MCS 65N30

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ ИНТЕРЛИНАЦИОННЫМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

О.Н. Литвин, Л.С. Лобанова, Г.В. Залужная

Украинская инженерно-педагогическая академия,
ул. Университетская, 16, Харьков, 61003, Украина, e-mail: zal_artem@mail.ru

Аннотация. Исследуются некоторые аспекты численной реализации интерлинационного метода конечных элементов (МКЭ) решения нестационарной задачи теплопроводности для прямоугольной пластины. Исследование проводится с использованием точных решений, метод построения которых предложено авторами, а также сравнением с результатами, полученными классическим МКЭ. Интерлинационный метод конечных элементов позволяет свести нестационарную задачу теплопроводности к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений меньшего порядка, чем в классическом методе конечных элементов.

Ключевые слова: нестационарная задача теплопроводности, метод конечных элементов, интерлинация функций.

Введение. МКЭ является одним из наиболее используемых методов решения реальных нестационарных задач но распределению температуры в областях сложной формы. Практика иногда требует решения задач с большим количеством элементов, а следовательно, и неизвестных функций $C_k(t)$, $k=\overline{1,M}$, которые определяют следы $C_k(t)=u(x_k,y_k,t)$, $k=\overline{1,M}$ приближенного решения $u(x,y,t)$ в узлах $A_k(x_k,y_k)$ элементов разбиения. Поэтому актуальной является разработка и исследование новых методов решения нестационарных задач теплопроводности, которые используют меньшее количество элементов для достижения той же точности $\varepsilon>0$ [1-5]. Такими методами являются методы, основанные на использовании интерлинации функций двух и трех переменных [1,2].

В работе [5] рассмотрена аналогичная задача для прямоугольной пластины с проведением анализа численного эксперимента для случая, когда $u(x,y,t)$ есть бесконечное число раз дифференцированная функция, но без теоретического (априорного) анализа оценок погрешности. В данной работе эти результаты анализируются также и для случая, когда точное решение $u(x,y,t)\in W_2^1(G)\cap C^\infty[0;+\infty)$.

Основные утверждения работы. Дан анализ возможностей интерлинационного метода конечных элементов на основе результатов вычислительного эксперимента.

Для ограниченной области $G\subset R^2$ будем решать нестационарную краевую задачу:

$$Lu\equiv\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}\left(a_1(x,y)\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(a_2(x,y)\frac{\partial u}{\partial y}\right)+b(x,y)u=f(x,y,t),\qquad(1)$$

$$(x,y)\in G,\ \ t>0$$

при следующих начальной и граничной условиях:

$$u(x,y,0) = u_0(x,y), (x,y) \in G, \ \ G \subseteq \Pi, \ \ \Pi = E^2, \ E = [0,1] \ , \tag{2}$$

$$u(x,y,t)|_{\partial G} = \varphi(x,y,t)|_{\partial G} \ . \tag{3}$$

Считаем, что $a_1(x,y), a_2(x,y) \in C^1(G)$, $b(x,y) \in C(G)$, $f(x,y,t) \in C(G \times R^+)$, $R^+ = [0,\infty)$ и решение поставленной задачи удовлетворяет условиям:

1) $u(x,y,t)$ имеет непрерывные производные до 2-го порядка включительно но переменным x и y , $u^{(p,q,0)}(x,y,t) \in C(G \times R^+)$, $\forall t \geq 0$, $0 \leq p,q \leq 2$;

2) $\dfrac{\partial u}{\partial t} \in C\left(G \times R^+\right)$.

Кроме этого, считаем, что граничная $\varphi(x,y,t)$ и начальная $u_0(x,y)$ функции удовлетворяют соотношению: $\varphi(x,y,0)|_{\partial G} = u_0(x,y)|_{\partial G}$.

Заменим задачу (1)-(3) соответствующей задачей с однородными начальным и граничным условиями. Для этого введем вместо функции $u(x,y,t)$ функцию $v(x,y,t)$ следующим образом:

$$u(x,y,t) = v(x,y,t) + \varphi(x,y,t) + u_0(x,y) - \varphi(x,y,0) \, .$$

Функция $v(x,y,t)$ должна удовлетворять дифференциальному уравнению и однородным начальному и граничному условиям:

$$Lv(x,y,t) = f(x,y,t) - L\varphi(x,y,t) - L\left(u_0(x,y) - \varphi(x,y,0)\right),$$

$$v(x,y,0) = 0, \ \ v(x,y,t)|_{\partial G} = 0,$$

$$u(x,y,t) \in C^{2,2,1}\left(G \times R^+\right) = \left\{v : v^{(p,q,1)}(x,y,t) \in C\left(G \times R^+\right), 0 \leq p,q \leq 2\right\}.$$

Если u — построенная указанным методом функция, то она является точным решением соответствующей начально-краевой задачи. Далее считаем начальное и граничное условия однородными.

