



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

MSC 76W05

### ШЕСТИСТРУЙНАЯ КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЕОДИНАМО

Г.М. Водинчар, Л.К. Фещенко

Институт космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,  
ул. Мирная, 7, Паратунка, Елизово, 684034, Россия, e-mail: [ikir@ikir.ru](mailto:ikir@ikir.ru)

**Аннотация.** Построена кинематическая модель геодинамо, структура полей скоростей которой согласована с данными о splitting-функциях собственных колебаний в жидком ядре Земли. В модели используются три компонента скорости, являющиеся аппроксимациями мод собственных колебаний жидкого ядра, две из которых определяют 6-струйную конвекцию в ядре Земли, а третья соответствует опережающему вращению твердого ядра.

**Ключевые слова:** геодинамо, ядро Земли, оператор Пуанкаре.

**Введение.** Процесс формирования магнитных полей планет и звезд на качественном уровне успешно объясняется теорией гидромагнитного динамо. Разработанные модели конвекции в жидких ядрах планет земного типа, газовых гигантах, конвективных зонах звезд позволяют получать течения, которые могут формировать магнитные поля, близкие по своей топологии к наблюдаемым [1]- [4].

Возможности вычислительных систем не позволяют вести прямое численное моделирование трехмерных задач планетарного динамо на геологических временных масштабах. Отметим, что известные теоремы запрета определяют принципиальную трехмерность задачи динамо [2]. В связи с этим численные модели либо воспроизводят МГД-течения с хорошим разрешением по пространству на относительно небольших временных масштабах, порядка десятков тысяч лет, либо дают возможность просчитывать длительную эволюцию только крупномасштабных пространственных структур. Для моделей первого типа геометрическая структура течений просчитывается в процессе моделирования, а для моделей второго типа геометрическую крупномасштабную структуру конвекции надо задавать. Возникает ключевой вопрос о том, какова реальная крупномасштабная структура конвекции.

Косвенную информацию об этой структуре можно получить из данных о неоднородностях в плотности жидкого ядра. В статье [5] были проанализированы результаты ряда работ по splitting-функциям собственных колебаний Земли и получены срезы распределения плотности на различных глубинах. Вариации плотности соответствующие splitting-функции  ${}_{11}S_4$ , имеющей максимум на глубинах жидкого ядра, представлены на рис. 1. Здесь прослеживается четкая 12-зонная шахматная структура, которой в первом приближении соответствует тессеральная сферическая гармоника  $Y_4^2$ . Автором [5]



была высказана гипотеза о соответствующей структуре конвекции, где в шести областях материал ядра «тонет», а в шести – «всплывает». Возможность существования подобной конвективной структуры и генерации в ней магнитного поля дипольного типа рассматривалась в работах авторов [6]- [7]. Были найдены квазистационарные решения в которых величина характерной скорости конвекции составляла  $\sim 10^{-4}$  м/с, совпадая с известными оценками для ядра Земли [8]. При этом величина дипольной составляющей модельного поля в пересчете на гауссовский гармонический коэффициент была  $\sim 10^5$  нТл, при реальном значении в  $3 \cdot 10^4$  нТл [9].

Описание геометрии течений только гармоникой  $Y_4^2$  не учитывает некоторую «скошенность» распределения на рис. 1. В настоящей работе исследуется более точное воспроизведение наблюдаемых конвективных структур в рамках кинематической модели.

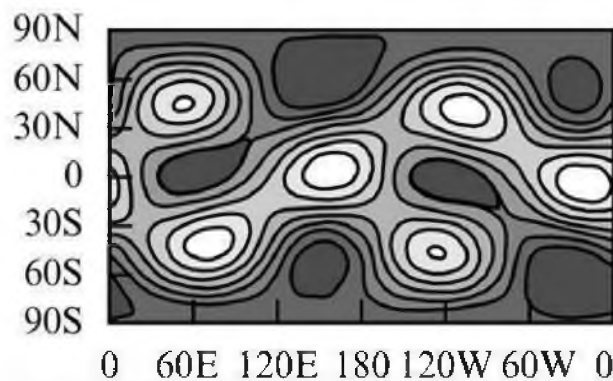


Рис. 1. Портрет splitting-функции для моды  $11S_4$  собственных колебаний Земли из работы [5]. Черный цвет – плотность вещества на 0.2% выше средней, белый – плотность на 0.2% ниже средней. По горизонтальной оси отмечены градусы долготы, по вертикальной – широты.

