

Теоретический анализ работы джозефсоновских криотронов

Г. В. Аверин¹ , А. О. Спицын² , М. В. Шевцова² 

(Статья представлена членом редакционной коллегии Ю. П. Вирченко)

¹ Донецкий национальный университет,
Донецк, 283001, ДНР

² Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
Белгород, 308015, Россия

E-mail: 1380576@bsu.edu.ru

Аннотация. Рассмотрены различные схемы работы джозефсоновских криотронов, технологии их изготовления и способы эксплуатации; изучено решение вопросов стабильности работы логических вентилях, в основе которых лежит эффект Джозефсона, и предельно допустимых геометрических параметров криотрона. Построена вольт-амперная характеристика джозефсоновского криотрона с четырьмя устойчивыми режимами работы; составлена система дифференциальных уравнений, определяющих переходную характеристику криотронов с заданными параметрами в условиях гелиевых и азотных температур; предложены рекомендации по улучшению характеристик джозефсоновских криотронов, а также обозначены перспективы дальнейших исследований.

Ключевые слова: джозефсоновский криотрон, логический элемент, LCJC (логический управляемый джозефсоновский контакт), криоэлектроника

Для цитирования: Аверин Г. В., Спицын А. О., Шевцова М. В. 2023. Теоретический анализ работы джозефсоновских криотронов. Прикладная математика & Физика, 55(2): 166–175.
DOI 10.52575/2687-0959-2023-55-2-166-175

Original Research

Theoretical analysis of the work of josephson cryotrons

Gennady Averin¹ , Aleksey Spitsyn² , Maria Shevtsova² 

(Article submitted by a member of the editorial board Yu. P. Virchenko)

¹ Donetsk National University,
Donetsk, 283001, DNR

² Belgorod National Research University,
Belgorod, 308015, Russia

E-mail: 1380576@bsu.edu.ru

Abstract. Various schemes of operation of Josephson cryotrons, technologies for their manufacture and methods of operation are considered; the solution of questions of the stability of the operation of logic gates, which are based on the Josephson effect, and the maximum permissible geometrical parameters of the cryotron, have been studied. The volt-ampere characteristic of the Josephson cryotron with four stable operating modes has been constructed; a system of differential equations was compiled that determines the transient response of cryotrons with given parameters under conditions of helium and nitrogen temperatures; recommendations for improving the characteristics of Josephson cryotrons are proposed, and prospects for further research are outlined.

Keywords: Josephson Cryotron, Logic Element, LCJC (logical controlled Josephson contact), Cryoelectronics

For citation: Averin Gennadiy, Spitsyn Aleksey, Shevtsova Maria. 2023. Theoretical analysis of the work of Josephson cryotrons. Applied Mathematics & Physics, 55(2): 166–175. DOI 10.52575/2687-0959-2023-55-2-166-175

1. Введение. В настоящее время существуют сверхпроводящие логические элементы, работающие на эффекте Джозефсона с бинарной логикой. Для работы устройств, имеющих более двух устойчивых рабочих состояний, потребуется использовать управляющие шины-электроды.

Наиболее компромиссным техническим решением такой задачи является джозефсоновский криотрон. Он состоит из джозефсоновского перехода, управляющей шины и экрана, который нивелирует действие внешних полей на переход [1]. Самый главный недостаток такого устройства заключается

в высокой сложности его производства. В отличие от криотронов с бинарной логикой, простейший джозефсоновский криотрон является, по меньшей мере, пятислойной конструкцией. Минимальный набор базовых элементов джозефсоновского криотрона имеет вид: screen – insulator – superconductor – insulator – conductor; а также дополнительно необходима особая схема для питания управляющей шины.

Многие конструкции джозефсоновских криотронов имеют существенные недостатки, в том числе и технологического характера. Перечислим основные недостатки базисных элементов криоэлектроники.

В качестве первого недостатка выделим высокую степень сложности технологий изготовления криоэлектронных устройств. Джозефсоновские переходы вполне могут быть изготовлены методом фотолитографии сверхпроводниковой дорожки, например, из $(\text{BiPb})_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ на подложке из MgO [3]. Но существенным минусом данного метода является отсутствие функции экранирования и управления джозефсоновским переходом.