Введем оператор-интерлинант

$$Of(x,y,t) = \sum_{i=0}^{m} h(mx-i)\ f\left(\frac{i}{m},y,t\right) + \sum_{j=0}^{n} h(ny-j)\ f\left(x,\frac{j}{n},t\right) -$$

$$-\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} f\left(\frac{i}{m},\frac{j}{n},t\right)\ h(mx-i)\ h(ny-j),$$

который имеет свойства:

$$Of\left(\frac{i}{m},y,t\right)=f\left(\frac{i}{m},y,t\right),\ \ Of\left(x,\frac{j}{n},t\right)=f\left(x,\frac{j}{n},t\right),\ \ i=\overline{0,m};\ j=\overline{0,n}.$$

Погрешность приближения функции $f\left(x,y,t\right)\in C^{2,2,\infty}\left(G\times R^{+}\right)$ с помощью оператора-интерлинанта (при $(x,y)\in E$):

$$\left|f\left(x,y,t\right)-Of\left(x,y,t\right)\right|=O\left(\frac{1}{m^2}\cdot\frac{1}{n^2}\right)=O\left(\Delta^4\right),\ \ \Delta=\max\left\{\frac{1}{m},\frac{1}{n}\right\},\ \ \Delta\to 0.$$

Заменим в формуле оператора-интерлинанта каждую из функций $f\left(\frac{i}{m},y,t\right)$, $f\left(x,\frac{j}{n},t\right)$ ее соответствующим интерполянтом по пространственным переменным:

$$f\left(\frac{i}{m},y,t\right)\approx A_{1i}f\left(y,t\right)=\sum_{\ell=0}^{n^2}f\left(\frac{i}{m},\frac{\ell}{n^2},t\right)\,h\left(n^2y-\ell\right),$$

$$f\left(x,\frac{j}{n},t\right)\approx A_{2j}f\left(x,t\right)=\sum_{k=0}^{m^2}f\left(\frac{k}{m^2},\frac{j}{n},t\right)\,h\left(m^2x-k\right)$$

с погрешностями

$$\left|f\left(\frac{i}{m},y,t\right)-A_{1i}f\left(y,t\right)\right|=O\left(\frac{1}{m^2}\right)\forall y\in\left[0,1\right],t\geq 0\,,$$

$$\left|f\left(x,\frac{j}{n},t\right)-A_{2j}f\left(x,t\right)\right|=O\left(\frac{1}{n^2}\right)\forall x\in\left[0,1\right],t\geq 0.$$

В результате получим оператор:

$$Jf\left(x,y,t\right)=\sum_{i=0}^{m}h\left(mx-i\right)\,A_{1i}f\left(y,t\right)+\sum_{j=0}^{n}h\left(ny-j\right)\,A_{2j}f\left(x,t\right)-$$

$$-\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}f\left(\frac{i}{m},\frac{j}{n},t\right)\,h\left(mx-i\right)\,h\left(ny-j\right),$$

который приближает функцию $f\left(x,y,t\right)$ с погрешностью

$$\left|f\left(x,y,t\right)-Jf\left(x,y,t\right)\right|=O\left(\Delta^4\right)\forall t\geq 0.$$

В более детальной записи имеем интерполянт:

$$Jf\left(x,y,t\right)=\sum_{i=0}^{m}h\left(mx-i\right)\sum_{\ell=0}^{n^2}f\left(\frac{i}{m},\frac{\ell}{n^2},t\right)\,h\left(n^2y-\ell\right)+$$

$$+\sum_{j=0}^{n} h\left(ny-j\right)\sum_{k=0}^{m^2} f\left(\frac{k}{m^2},\frac{j}{n},t\right) h\left(m^2x-k\right)-$$

$$-\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} f\left(\frac{i}{m},\frac{j}{n},t\right) h\left(mx-i\right)h\left(ny-j\right)=$$