**1. Выбор структуры течений.** Изображенное на рис. 1 распределение раскладывалась по сферическим гармоникам  $Y_n^m$  до  $n = 6$ . Вычислялись коэффициенты разложения  $c_{n,\pm m}$  и амплитуды  $A_{n,m} = \sqrt{c_{n,m}^2 + c_{n,-m}^2}$ . В таблице 1 приведены результаты разложения, упорядоченные по убыванию амплитуд. Ряд гармоник оборван по признаку резкого падения амплитуды  $A_{4,4}$ .

Таблица 1

| $n$ | $m$ | $c_{n,m}$ | $c_{n,-m}$ | $A_{n,m}$ |
|-----|-----|-----------|------------|-----------|
| 4   | 2   | 0.059     | -0.073     | 0.094     |
| 2   | 0   | 0.042     | -          | 0.042     |
| 4   | 0   | 0.032     | -          | 0.03      |
| 4   | 3   | 0.011     | -0.02      | 0.023     |
| 2   | 2   | -0.016    | 0.006      | 0.017     |
| 4   | 1   | -0.01     | -0.013     | 0.016     |
| 2   | 1   | -0.003    | 0.016      | 0.016     |
| 4   | 4   | -0.003    | -0.001     | 0.003     |



Для анализа содержания таблицы 1 рассмотрим сначала представление поля скорости в задаче геодинamo, использовавшееся авторами в [7]. Все построения ведутся в геоцентрической системе координат, где жидкому ядру соответствует сферическая оболочка  $r_1 \leq r \leq r_2$ , а за единицу длины принята толщина жидкого ядра. Тогда  $r_1 = 0.664$  и  $r_2 = 1.664$ .

Материал ядра считается несжимаемым и на границах контактирующим с твердым телом. Тогда  $\nabla \mathbf{v} = 0$  и скорость нулевая на границах.

Соленоидальное поле скорости  $\mathbf{v}$  раскладывается в сумму тороидальной  $\mathbf{v}^T$  и полоидальной  $\mathbf{v}^S$  составляющих, для которых в свою очередь используется разложения

$$\mathbf{v}^T = \sum_{k,n,m} \beta_{k,n,m}^T(t) \mathbf{v}_{k,n,m}^T(r, \theta, \varphi), \quad \mathbf{v}^S = \sum_{k,n,m} \beta_{k,n,m}^S(t) \mathbf{v}_{k,n,m}^S(r, \theta, \varphi), \quad (1)$$

где  $\theta$  и  $\varphi$  – коширота и долгота, соответственно.

Базисные поля  $\mathbf{v}_{k,n,m}^T(r, \theta, \varphi)$  и  $\mathbf{v}_{k,n,m}^S(r, \theta, \varphi)$  являются собственными модами затухания для уравнения Навье-Стокса, т.е. являются решениями спектральной задачи

$$\mu \mathbf{v} + \Delta \mathbf{v} - \nabla p = 0$$

в пространстве соленоидальных полей, нулевых при  $r = r_{1,2}$ . В равносильной формулировке эта задача распадается па задачи

$$\mu \mathbf{v}^T + \Delta \mathbf{v}^T = 0, \quad \mu \text{rot} \mathbf{v}^S + \text{rot} \Delta \mathbf{v}^S = 0 \quad (2)$$

в подпространствах тороидальных и полоидальных полей. Индексы  $k, n, m$  соответствуют дискретизации спектра этих задач по переменным  $r, \theta$  и  $\varphi$  и определяют разномасштабные структуры в поле скорости по этим переменным.

Сами базисные поля имеют вид

$$\mathbf{v}_{k,n,m}^T = \text{rot} (R_{kn}^T(r) Y_n^m(\theta, \varphi) \mathbf{r}), \quad \mathbf{v}_{k,n,m}^S = \text{rotrot} (R_{kn}^S(r) Y_n^m(\theta, \varphi) \mathbf{r}), \quad (3)$$

где функции  $R_{kn}^T(r)$  и  $R_{kn}^S(r)$  определяются из задач (2), а собственные значения  $\mu_{kn}^T$  и  $\mu_{kn}^S$  входят в выражения для этих функций. Уравнения па собственные значения и схема расчета функций  $R_{kn}^T(r)$  и  $R_{kn}^S(r)$  описаны в [7].

