MSC 32C99

О СТАБИЛЬНЫХ 2-РАССЛОЕНИЯХ С КЛАССАМИ ЧЕРНА $c_1 = 0$, $c_2 = 12$ И $c_2 = 13$ НА КОМПЛЕКСНОМ ПРОЕКТИВНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

***С.А. Тихомиров, **А.П. Ляпин**

*Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д.Ушинского,
ул. Республиканская, 108, Ярославль, 150 000, Россия, e-mail: satikhomirov@mail.ru
**Сибирский федеральный университет,
пр. Свободный, 79/10, Красноярск, 660 041, Россия, e-mail: lyapinap@yandex.ru

Аннотация. Находится число компонент Эйна в многообразиях модулей стабильных 2-расслоений с классами Черна $c_1 = 0$, $c_2 = 12$ и 13, вычисляются их размерности и устанавливается соответствие этих компонент спектрам стабильных 2-расслоений.

Ключевые слова: векторное расслоение, классы Черна, многообразие модулей.

1. Введение. В статье [1] Хартсхорном был опубликован перечень приоритетных проблем, связанных с векторными расслоениями на комплексных проективных пространствах. В частности, проблема 7 из данного перечня — изучение многообразий модулей стабильных векторных расслоений ранга 2 (называемых иногда для краткости «2-расслоениями») на комплексном проективном пространстве, в наши дни остается далекой от полного решения.

Всевозможные вопросы, относящиеся к поиску компонент в таких многообразиях модулей, а также установлению различных качественных и количественных характеристик этих компонент являются одними из самых главных в исследовании указанных многообразий.

Настоящая работа посвящена нахождению точного числа компонент Эйна в многообразиях модулей $M_{\mathbb{P}^3}(2;0,12)$ и $M_{\mathbb{P}^3}(2;0,13)$ стабильных 2-расслоений с классами Черна $c_1 = 0$, $c_2 = 12$ и $c_2 = 13$ на $\mathbb{P}^3$ над полем комплексных чисел $\mathbb{C}$, вычислению их размерностей и установлению соответствия этих компонент конкретным спектрам стабильных 2-расслоений. По поводу известных в этом направлении результатов см., например, [2].

2. Компоненты Эйна в многообразиях $M_{\mathbb{P}^3}(2;0,12)$ и $M_{\mathbb{P}^3}(2;0,13)$ и их характеристики.

Напомним некоторые основные определения. Пусть $\mathcal{E}_2$ — стабильное расслоение ранга 2 с классом Черна $c_1 = 0$ на $\mathbb{P}^3$, l – общая прямая в $\mathbb{P}^3$, $\sigma := bl_l : \tilde{\mathbb{P}}^3 \to \mathbb{P}^3$ – раздутие вдоль l и $\pi : \tilde{\mathbb{P}}^3 \to \mathbb{P}^1$ – морфизм, определенный пучком плоскостей, проходящих через l. Тогда расслоение $\mathsf{V} := R^1\pi_\star\sigma^\star\mathcal{E}_2(-1)$ есть расслоение ранга n на $\mathbb{P}^1$. По теореме

Работа выполнена в рамках проекта Минобрнауки РФ на 2014-2016 гг. (госзадание – научная лаборатория ЯГПУ «Векторные расслоения на алгебраических многообразиях» (первый автор) и поддержана грантом РФФИ №14-01-00283-а (второй автор)

Гротендика (см., например, [3]) такое расслоение единственным образом расщепляется в прямую сумму линейных: $\mathsf{V} = \bigoplus_{i=1}^{n} \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(a_i)$, где $a_1 \le a_2 \le \ldots \le a_n$. Тогда *спектр* $\mathrm{Spec}(\mathcal{E}_2) := \{a_1, \ldots, a_n\}$.

Понятие спектра в случае произвольной характеристики было введено Хартсхорпом в [4].

В реальности спектр такого расслоения представляет собой неубывающую последовательность n целых чисел, обладающую рядом важных свойств ([4], [5]). А именно, пусть $\mathrm{Spec}(\mathcal{E}_2) := \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}, a_i \in \mathbb{Z}$, – спектр E_2. Тогда $\mathrm{Spec}(\mathcal{E}_2)$ удовлетворяет свойствам:

(1) симметричность $\{-a_i\} = \{a_i\}$,

(2) связность: для любых двух чисел в $\mathrm{Spec}(\mathcal{E}_2)$, каждое число, лежащее между ними, также лежит в $\mathrm{Spec}(\mathcal{E}_2)$,

(3) если число l_0, такое, что $l \le l_0 \le \max\{a_i\}$ появляется только один раз в $\mathrm{Spec}(\mathcal{E}_2)$, то каждое число l, такое, что $l \le l_0 \le \max\{a_i\}$ появляется только один раз в $\mathrm{Spec}(\mathcal{E}_2)$.