$$=\sum_{i=0}^{m} h\left(mx-i\right)\sum_{\substack{\ell=0\\ \ell\neq 0,n,2n,\ldots,n^2}}^{n^2} f\left(\frac{i}{m},\frac{\ell}{n^2},t\right) h\left(n^2y-\ell\right)+$$

$$+\sum_{j=0}^{n} h\left(ny-j\right)\sum_{\substack{k=0\\ k\neq 0,m,2m,\ldots,m^2}}^{m^2} f\left(\frac{k}{m^2},\frac{j}{n},t\right) h\left(m^2x-k\right)+$$

$$+\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n} f\left(\frac{i}{m},\frac{j}{n},t\right)\left[h\left(mx-i\right)h\left(n^2y-jn\right)+\right.$$

$$\left.+h\left(ny-j\right)h\left(m^2x-im\right)-h\left(mx-i\right)h\left(ny-j\right)\right]$$

со следующими свойствами:

$$Jf\left(\frac{i}{m},\frac{\ell}{n^2},t\right)=f\left(\frac{i}{m},\frac{\ell}{n^2},t\right),\ \ i=\overline{0,m},\ \ell=\overline{0,n^2},$$

$$Jf\left(\frac{k}{m^2},\frac{j}{n},t\right)=f\left(\frac{k}{m^2},\frac{j}{n},t\right),\ \ k=\overline{0,m^2},\ j=\overline{0,n}\,.$$

Этот интерполянт приближает функцию $f\left(x,y,t\right)$ с погрешностью $O\left(\Delta^4\right)$ $\forall t\geq 0$. Итак, порядок погрешности относительно $\Delta\to 0$ такой же, как и порядок погрешности приближения с помощью оператора-интерлинанта $\left|f\left(x,y,t\right)-Jf\left(x,y,t\right)\right|=O\left(\Delta^4\right)$, $(x,y)\in E$, $\forall t\geq 0$.

Теорема. *Если $u\left(x,y,t\right)$ — точное решение задачи (1)-(3) и $u\in C^{2,2}\left(E^2\right)$ $\forall t\geq 0$, то найденная методом ЛИДУ (линейных интегро-дифференциальных уравнений) функция u_2 будет приближать точное решение u с такой погрешностью:*

$$\exists M_2\left(t\right)>0:\left\|u-u_2\right\|_{C(\Omega)}\leq M_2\left(t\right)\Delta_1^2\Delta_2^2=O\left(\Delta^4\right)\quad\forall t\geq 0.$$

□ Для упрощения доказательства будем считать граничное условие однородным. Применяя к уравнению (1), граничному и начальному условиям (2)-(3) интегральное преобразование Лапласа с параметром p $\tilde{u}\left(x,y,p\right)=\int\limits_0^\infty u\left(x,y,t\right)e^{-pt}dt$, получим для функции $\tilde{u}$ граничную задачу:

$$L_1[\tilde{u}(x,y,p)]:=p\tilde{u}-\left(a_1(x,y)\,\tilde{u}'_x\right)'_x-\left(a_2(x,y)\,\tilde{u}'_y\right)'_y+b\left(x,y\right)\tilde{u}=\tilde{f}(x,y,p)+u_0\left(x,y\right)\ ,\quad(4)$$

$$(x, y) \in E^2 = [0, 1]^2 , \quad \forall p ,$$

$$\tilde{u}\,(x, y, p) = 0, \quad (x, y) \in \partial G . \tag{5}$$

Таким образом, мы пришли к эллиптической задаче (4)-(5). Считаем, что $a\,(u, v) = \int\int\limits_G \left[a_1 u'_x v'_x + a_2 u'_y v'_y + (p + b)\,uv\right] dx\,dy \in V$ - эллиптическая, непрерывная, симметрическая билинейная форма уравнения (4), которая удовлетворяет условиям:

$$\exists \rho\,(p) > 0, \quad M_4\,(\lambda) : a\,(v, v) \geq \rho\,\|v\|^2_{\overset{0}{W}{}^1_2(G)} , \quad a\,(u, v) \leq M_4\,\|u\|_{\overset{0}{W}{}^1_2(G)}\,\|v\|_{\overset{0}{W}{}^1_2(G)} ,$$

$$u, v \in \overset{0}{W}{}^1_2\,(G) \quad \forall p .$$

Тогда, если $\tilde{u}_2$ — приближенное решение задачи (4)-(5), найденное методом ЛИДУ, то справедливо такое обобщение леммы Сеа [6]:

$$\exists K\,(p) > 0 : \|\tilde{u} - \tilde{u}_2\|_{C(G)} \leq K\,(p) \inf \|\tilde{u} - w\|_{C(G)} . \tag{6}$$