Система собственных функций  $\{\mathbf{v}_{k,n,m}^T, \mathbf{v}_{k,n,m}^S\}$  обладает свойством ортогональности и полноты относительно скалярного произведения

$$(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \int \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} dr, \quad (4)$$

где интегрирование ведется по объему ядра.

Наблюдаемая в splitting-функциях неоднородность в распределении плотности по сфере соответствует сферическому распределению вертикального переноса вещества ядра, т.е. радиальной составляющей поля скорости. Тороидальные поля не имеют радиальной составляющей и не определяют конвекцию как таковую. Собственно они возникают в конвекции в результате кориолисова сноса полоидальной части скорости. Соответственно, тороидальные компоненты нельзя увидеть в рис. 1. Радиальная проекция полоидальной моды  $\mathbf{v}_{k,n,m}^S$  имеет вид  $\frac{n(n+1)}{r} R_{kn}(r) Y_n^m(\theta, \varphi)$ , что позволяет связать данные табл. 1 с вкладом различных  $\mathbf{v}_{k,n,m}^S$  в поле скорости.



Учтем также следующие обстоятельства. В классе соленоидальных полей линейные оболочки  $H^m$  собственных полей  $\mathbf{v}_{k,n,\pm m}^T, \mathbf{v}_{k,n,\pm m}^S$  устойчивы относительно кориолисова сноса [10]. Точнее говоря, вращение приводит к расщеплению, например, полоидальной моды  $\mathbf{v}_{k,n,m}^S$  на бесконечную цепочку чередующихся полоидальных и тороидальных мод вида  $\mathbf{v}_{l,n,-m}^S, \mathbf{v}_{l,n\pm 1,\pm m}^T, \mathbf{v}_{l,n\pm 2,\pm m}^S, \mathbf{v}_{l,n\pm 3,\pm m}^T, \dots$  [7]. Аналогична схема расщепления тороидальных мод.

В связи с этим в табл. 1 строки с индексами (4,2) и (2,2) соответствуют одной устойчивой группе мод. Аналогично можно сгруппировать (2,0) и (4,0), (2,1) и (4,1).

На рис. 2 приведены построенные по данным табл. 1 распределения с накоплением числа используемых групп мод. Видно, что различия между рис. 2а и рис. 2б практически нет, т.е. группу содержащую индексы (2,1) и (4,1) можно не добавлять.