Согласно результату Хартсхорна и Рао [5] для 2-расслоений с $_1 = 0$ и $1 \le c_2 \le 19$ все спектры, удовлетворяющие свойствам (1)-(3) выше, являются реализуемыми, то есть в действительности существуют расслоения, имеющие такой спектр.

В свою очередь Л. Эйн [6] рассмотрел специальный класс стабильных векторных расслоений ранга 2 на $\mathbb{P}^3$ – класс так называемых обобщенных нуль-корреляционных расслоений $\mathcal{E}_2$, являющихся когомологическими пучками монад вида

$$0 \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-c) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-b) \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-a) \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(a) \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(b) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(c) \to 0, \qquad (1)$$

где $c > b \ge a \ge 0$. В этом случае, как нетрудно вычислить, $c_1(\mathcal{E}_2) = 0, c_2(\mathcal{E}_2) = c^2 - a^2 - b^2$. Более того, Л. Эйн показал, что такие расслоения стабильны тогда и только тогда, когда $c > a + b$, и что пространство модулей $M_{\mathbb{P}^3}(2; 0, c^2 - a^2 - b^2)$ имеет неприводимую компоненту $N(a, b, c)$, общая точка которой соответствует классу расслоений, являющихся когомологическими пучками монад из (1). Такие компоненты и будем называть *компонентами Эйна.* Всесороннее изучение расслоений, составляющих компоненты Эйна, по-прежнему сохраняет свою важность в связи с многочисленными применениями (данные расслоения иногда называются «обобщенными инстантонами» – см., например, [7]). Основным результатом настоящей работы является следующая

Теорема. *1. В пространстве $M_{\mathbb{P}^3}(2; 0, 12)$ имеется единственная компонента Эйна: компонента размерности 104, содержащая плотное подмножество классов расслоений, имеющих спектр $(-3, -2 -2, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3)$ и задаваемых монадой типа $0 \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-4) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-2) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(2) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4) \to 0$.*

2. В пространстве $M_{\mathbb{P}^3}(2; 0, 13)$ имеется единственная компонента Эйна: компонента размерности 176, содержащая классы расслоений, имеющих спектр

$$(-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

и задаваемых монадой типа $0 \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-7) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-6) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(6) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(7) \to 0$.

□ Положим $r = b - a, q = c - 2a - r - 1$. Здесь $r, q \geq 0$ в силу неравенств из (1). Тогда $c_2(\mathcal{E}_2) = (2a + r + 1 + q)^2 - (a + r)^2 - a^2 = (2a + r)^2 + (1 + q)^2 + 2(2a + r)(1 + q) - 2a^2 - 2ar - r^2 = 4a^2 + 4ar + r^2 + 1 + 2q + q^2 + 4a + 4aq + 2r + 2rq - 2a^2 - 2ar - r^2 = 2a^2 + 2ar + 4a + 4aq + 2r + 2rq + 1 + 2q + q^2$.

Поскольку a, r и q – неотрицательные целые числа, а $c_2(\mathcal{E}_2)$ представляет собой сумму единицы и произведений этих трех переменных в неотрицательных степенях, то, фиксируя любые две из трех переменных a, r и q, легко проверяем, что $c_2(\mathcal{E}_2)$ становится тогда возрастающей функцией от оставшегося переменного. Анализируя данную функцию, мы элементарными вычислениями получаем, что равенство $c_2(\mathcal{E}_2) = 12$ возможно лишь при $a = 0$, $r = 2$, $q = 1$. Тем самым, $b = 2$ и $c = 4$. Аналогично, равенство $c_2(\mathcal{E}_2) = 13$ возможно лишь при $a = 0$, $r = 6$, $q = 0$. Тем самым, $b = 6$ и $c = 7$. Разберем теперь подробно два этих случая.

1. В случае $c_2 = 12$ имеется 20 реализуемых спектров. Перечислим эти спектры:

1) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$;
2) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$;
3) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1)$;
4) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-2, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2)$;
5) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1)$;
6) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-2, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2)$;
7) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-3, -2, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3)$;
8) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-1, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)$;
9) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-2, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2)$;
10) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-2, -2, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2)$;
11) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-3, -2, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3)$;
12) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-4, -3, -2, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3, 4)$;
13) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-1, -1, -1, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1)$;
14) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-2, -1, -1, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 2)$;
15) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-2, -2, -1, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2)$;
16) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-3, -2, -1, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 3)$;
17) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-3, -2, -2, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3)$;
18) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-4, -3, -2, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 4)$;
19) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-5, -4, -3, -2, -1, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5)$;
20) $\operatorname{Spec} \mathcal{E}_2 = (-2, -2, -2, -1, -1, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2)$.