Здесь inf берется по функциям $w \in V$, где V — бесконечномерное линейное пространство функций, определяемых оператором J,

$$V = \left\{w = Jv : v\,(x, y, p) \in C^{2,2}\,(G) , \; v|_{\partial G} = 0, \; \forall p\right\} .$$

Если выполняются условия относительно билинейной формы $a\,(u, v)$, написанной выше, и $u \in C^{2,2}\,(E^2)$, то для множителя справа в формуле (6) можем написать [7]:

$$\|\tilde{u} - w\|_{C(G)} \leq C\,(p) \cdot \Delta_1^2 \cdot \Delta_2^2, \; C\,(p) > 0 , \quad \forall p , \tag{7}$$

поскольку функция $w\,(x, y, p)$ строится в виде, который имеет те же следы на линиях интерлинации, что и функция $\tilde{u}\,(x, y, p)$. Это означает, что погрешность $\tilde{u} - \tilde{w}$ приближения функции $\tilde{u}\,(x, y, p)$ с помощью функции $\tilde{w}\,(x, y, p)$ будет определяться для каждого значения параметра p формулой для оценки погрешности интерлинации на системе взаимно перпендикулярных прямых [7, с. 167]. Учитывая это, можно записать:

$$u\,(x, y, t) - w\,(x, y, t) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} h_i\,(x)\,h_j\,(y) \int\limits_{x_i}^{x} \int\limits_{y_j}^{y} u^{2,2,0}\,(\xi, \eta, t)\,(x - \xi)\,(y - \eta) d\xi d\eta ,$$

откуда в изображениях получаем равенство

$$\tilde{u}\,(x, y, p) - \tilde{w}\,(x, y, p) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} h_i\,(x)\,h_j\,(y) \int\limits_{x_i}^{x} \int\limits_{y_j}^{y} \tilde{u}^{2,2,0}\,(\xi, \eta, p)\,(x - \xi)\,(y - \eta)\,d\xi\,d\eta,$$

а также неравенство

$$\left\|\tilde{u}\left(\cdot,\cdot,p\right)-\tilde{w}\left(\cdot,\cdot,p\right)\right\| \leq \left\|\tilde{u}^{2,2,0}\left(\cdot,\cdot,p\right)\right\| \cdot \Delta_1^2 \cdot \Delta_2^2 \cdot C, \;\; C>0.$$

С учетом неравенств (6) и (7) можно утверждать, что для приближенного решения $\tilde{u}_2\left(x,y,p\right)$, найденного методом ЛИДУ, будет выполняться неравенство

$$\exists M_3\left(p\right)>0: \left\|\tilde{u}-\tilde{u}_2\right\|_{C(G)} \leq M_3\left(p\right)\Delta_1^2\Delta_2^2 \;\; \forall p, \;\; M_3\left(p\right)=K\left(p\right)\cdot C\left(p\right)$$

при условии, что граничная задача Коши для системы интегро-дифференциальных уравнений интерлинационного метода решается точно. ■

Замечание 1. При решении задачи (1)-(3) классическим МКЭ с кусочно-линейными вспомогательными функциями погрешность приближенного решения u_1 (при том же разбиении области G на элементы) удовлетворяет такое неравенство:

$$\exists M_1\left(t\right)>0: \left\|u-u_1\right\|_{C(G)} \leq M_1\left(t\right)\max\left\{\Delta_1^2,\Delta_2^2\right\} \;\; \forall t\geq 0\,.$$

Итак, интерлинационный метод требует для достижения точности $\varepsilon=O\left(\Delta^4\right)$ разбиения области интегрирования на $N=O\left(n^2m^2\right)=O\left(\Delta^{-2}\right)=\left(\Delta=\varepsilon^{1/4}\right)=O\left(\varepsilon^{-1/2}\right)$ элементов, а классический МКЭ требует для достижения той же точности разбиения области интегрирования на $N_2=O\left(n^4m^4\right)=O\left(\Delta^{-4}\right)=\left(\Delta=\varepsilon^{\frac{1}{4}}\right)=O\left(\varepsilon^{-1}\right)$ элементов. То есть в классическом МКЭ каждую сторону области G нужно разбивать не на $n_1=O\left(n\right)$, а па $n_2=O\left(n^2\right)$ отрезков.