Второй существенный недостаток заключается в устойчивости к деградации параметров. Конструкцию джозефсоновского криотрона можно упростить, совместив функции экрана и управляющей шины путём объединения их в сверхпроводящую дорожку, которая наносится на поверхность подложки под джозефсоновский переход, соединяясь с ним последовательно [4]. Но такая организация структуры не позволяет устранить в долгосрочной перспективе действие разрушительных эффектов [7] диффузии, Киркендалла, Френкеля – Конторовой, крипа потока и т.д. Очевидно, что основной причиной деструктуризации логического элемента и утраты его способности выполнять свою роль с течением времени является непосредственный контакт всех образующих его слоёв, в которых происходят указанные выше эффекты. Эти проблемы особенно актуальны, когда речь идёт о длительных космических миссиях, где бесперебойное функционирование электронной аппаратуры в условиях сильного радиационного шума на протяжении всего времени исследования является важнейшей задачей. Так как если какой-то из основных управляющих узлов электроники перестаёт работать вследствие, например, неизбежной деструктуризации контакта, то, разумеется, вся система в целом может полностью выйти из строя. К перечисленным механизмам деструктуризации в данном случае необходимо добавить и космическое излучение (радиацию). А в силу того, что проходимые зондами расстояния в космических миссиях весьма значительные, то осуществление своевременного ремонта возникших неполадок на месте просто не представляется возможным.

Третьим недостатком является довольно большой размер структурных элементов криоэлектронных устройств, в сравнении с полупроводниковыми аналогами. Важной точкой развития криоэлектроники является её конкурентоспособность в создании интегральных схем малых размеров. На данный момент одной из самых сложных задач является уменьшение размера джозефсоновского перехода [19], являющегося нелинейным элементом сверхпроводящих цепей. По сравнению с современным транзистором площадь перехода в настоящее время более чем на два порядка больше. Решение вопроса уменьшения размеров криоэлектронных устройств ведёт к значительному успеху развития данной отрасли.

В работе выполнен теоретический анализ работы джозефсоновского криотрона и на основании этого анализа выработаны рекомендации по его усовершенствованию.

2. Построение вольт-амперной характеристики LCJC. Определим все возможные режимы устойчивой работы LCJC путём построения вольт-амперной характеристики (ВАХ) джозефсоновского перехода. Будем для простоты сначала исходить из классической многослойной геометрии джозефсоновского криотрона: screen – insulator – superconductor – insulator – conductor, постепенно внося корректировки. Схема LCJC представлена на рисунке 1.

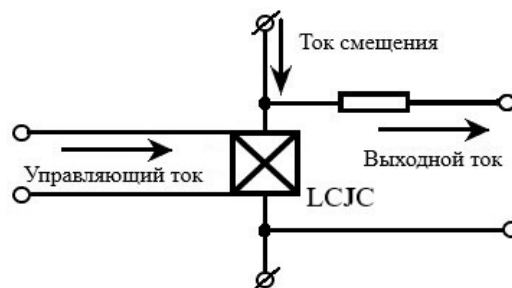


Рис. 1. Структурная схема LCJC – логического вентиля, базирующегося на эффекте Джозефсона

Fig. 1. Block diagram of an LCJC – logic gate based on the Josephson effect

В случае, когда ток криотрона меньше критического – сопротивление нижней сверхпроводниковой дорожки нулевое. Тогда общее состояние криотрона предписывается состоянием джозефсоновского перехода верхней дорожки.