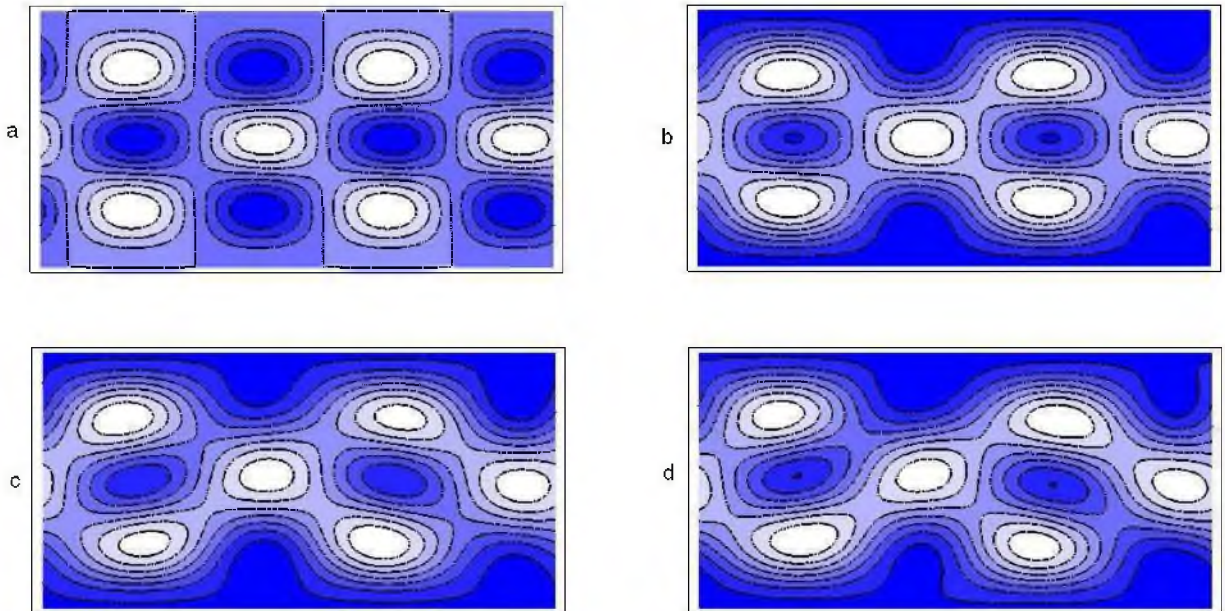


Рис. 2. Распределения комбинаций функций из таблицы 1. а – группа  $Y_4^{\pm 2}$  и  $Y_2^{\pm 2}$ ; б – добавлены к предыдущему  $Y_2^0$  и  $Y_4^0$ ; с – добавлены к предыдущему  $Y_4^{\pm 3}$ ; д – добавлены к предыдущему  $Y_4^{\pm 1}$  и  $Y_2^{\pm 1}$ .

Полоидальные моды, определяемые сферическими гармониками  $Y_4^{\pm 2}$  и  $Y_4^{\pm 3}$  задают каждая конвективную структуру в ядре, содержащую 6 ячеек. Они интересны тем, что при существующей относительной толщине земного ядра в 6-ячейковой (6-струйной) конвекции горизонтальные и вертикальные масштабы ячеек наиболее близки, а такие структуры устойчивы. Отметим, что 6-ячейковая конвекция не реализуется никакими другими комбинациями сферических индексов.

Всего предлагается использовать три группы мод скорости. Две группы соответствуют 6-струйной конвекции. Первая включает в себя полоидальную  $\mathbf{v}_{0,4,\pm 2}^S$ , задающую 6-струйную конвективную структуру, и моды  $\mathbf{v}_{0,2,\pm 2}^S, \mathbf{v}_{1,3,\pm 2}^T, \mathbf{v}_{0,5,\pm 2}^T$  возникающие



при ее расщеплении за счет вращения. Вторая содержит основную, также задающую 6-струйную конвекцию, моду  $\mathbf{v}_{0,4,\pm 3}^S$  и ее расщепления  $\mathbf{v}_{1,3,\pm 3}^T, \mathbf{v}_{0,5,\pm 3}^T$ .

Нулевое значение радиального индекса у основных конвективных мод выбрано для того, чтобы выделить наиболее крупные ячейки, переносящие вещество от нижней границы ядра к верхней.

Третья группа мод включает полоидальные составляющие со сферическими индексами (2,0) и (4,0), и ее появление можно объяснить эффектом опережающего вращения твердого ядра. Имеется ряд данных о том, что твердое ядро Земли имеет угловую скорость вращения несколько больше, чем Земля в целом, что объясняют сохранением углового момента Земли при конвективных движениях [12]. В используемом представлении для поля скорости этот эффект можно учесть, если поменять в выражении (3) тороидальной моды  $\mathbf{v}_{0,1,0}^T$  радиальную функцию  $R_{01}^T(r)$  на некоторую убывающую функцию  $R(r)$ , удовлетворяющую условиям  $R(r_1) = 1, R(r_2) = 0$ . А для того, чтобы эта особая мода скорости не была подвержена вязкой диссипации надо положить  $R(r) = ar + b/r^2$ , где  $a = \frac{r_1^2}{r_1^3 - r_2^3}$  и  $b = -\frac{r_1^2 r_2^3}{r_1^3 - r_2^3}$ . Тогда, с учетом (1), варьируя величину соответствующей амплитуды  $\beta_{0,1,0}^T$  можно задать нужную величину опережающего вращения. Кориолисово расщепление этой моды и приводит к возникновению полоидальных мод со сферическими индексами (2,0) и (4,0), а также тороидальной (3,0). Поэтому в состав третьей группы моды входят модифицированная  $\mathbf{v}_{0,1,0}^T$ , а также  $\mathbf{v}_{0,2,0}^S, \mathbf{v}_{1,3,0}^T, \mathbf{v}_{0,4,0}^S$ .

После распределения мод по группам необходимо задать коэффициенты, с которыми они входят в разложение скорости, поскольку кинематическая модель динамо предполагает полное задание поля скорости. Эти коэффициенты определяются из условия структурной устойчивости объединенной группы мод при вращении. Подобной устойчивостью обладают моды собственных колебаний вращающейся жидкости.

Известно решение задачи Пуанкаре о собственных колебаниях вращающейся идеальной жидкости  $i\lambda \mathbf{v} + 2\mathbf{k} \times \mathbf{v} + \nabla p = 0$ , удовлетворяющей условию непроницаемости на твердой границе [10]. Здесь  $\mathbf{k}$  – орт оси вращения. Для вязкой жидкости эта задача переопределена, ввиду увеличения числа граничных условий.