Замечание 2. Если в формуле для $w\left(x,y,p\right)$ следы на линиях интерлинации заменяем сплайн-интерполяционными формулами, которые приближают следы также с погрешностью $O\left(\Delta^4\right)$, то получаем схемы МКЭ, которые для каждого p будут иметь ту же за порядком погрешность, что и метод ЛИДУ.

Пример. Приведем результаты вычислительного эксперимента для решения такой тестовой нестационарной задачи теплопроводности:

$$\frac{\partial u(x_1,y_1,t)}{\partial t}=a^2\left(\frac{\partial^2 u(x_1,y_1,t)}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 u(x_1,y_1,t)}{\partial y_1^2}\right)+f(x_1,y_1,t), \tag{8}$$

$$(x,y)\in\Omega=\;[0,\ell]\times[0,\ell]\;, \qquad t>0\,,$$

$$u(x_1,y_1,0)=\varphi(x_1,y_1)\,, \qquad (x_1,y_1)\in\bar{\Omega}\,, \tag{9}$$

$$u(x_1,y_1,t)|_{\partial\Omega}=0 \;\;\forall t\geq 0\,. \tag{10}$$

Для безразмерных переменных $x=x_1/\ell$, $y=y_1/\ell$, $Fo=a^2t/\ell^2$, $u^*=u/u_0$ (u_0 – постоянная, которая имеет размерность температуры) задача (8)-(10) принимает вид:

$$\frac{\partial u^*(x,y,Fo)}{\partial Fo}=\frac{\partial^2 u^*(x,y,Fo)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u^*(x,y,Fo)}{\partial y^2}+f^*(x,y,Fo)\,, \tag{11}$$

$$u^*(x,y,0)=\varphi^*(x,y)\,,\quad (x,y)\in G=\,[0,1]\times[0,1]\,, \tag{12}$$

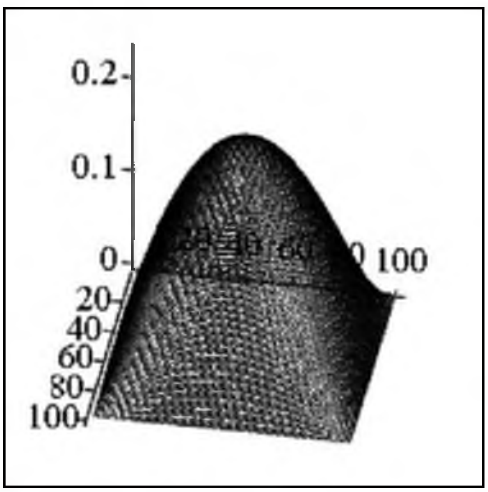
$$u^*(x,y,Fo)|_{\partial G}=0\,,\quad \forall Fo\geq 0\,. \tag{13}$$

Для случая $\varphi^*(x,y)=A\cdot x(1-x)y(1-y)$,

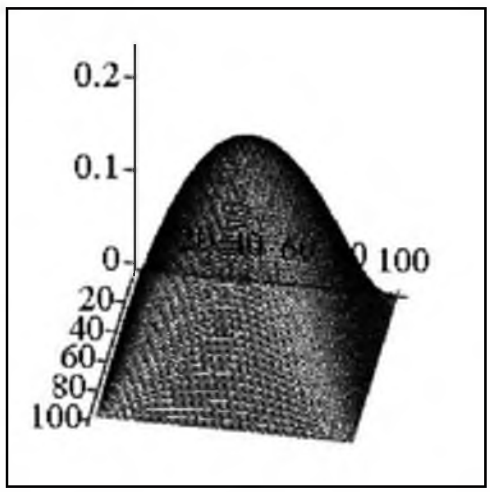
$$f^*\left(x,y,Fo\right)=Ae^{-\lambda\cdot Fo}\cdot\left(2x\left(1-x\right)+2y\left(1-y\right)-\lambda x\left(1-x\right)y(1-y)\right)\,,$$

точное решение задачи имеет вид: $u^*(x,y,Fo)=A\cdot e^{-\lambda\cdot Fo}x(1-x)y(1-y)$.

Вычислительный эксперимент проводился для решении этой задачи предложенным методом (ИМКЭ) и классическим методом (МКЭ) при условии, что соответствующие системы дифференциальных уравнений решались методом Рунге-Кутта с фиксированным шагом ΔFo : $\Delta Fo=0{,}001$ (при M=3, N=3), $\Delta Fo=0{,}0001$ (при M=4, N=4).



