transferable message, depending on requirements to quality of service. For build of mathematical model the mathematical vehicle of probabilistic-temporal counts and productive functions are used.

Keywords: traffic, loss of packet, probability of losses, probabilistic-temporal count, volume of multimedia message, quality of service.