Аналогом задачи Пуанкаре для вязкой жидкости является спектральная задача  $\lambda \mathbf{v} + \epsilon \Delta \mathbf{v} + 2\mathbf{k} \times \mathbf{v} + \nabla p = 0$ , где  $\epsilon$  – число Экмана, характеризующее отношение периода вращения ко времени вязкой диссипации. Будем называть ее далее вязкой задачей Пуанкаре.

Эта задача изучалась в работе [11] для случая сферической оболочки. Установлены такие важные свойства как дискретность спектра, полнота системы собственных функций, получены оценки границ спектра. Однако, точное решение этой задачи по-видимому неизвестно.

Поскольку система полей  $\{\mathbf{v}_{k,n,m}^T, \mathbf{v}_{k,n,m}^S\}$  полна, можно аппроксимировать вязкие моды Пуанкаре с помощью этих полей. В частности, для мод образующих рассмотренные выше три группы можно определить коэффициенты так, чтобы соответствующая группа наилучшим образом аппроксимировала вязкую Пуанкаре моду. Такая аппроксимация в метрике скалярного произведения (4) была построена.



Соответствующие аппроксимации имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_1 &= 0.25(\cos\psi_1 \mathbf{v}_{0,1,0}^T) - 0.13(\sin\psi_1 \mathbf{v}_{0,2,0}^S) + 0.1659(\cos\psi_1 \mathbf{v}_{0,3,0}^T) - 0.1374(\sin\psi_1 \mathbf{v}_{0,4,0}^S), \\
 \mathbf{v}_2 &= 0.1577(\cos\psi_2 \mathbf{v}_{0,2,-2}^S + \sin\psi_2 \mathbf{v}_{0,2,2}^S) + 0.2575(\sin\psi_2 \mathbf{v}_{1,3,-2}^T - \cos\psi_2 \mathbf{v}_{1,3,2}^T) + \\
 &+ 0.5323(\cos\psi_2 \mathbf{v}_{0,4,-2}^S + \sin\psi_2 \mathbf{v}_{0,4,2}^S) + 0.4254(-\sin\psi_2 \mathbf{v}_{0,5,-2}^T + \cos\psi_2 \mathbf{v}_{0,5,2}^T), \\
 \mathbf{v}_3 &= 0.3649(\sin\psi_3 \mathbf{v}_{1,3,-3}^T + \cos\psi_3 \mathbf{v}_{1,3,3}^T) + 0.4914(\cos\psi_3 \mathbf{v}_{0,4,-3}^S - \sin\psi_3 \mathbf{v}_{0,4,3}^S) - \\
 &- 0.3542(\sin\psi_3 \mathbf{v}_{0,5,-3}^T + \cos\psi_3 \mathbf{v}_{0,5,3}^T),
 \end{aligned} \tag{5}$$

где  $\psi_i$  – произвольные углы.

Окончательно, скорость в модели принимается в виде

$$\mathbf{v} = \alpha(k_1 \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + k_3 \mathbf{v}_3), \tag{6}$$

где  $\alpha$  нормирующий множитель, а коэффициенты  $k_1$  и  $k_3$  определяют относительный вклад каждой из трех аппроксимаций вязких мод Пуанкаре в поле скорости.

**2. Кинематическая модель геодинамо.** В кинематическом приближении задача динамо сводится к решению уравнения индукции для магнитного поля

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \text{Re}_m^{-1} \Delta \mathbf{B}, \\
 \nabla \mathbf{B} &= 0.
 \end{aligned} \tag{7}$$

при заданной скорости  $\mathbf{v}$ . Уравнение записано в безразмерном виде. За единицу времени принята величина  $h/v_0$ , где  $h = 2.1 \cdot 10^6$  м – толщина жидкого ядра, а  $v_0 = 10^{-4}$  м/с – характерная величина скорости конвекции. Основным параметром задачи является магнитное число Рейнольдса  $\text{Re}_m = hv_0/\nu_m$ , где  $\nu_m$  – магнитная вязкость ядра. Оно дает отношение характерного времени диссипации магнитного поля  $h^2/\nu_m$  ко времени конвективного цикла  $h/v_0$ .