В этом случае монада (1) имеет вид:

$$0 \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-4) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-2) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(2) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4) \to 0\,. \tag{2}$$

Согласно теореме статьи [8]

$$h^1\mathcal{E}_2(-1) = 16 \text{ и } h^1\mathcal{E}_2(-2) = 9\,. \tag{3}$$

Теперь рассмотрим спектр под номером 17 из указанного списка. Следуя технике Барта (см. работу [9]), имеем

$$h^1\mathcal{E}_2(-1) = h^0K, h^1\mathcal{E}_2(-2) = h^0K(-1),$$

где $K = \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(k)$, а числа k пробегают вышеуказанные спектры. Отсюда элементарным вычислением получаем, что равенства (3) верны для спектра $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-2,-1,-1,0,0,1,1,2,2,3)$, входящего под номером 17 в наш список. Тем самым, в силу единственности спектра $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2$ расслоения $\mathcal{E}_2$ получаем, что наша компонента Эйна соответствует именно спектру с порядковым номером 17. Применяя формулу Барта (см. также формулу (4) статьи [2]) к монаде (2), находим размерность d этой компоненты Эйна:

$$d = d_1 - d_2 - d_3 - d_4\,,$$

где

$$\begin{aligned}
d_1 &= \dim \operatorname{Hom}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-2) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(2), \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4)) = \\
&= h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(6) + h^0 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(6) + h^0 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(2) = 84 + 70 + 10 = 164;\\
d_2 &= \dim \operatorname{Hom}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4), \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4)) = h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} = 1;\\
d_3 &= h^0(\Lambda^2(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4))) = 0;\\
d_4 &= h^0(S^2(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-2) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(2))) = \\
&= h^0(S^2(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-2) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3})) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(4) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} + h^0 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(2) = \\
&= h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-4) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-4) + h^0 3\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} + h^0 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-2) + 35 + 1 + 20 = \\
&= 0 + 3 + 0 + 56 = 59\,.
\end{aligned}$$

Таким образом, $d = 164 - 1 - 0 - 59 = 104$.

2. В случае $c_2 = 13$ имеется 33 реализуемых спектра. Перечислим эти спектры:

1) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)$;
2) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)$;
3) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-1,-1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1)$;
4) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,2)$;
5) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1)$;
6) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-1,-1,0,0,0,0,0,0,0,1,1,2)$;
7) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-1,0,0,0,0,0,0,0,1,2,3)$;
8) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-1,-1,-1,-1,0,0,0,0,0,1,1,1,1)$;
9) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-1,-1,-1,0,0,0,0,0,1,1,1,2)$;
10) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-2,-1,-1,0,0,0,0,0,1,1,2,2)$;
11) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-1,-1,0,0,0,0,0,1,1,2,3)$;
12) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-4,-3,-2,-1,0,0,0,0,0,1,2,3,4)$;
13) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-1,-1,-1,-1,-1,0,0,0,1,1,1,1,1)$;
14) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-1,-1,-1,-1,0,0,0,1,1,1,1,2)$;
15) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-2,-1,-1,-1,0,0,0,1,1,1,2,2)$;
16) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-1,-1,-1,0,0,0,1,1,1,2,3)$;
17) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-2,-2,-1,-1,0,0,0,1,1,2,2,2)$;
18) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-2,-1,-1,0,0,0,1,1,2,2,3)$;
19) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-4,-3,-2,-1,-1,0,0,0,1,1,2,3,4)$;
20) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-5,-4,-3,-2,-1,0,0,0,1,2,3,4,5)$;

21) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-1,-1,-1,-1,-1,-1,0,1,1,1,1,1,1)$;
22) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-1,-1,-1,-1,-1,0,1,1,1,1,1,2)$;
23) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-2,-1,-1,-1,-1,0,1,1,1,1,2,2)$;
24) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-1,-1,-1,-1,0,1,1,1,1,2,3)$;
25) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-2,-2,-1,-1,-1,0,1,1,1,2,2,2)$;
26) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-2,-1,-1,-1,0,1,1,1,2,2,3)$;
27) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-4,-3,-2,-1,-1,-1,0,1,1,1,2,3,4)$;
28) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-2,-2,-2,-2,-1,-1,0,1,1,2,2,2,2)$;
29) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-2,-2,-2,-1,-1,0,1,1,2,2,2,3)$;
30) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-3,-3,-2,-2,-1,-1,0,1,1,2,2,3,3)$;
31) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-4,-3,-2,-2,-1,-1,0,1,1,2,2,3,4)$;
32) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-5,-4,-3,-2,-1,-1,0,1,1,2,3,4,5)$;
33) $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6)$.