Поведение джозефсоновского перехода – его ВАХ, в отсутствии магнитного поля задаётся уравнениями (1-3) для случаев стационарного ($I < I_0$) и нестационарного эффектов Джозефсона ($I \geq I_0$):

$$I < I_0 : U = 0, \quad (1)$$

$$I = I_0 : U = U_0 = I_0 R, \quad (2)$$

$$I > I_0 : U = R \sqrt{I^2 - I_0^2}, \quad (3)$$

где R – сопротивление джозефсоновского перехода в нормальном состоянии, которое можно определить через тангенс угла наклона ВАХ α , как $R = 1/\operatorname{tg} \alpha$; I_0 – максимальный туннельный сверхток при нулевом напряжении (критический ток). Однако, стоит отметить, что тепловые эффекты при конечных напряжениях способны резко уменьшить эффективное значение I_0 в сопоставлении с током, который был необходим для достижения резистивного состояния первоначально. Влияние температурных флуктуаций, размывающих значение I_0 , очень важно учитывать, особенно при проектировании логических элементов (создании математической модели), так как фоновые шумы не должны серьёзным образом влиять на их работу.

Величина тока куперовских пар через джозефсоновский контакт при наличии магнитного поля становится функцией этого поля [9]. В рассматриваемом нами случае поле прикладывается параллельно плоскости перехода, поэтому выражение для тока туннелирования имеет вид:

$$I(\Phi) = I_0 \sin \gamma(0) \left[\sin \frac{\pi \Phi}{\Phi_0} \cdot \left(\frac{\pi \Phi}{\Phi_0} \right)^{-1} \right], \quad (4)$$

где Φ – полный магнитный поток в площади джозефсоновского перехода, $\Phi_0 = h/2e$ – квант магнитного потока, $\Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-15}$ Вб, $\gamma(0)$ – разность фаз $\Delta\phi$ в центре перехода; обычно её устанавливают так, чтобы ток в переходе совпадал с током, который задан внешним источником.

Величину максимального тока пар можем получить из уравнения (4), учтя, что $|\sin \gamma(0)| \leq 1$, получим:

$$I_{max} = I_0 \left| \sin \frac{\pi \Phi}{\Phi_0} \cdot \left(\frac{\pi \Phi}{\Phi_0} \right)^{-1} \right|. \quad (5)$$

Магнитный поток рассчитаем, как:

$$\Phi = BS = BZ_{\Pi} Y_{\Pi}, \quad (6)$$

где B – индукция магнитного поля, S – площадь джозефсоновского перехода, а Z_{Π} и Y_{Π} – его высота и ширина, соответственно.

Продолжая рассмотрение классического случая слоистой конструкции, в которой магнитное поле создаётся током I в нижней сверхпроводниковой дорожке, найдём выражение для индукции. В первом приближении можно использовать закон Био – Савара – Лапласа для случая бесконечно длинного проводника с током:

$$B = \frac{\mu_d \mu_0 I}{2\pi b_d}, \quad (7)$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ_d – величина магнитной проницаемости диэлектрика; b_d – толщина диэлектрического слоя.

С учетом выражения (5) для I_{max} уравнение (3) примет вид:

$$U = R \sqrt{I^2 - I_0^2} \cdot \left| \frac{\sin \frac{\pi \Phi}{\Phi_0}}{\left(\frac{\pi \Phi}{\Phi_0} \right)} \right|^2. \quad (8)$$

Исходя из вида уравнения (8), минимум тока через криотрон I_{min} будет соответствовать следующему условию:

$$\Phi = \Phi_0,$$

тогда с учетом (6) и (7) выражение для минимального тока примет вид:

$$I_{min} = \frac{2\pi \Phi_0}{\mu_0} \frac{b_d}{\mu_d Z_{\Pi} Y_{\Pi}}.$$

Из уравнения (8) найдём минимальное напряжение на криотроне:

$$U_{min} = R I_{min} = \frac{2\pi \Phi_0}{\mu_0} \frac{b_d}{\mu_d Z_{\Pi} Y_{\Pi}} R.$$

Сделаем оценку величины максимального тока в криотроне I_{max} из следующего уравнения:

$$I_{max} = I_0 + I_{min},$$

тогда максимум напряжения на криотроне U_{max} можно будет рассчитывать как:

$$U_{max} = I_{max}R = I_0R + U_{min}.$$

Обобщая полученные результаты, охарактеризуем основные четыре состояния ВАХ подобного криотрона:

1. $I_1 < I_0 : U_1 = 0$,
2. $I_2 = I_0 : U_2 = U_0$,
3. $I_3 = I_{max} = I_0 + \frac{2\pi\Phi_0}{\mu_0} \frac{b_d}{\mu_d Z_{II} Y_{II}}; U_3 = U_{max} = R(I_0 + \frac{2\pi\Phi_0}{\mu_0} \frac{b_d}{\mu_d Z_{II} Y_{II}})$,
4. $I_4 = I_{min} = \frac{2\pi\Phi_0}{\mu_0} \frac{b_d}{\mu_d Z_{II} Y_{II}}; U_4 = U_{min} = \frac{2\pi\Phi_0}{\mu_0} \frac{b_d}{\mu_d Z_{II} Y_{II}} R$.

Анализируя данные соотношения, видим, что состояния криотрона задаются протекающим током и его параметрами: b_d – толщиной слоя диэлектрика, Z_{II} – высотой перехода, Y_{II} – шириной перехода, μ_d – величиной магнитной проницаемости диэлектрика.

Полученные зависимости между токами и напряжениями можно отобразить графически, построив ВАХ (рис. 2). Она имеет особенность: $U_{min} < U_{max}$, которая объясняется лучшей наглядностью отображения всех рабочих состояний.

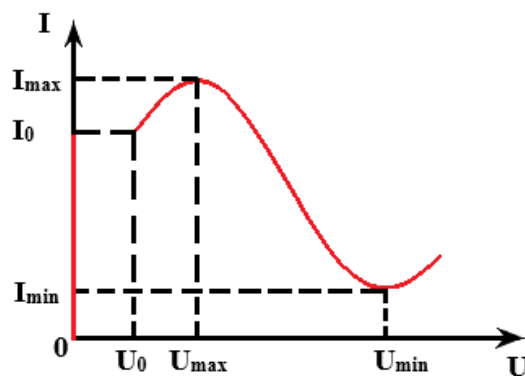


Рис. 2. ВАХ джозефсоновского криотрона с заданными состояниями
Fig. 2. Current-voltage characteristic of a Josephson cryotron with specified states

Проанализируем различные способы формирования заявленной ВАХ, опираясь на рассмотрение основных конструктивных особенностей нашей разработки и технологий, позволяющих создавать реальные устройства с требуемыми параметрами.

3. Конструктивные особенности LCJS. Для решения обозначенных в работе проблем в сфере криоэлектроники необходимо изначально определиться с конструктивными особенностями LCJS (logical controlled Josephson contact). Это необходимо выполнить перед созданием соответствующей математической модели, в целях более высокой корреляции с разрабатываемой теоретической моделью.

Одним из способов сформировать заявляемую ВАХ (рис. 2) является применение при изготовлении элемента метода магнетронного распыления и атомно-силового микроскопа [3], который будет формировать область джозефсоновского перехода в верхней сверхпроводниковой дорожке. Также не стоит отбрасывать методы ионно-лучевого осаждения – фрезерование сфокусированным ионным пучком обеспечивает достаточное пространственное разрешение для воспроизводимого формирования рисунка джозефсоновского перехода.

Стоит отметить ещё один схожий приемлемый способ изготовления слабой связи с плёнкой из высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). Он заключается в изготовлении сверхпроводниковой дорожки со слабой связью путем фотолитографии, причём сверхпроводящее состояние в области слабой связи подавляется направленным облучением сверхпроводниковой дорожки электронным лучом [5]. В этом случае ускоренные электроны будут создавать радиационные дефекты, а необходимая доза облучения лежит, как правило, в пределах $10^{-19} - 10^{20}$ см⁻², но для каждого материала требуется детальное рассмотрение. Энергия электронов задаётся, в первую очередь, исходя из типа ВТСП и толщины пленки. Так, например, для рассматриваемой в нашем случае плёнки из системы BiPbSrCaCuO с толщиной $\sim 0,5$ мкм энергия электронов должна составлять 80-120 кэВ. Критическая температура

сформированной плёнки на характерных подложках равна $T_C \approx 90\text{K}$. Материалом подложки могут служить MgO , ZrO_2 , монокристаллический сапфир, SrTiO_3 , YSZ и другие. Важным преимуществом бикристаллических переходов является отсутствие гистерезиса на их ВАХ, так как это обстоятельство устраняет необходимость шунтирования, что упрощает технологическое производство.