К уравнениям (7) добавляются вакуумные граничные условия для магнитного поля [13]. Физически эти условия означают, что среда за пределами ядра непроводящая и токи в ней отсутствуют. Такой допуск оправдан тем, что временные масштабы процессов в ядре составляют от  $10^3$  лет и более, т.е. на порядки превосходят характерные времена атмосферных и магнитосферных процессов. Математически вакуумные условия требуют непрерывного перехода поля  $\mathbf{B}$  в потенциальное поле при  $r = r_2$ .

Учитывая описанное выше спектральное представление для поля скорости, поле  $\mathbf{B}$  также представим в виде комбинации собственных тороидальных и полоидальных полей оператора Лапласа

$$\mathbf{B} = \sum_{k,n,m} \gamma_{k,n,m}^T(t) \mathbf{B}_{k,n,m}^T(r, \theta, \varphi) + \sum_{k,n,m} \gamma_{k,n,m}^S(t) \mathbf{B}_{k,n,m}^S(r, \theta, \varphi). \tag{8}$$

Проведем усечение рядов (8), оставим в них три составляющие дипольной части геомагнитного поля  $\mathbf{B}_{0,1,-1}^S$ ,  $\mathbf{B}_{0,1,0}^S$  и  $\mathbf{B}_{0,1,1}^S$ , а также моды которые структурно связаны



с компонентами скорости, т.е. «зацепляются» с ними в слагаемом  $\text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$  и регенерируют поле. Если использовать одноиндексные обозначения для магнитных мод, то интеграл по объему ядра

$$W_{ij}^k = \int \mathbf{B}_k \text{rot}(\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_j) dr$$

дает генерацию магнитной моды  $\mathbf{B}_k$  при нелинейном взаимодействии компоненты скорости  $\mathbf{v}_i$ , заданной одним из выражений (5) и магнитной  $\mathbf{B}_j$ , т.е. собственно работу механизма динамо. При этом в рассматриваемой простой модели пас интересовала прежде всего регенерация дипольных компонент.

Расчет интегралов  $W_{ij}^k$  для различных комбинаций мод показал, что для этого надо оставить следующие магнитные моды (всего 17):  $\mathbf{B}_{0,2,0}^T, \mathbf{B}_{0,2,\pm 1}^T, \mathbf{B}_{0,4,0}^T, \mathbf{B}_{0,4,\pm 2}^T, \mathbf{B}_{0,4,\pm 3}^T, \mathbf{B}_{1,3,0}^S, \mathbf{B}_{1,3,\pm 1}^S, \mathbf{B}_{1,3,\pm 2}^S, \mathbf{B}_{0,5,\pm 2}^S, \mathbf{B}_{0,5,\pm 3}^S$ . Всего, вместе с дипольными, получается 20 магнитных мод. Отметим, что поскольку эти моды отличаются какими-либо сферическим индексами, то они ортогональны на сфере, а значит и в объеме ядра.

Далее для удобства будем использовать одноиндексные обозначения для магнитных компонент.

Представляя магнитную индукцию линейными комбинациями вышеуказанных  $\mathbf{B}_j$ , а скорость – разложением (6), получаем галеркинские приближения для уравнения индукции (7)

$$A_l^l \frac{d\gamma_l}{dt} = \sum_{j=1}^{20} W_j^l \gamma_j - \frac{\eta_l}{\text{Re}_m} A_l^l \gamma_l, \quad l = 1, \dots, 20, \quad (9)$$

где  $A_l^l = \int \mathbf{B}_l^2 dr$ ,  $W_j^l = \int \mathbf{B}_l \text{rot}(\mathbf{v} \times \mathbf{B}_j) dr$ , а  $\eta_l$  – собственное значение магнитной моды  $\mathbf{B}_l$ .

Это система линейных уравнений с постоянными коэффициентами для амплитуд магнитных мод и изменение величины магнитного поля со временем тогда можно охарактеризовать числом  $\Lambda = \max_i \Re \lambda_i$ , где  $\lambda_i$  собственное значение матрицы системы (9). Это число определяет скорость изменения величины магнитного поля.

Произведение  $\Lambda \text{Re}_m$  можно интерпретировать как отношение двух времен – характерного времени диссипации магнитного поля и характерного времени изменения поля в рассматриваемой модели. В связи с этим предлагается следующий критерий воспроизведения магнитного поля динамо-механизмом в модели –  $\Lambda > 0$  или  $|\Lambda| \text{Re} \ll 1$ . В первом случае поле нарастает, во втором затухает, но скорость его затухания много меньше скорости омического затухания в отсутствие работы динамо.