а)



б)

Рис. 1. Графическое изображение точного (а) и приближенного (б) решений.

Анализ результатов вычислительного эксперимента позволяет сделать следующие выводы:

1) максимальная погрешность при $a>1$ равна произведению значений a и максимальной погрешности при $a=1$;

2) погрешность уменьшается при увеличении числа Фурье Fo (это можно объяснить тем, что правые части в системе дифференциальных уравнений уменьшаются при увеличении числа Фурье) в $e^{-\lambda^* Fo}$ раз, если задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений решается точно;

3) погрешность $\varepsilon=O\left(10^{-3}\right)$ при $M=N=3$ достигалась при использовании в 2,4 раза большего количества дифференциальных уравнений в МКЭ (классическом) по сравнению с ИМКЭ (интерлинационным) и при $M=N=4$ в 2,8 раз большего

количества дифференциальных уравнений в МКЭ по сравнению с ИМКЭ. В общем случае интерлинационный МКЭ требует $(n-1)^2(2n+1)$ количества уравнений, что на порядок меньше, чем в классическом МКЭ - $(n^2-1)^2$ уравнений.

Вывод. При решении задачи нестационарной теплопроводности для квадратной пластины с погрешностью $O(\varepsilon^2)$ классическим МКЭ необходимо решать задачу Коши для системы n^4 обыкновенных дифференциальных уравнений. Использование сплайн-интерполяции функции $u(x,y,t) \in C^{2,2,\infty}(G \times R^+)$ пространственных переменных x, y , построенной на основе сплайн-интерлинации этих функций, позволяет уменьшить на порядок количество дифференциальных уравнений для достижения той же но порядку точности.

Литература

1. Сергиенко И.В., Литвин О.Н. Численная реализация метода ЛИДУ для уравнения нестационарной теплопроводности // Доповіді НАНУ. Сер. А. – 1990. – №10. – С.69-73. (на украинском языке)
2. Сергиенко И.В., Литвин О.Н., Дробот Е.И. Численная реализация метода ЛИДУ для уравнения нестационарной теплопроводности с тремя пространственными переменными // Доповіді НАНУ. – 2000. – №2. – С.67-73. (на украинском языке)
3. Сергиенко И.В., Литвин О.Н., Лобанова Л.С., Залужная Г.В. Анализ вычислительных возможностей интерлинационного метода конечных элементов решения нестационарной задачи теплопроводности // Доповіді НАНУ. – 2014. – №3. – С.43-50. (на украинском языке)
4. Литвин О.Н., Лобанова Л.С., Залужная Г.В. Численная реализация метода линейных интегро-дифференциальных уравнений для уравнения нестационарной теплопроводности с двумя пространственными переменными // Управляющие системы и машины: Киев, 2012. – №4. – С.11-19.
5. Литвин О.Н., Лобанова Л.С., Залужная Г.В. Решение нестационарной задачи теплопроводности для пластины интерлинационным методом конечных элементов // Труды Международного симпозиума «Вопросы оптимизации вычислений» (ПОО - XXXV). Киев: Институт кибернетики имени В.М. Глушкова НАН Украины, 2009. – С.14-19. (на украинском языке)
6. Сьярле Ф. Метод конечных элементов для эллиптических задач / Пер. с англ. М.: Мир, 1980. – 512 с.
7. Литвин О.Н. Интерлинация функций и некоторые ее применения // Харьков: Основа, 2002. – 544 с. (на украинском языке)

STUDY OF UNSTEADY TEMPERATURE FIELD IN RECTANGULAR PLATE BY INTERLINATION METHOD OF FINITE ELEMENTS

O.N. Lytvyn, L.S. Lobanova, G.V. Zalyzhna

Ukrainian Engineering Pedagogical Academy,
Universitetskaya St., 16, Kharkiv, 61003, Ukraine, e-mail: zal_artem@mail.ru

Abstract. Some aspects of numerical realization of interlination finite elements method (FEM) for solutions of non-stationary heat conduction problem in rectangular plate are studied. The research is conducted using exact solutions which are proposed by authors as well as the comparison with results obtained by classical FEM. Interlination finite elements method allows to reduce the transient problem of heat conduction to the Cauchy problem for system of ordinary differential equations of lower order than in the classical finite elements method.

Key words: transient heat conduction problem, finite elements method, functions interlination.