В данном случае монада (1) имеет вид:

$$0 \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-7) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-6) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(6) \to \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(7) \to 0\,. \tag{4}$$

Согласно теореме статьи [8]

$$h^1\mathcal{E}_2(-1) = 28, h^1\mathcal{E}_2(-2) = 21\,. \tag{5}$$

Теперь рассмотрим спектр под номером 33 из вышеуказанного списка. Снова следуя технике Барта [9], элементарным вычислением получаем, что равенства (5) верны для спектра

$$\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2 = (-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6),$$

входящего под номером 33 в наш список. Тем самым, в силу единственности спектра $\operatorname{Spec}\mathcal{E}_2$ расслоения $\mathcal{E}_2$ получаем, что наша компонента Эйна соответствует в точности спектру с порядковым номером 33 и, ввиду утверждения (а) теоремы 3.3 статьи [6], содержит именно классы расслоений, имеющих такой спектр. Применяя упомянутую выше формулу Барта к монаде (4), находим размерность d этой компоненты Эйна: $d = d_1 - d_2 - d_3 - d_4$, где

$$\begin{aligned}
d_1 &= \dim \operatorname{Hom}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-6) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(6), \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(7)) = \\
&= h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(13) + h^0 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(7) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(1) = 560 + 240 + 4 = 804;\\
d_2 &= \dim \operatorname{Hom}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(7), \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(7)) = h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} = 1;\\
d_3 &= h^0(\Lambda^2(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(7))) = 0;\\
d_4 &= h^0(S^2(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-6) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(6))) = \\
&= h^0(S^2(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-6) \oplus 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3})) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(12) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(12) + h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} + h^0 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(6) = \\
&= h^0\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-12) + h^0 3\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3} + h^0 2\mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(-6) + 455 + 1 + 168 = \\
&= 0 + 3 + 0 + 624 = 627.
\end{aligned}$$

В итоге $d = 804 - 1 - 0 - 627 = 176$.

Литература

1. Hartshorne R. Algebraic vector bundles on projective spaces: a problem list // Topology. – 1979. – № 18. – С.117-128.
2. Тихомиров С.А., Ляпин А.П., Рузанов Е.А. О многообразиях модулей $M_{\mathbb{P}^3}(2;0,10)$ и $M_{\mathbb{P}^3}(2;0,11)$ стабильных 2-расслоений с классами Черна $c_1 = 0$, $c_2 = 10$ и 11 на комплексном проективном пространстве // Ярославский педагогический вестник. Т. III (Естественные науки). – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2012. – № 4. – С.13–18.
3. Оконек К., Шнейдер, М., Шпиндлер, Х. Векторные расслоения на комплексных проективных пространствах / М: Мир, 1984. – 308 с.
4. Hartshorne R. Stable reflexive sheaves // Math. Ann. – 1980. – 254. – P.121–176.
5. Hartshorne R., Rao A.P. Spectra and monads of stable bundles // J. Math. Kyoto Univ.. – 1991. – 31, № 3. – С.789–806.
6. Ein L. Generalized null correlation bundles // Nagoya Math. J. – 1988. – 111. – С.13–24.
7. Jardim M., Marchesi S. Instantons, generalized instantons and Buchbaum bundles // arXiv:1309.0447v1, [math.AG], 2 Sept. 2013, 11 p. (режим доступа: http://arxiv.org/pdf/1309.0447.pdf).
8. Тихомиров С.А., Ляпин А.П., Войлокова О.А. Инварианты стабильных 2-расслоений на комплексном проективном пространстве и адаптация вычислительной технологии Барта // Ярославский педагогический вестник. Т.III (Естественные науки). – Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2013. – №2. – С.33–38.
9. Barth W. Some experimental data // In: les equations de Yang-Mills. A. Douady, J.-L. Verdier, eds, seminaire E.N.S. 1977–1978, Asterisque, 71–72 (1980), 205–218.

ON STABLE 2-BUNDLES WITH CHERN CLASSES $c_1 = 0, c_1 = 12$ AND $c_2 = 13$ ON COMPLEX PROJECTIVE SPACE

***S.A. Tikhomirov, **A.P. Lyapin**

*Yaroslavl State Pedagogical University named after Konstantin D.Ushinskiy,
Respublikanskaya Str., 108, Yaroslavl, 150 000, Russia, e-mail: satikhomirov@mail.ru
**Siberian Federal University,
Svobodny Av., 79/10, Krasnoyarsk, 660 041, Russia, e-mail: LyapinAP@yandex.ru

Abstract. The number of Ein's components in varieties of moduli of stable 2-bundles with Chern classes $c_1 = 0$, $c_2 = 12$ и $c_2 = 13$ is found, their dimensions are calculated and it is established the correspondence of this components to spectra of stable 2-bundles.

Key words: vector bundle, Chern classes, variety of moduli.