Ясно, что значение  $\Lambda$  зависит от числа  $\text{Re}_m$  и от весовых коэффициентов  $k_1, k_2$  в формулах (6). При этом вычислительные эксперименты показали, что собственные значения матрицы системы (9) не зависят от значений углов  $\psi_i$  в (5).

Была проведена серия расчетов с перебором значений  $k_i$  от 0.1 до 10 и  $\text{Re}_m$  от 5 до 500 в логарифмической шкале. Для каждой такой комбинации определялись соответствующие  $\Lambda$  и  $|\Lambda| \text{Re}$ .

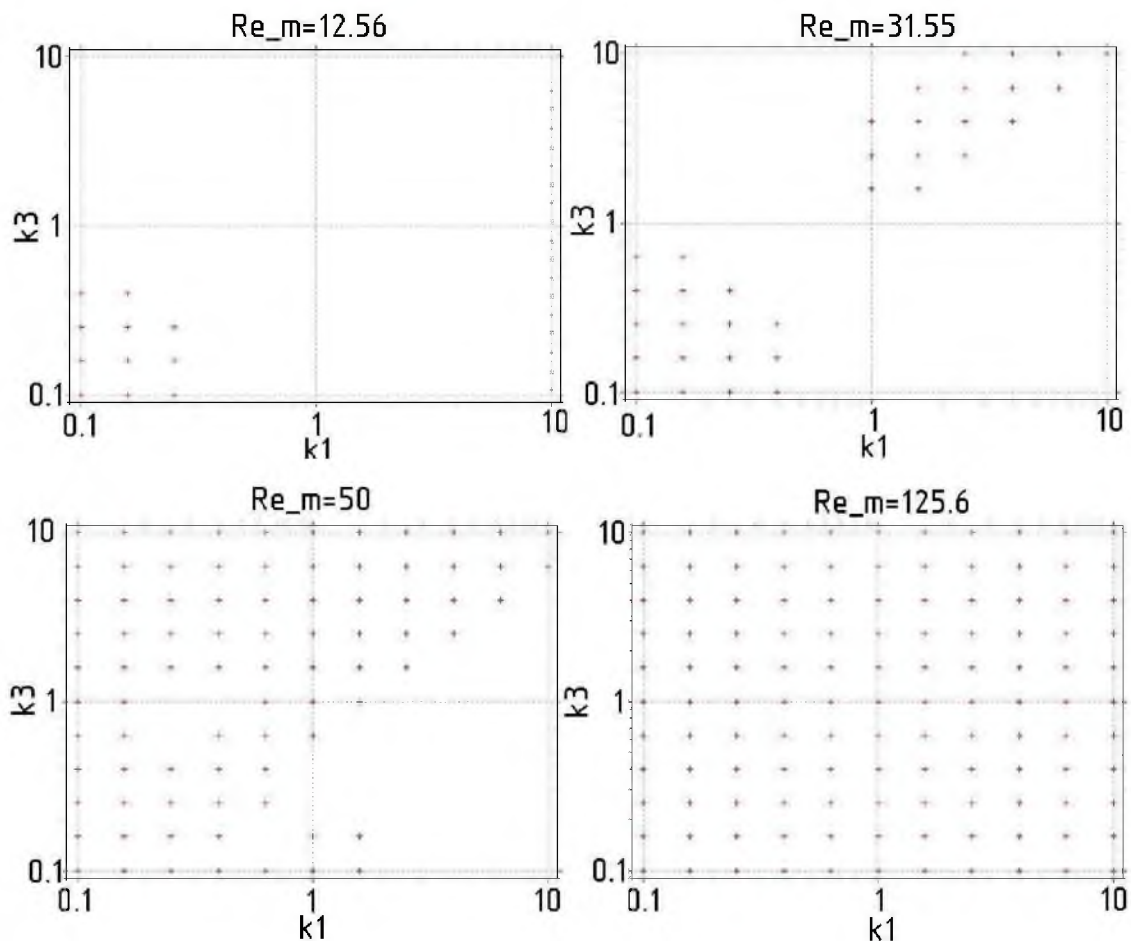


Рис. 3. Области поддержания магнитного поля в плоскости параметров  $(k_1, k_3)$  при различных  $Re_m$ .

Диапазон значений для  $Re_m$  выбирался из следующих соображений. Поскольку  $h = 2.1 \cdot 10^6$  м и характерная скорость конвекции  $v_0$  по оценкам составляет  $10^{-4}$  м/с, то  $Re_m = 210/\nu_m$ . Молекулярное значение магнитной вязкости составляет  $\nu_m^M = 1$  м<sup>2</sup>/с [13], а турбулентное значение  $\nu_m^T = 20$  м<sup>2</sup>/с [14]. Поэтому значения  $Re_m$  варьировались так, чтобы перекрыть диапазон значений от турбулентного до молекулярного.

Результаты расчетов для некоторых значений  $Re_m$  представлены на рис. 3. В плоскости  $(k_1, k_3)$  крестиками обозначены пары коэффициентов, в которых в модели поддерживается магнитное поле. Видно, что с ростом  $Re_m$  области поддержания поля увеличиваются.

**Заключение.** В работе в рамках кинематического приближения показана возможность удерживания магнитного поля гидродинамическими структурами, косвенно наблюдаемыми в ядре Земли. В качестве составляющих скорости использованы аппроксимации мод собственных колебаний вращающейся жидкости, соответствующих 6-струйной конвекции в ядре Земли и опережающему вращению внутреннего ядра. Установлено,





что режим усиления магнитного поля реализуется в широком диапазоне значений магнитного числа Рейнольдса от турбулентного до молекулярного значения.

### Литература

1. Kono M., Roberts P.H. Recent geodynamo simulations and observations of the field // *Reviews of Geophysics*. – 2002. – 40, №10. – P.B1-B41.
2. Зельдович Я.Б., Рuzмайкин А.А., Соколов Д.Д. Магнитные поля в астрофизике / М.-Ижевск: НИЦ «РХД», 2006.
3. Cupal I., Hejda P., Reshetnyak M. Dynamo model with thermal convection and with the free-rotating inner core // *Planetary Physics Sciences*. – 2002. – 50. – P.1117-1122.
4. Ustyugov S. Three-Dimensional Numerical MHD Simulation of Solar Convection // *Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications*. – 2008. – 4. – P.1061-1068.
5. Кузнецов В.В. Анизотропия свойств внутреннего ядра Земли // *Успехи физ. наук*. – 1997. – 169, №9. – С.1001-1012.
6. Водинчар Г.М., Шевцов Б.М. Маломодовая модель конвекции во вращающемся шаровом слое вязкой жидкости // *Вычислительные технологии*. – 2009. – 14, №4. – С.3-15.
7. Водинчар Г.М., Крутьева Л.К. Маломодовая модель конвекции во вращающемся шаровом слое вязкой жидкости // *Вычислительные технологии*. – 2011. – 16, № 2. – С.35-44.
8. Голицын Г.С. Режимы конвекции на различных вращающихся геофизических и астрофизических объектах // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*. 1991. Т. 27. № 1. С. 20-31.
9. International Geomagnetic Reference Field. <http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>.
10. Гринспен Х. Теория вращающихся жидкостей / Л.: Гидрометеиздат, 1975.
11. Резников Е.Л., Розенкноп Л.М. О собственных колебаниях вращающейся вязкой жидкости во внешнем ядре Земли // *Вопросы геодинамики и сейсмологии (Вычислительная сейсмология. Вып. 30)* / М.: Геос, 1998. – С.121-132.
12. Джекобс Дж. Земное ядро / М.: Мир, 1979.
13. Merrill R.T., McElhinny M.W., McFadden P.L. *The Magnetic Field of the Earth* / N.-Y.: Acad. Press, 1996.
14. Frick P., Reshetnyak M., Sokoloff D. Combined grid-shell approach for convection in a rotating spherical layer // *EuroPhys Letters*. – 2002. – 59, №2. – P.212-217.

### 6-JET KINEMATIC MODEL OF GEODYNAMO

G.M. Vodinchar, L.K. Feshchenko

Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation,  
Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences,

Mirnaya Str., 7, Paratunka, Elizovskiy district, Kamchatka region, 684034, Russia, e-mail: [ikir@ikir.ru](mailto:ikir@ikir.ru)

**Abstract.** Geodynamo kinematic model is built. The field velocity structure which is compatible with data over the splitting-functions of oscillations in the Earth liquid core. In the model three velocity components are used which are approximate oscillations modes of the liquid core. Two of them define 6-jet convection in the Earth's core, and the third corresponds to anticipatory rotation of the solid core.

**Key words:** geodynamo, kinematic dynamo, Earth's core, Poincare operator.