При реализации перечисленных способов изготовления джозефсоновского криотрона верхняя (с областью джозефсоновского перехода) и нижняя сверхпроводниковые дорожки будут иметь гальваническую связь. В этом и заключается геометрическая модификация (рис. 3). Установить основные параметры криотрона можно путём рассмотрения ВАХ джозефсоновского перехода.

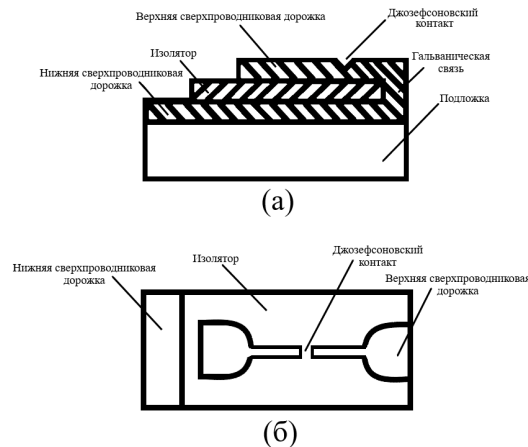


Рис. 3. Геометрическая схема джозефсоновского криотрона: (а) – в разрезе, (б) – вид сверху
Fig. 3. Geometric scheme of the Josephson cryotron: (a) – in section, (б) – top view

Технически реализуемый минимальный предел диапазонов варьирования геометрических параметров криотрона, в целом, зависит от уровня литографической техники, но имеет и принципиально не зависящий от используемых технологий барьер чисто физического характера. Сущность этого ограничения заключается в том, что свойства ультратонких сверхпроводящих плёнок отличаются от их объёмных аналогов. При уменьшении толщины сверхпроводящего слоя d происходит подавление критической температуры T_C , плотности критического тока j_C и критической напряжённости магнитного поля H_C . Так как длина когерентности ξ является функцией d со скачком при $\xi \sim d \sim 5\text{ нм}$ [13], то будем считать недопустимыми величины толщин джозефсоновского контакта, которые удовлетворяют неравенству $d \leq 10\text{ нм}$. Если говорить о характерных величинах площади LCJS – известно, что «при ширине токоведущих шин W минимальная площадь криотрона может быть равна $4W^2$ » [2], но предельно возможная плотность упаковки всех слоёв джозефсоновского криотрона будет задаваться не только его минимальными геометрическими размерами, но и предельно допустимой тепловой нагрузкой – величиной среднего перегрева, а также размером соответствующих элементов соединительных цепей. Эти параметры не играют особой роли в асинхронных схемах, где переключение происходит одновременно (адресные запоминающие устройства), но в устройствах, в которых практически все элементы задействованы одновременно, они становятся определяющими.

Термический гистерезис возникает при нагреве, возникающем в процессе перехода джозефсоновского контакта в резистивное состояние, и обычно наблюдается для контактов с критическими токами $I_0 > 20\text{ мкА}$ [16, 20]. Снизить отрицательное влияние, вызванное тепловыми потерями, можно путём уменьшения критических токов перехода, например, с помощью ионно-лучевого травления [15], но в этом случае необходимо соблюдать баланс и не забывать про предельно допустимые геометрические размеры, заложенные в дизайне структуры, так как если толщина или ширина перехода становятся сравнимыми с размером зерна в поликристаллической сверхпроводящей плёнке – разброс критических токов значительно увеличивается. Увеличение ширины перехода Y_{II} приводит к отклонению от идеального джозефсоновского поведения $I(\phi)\sin(\phi)$ и при значениях, превышающих длину когерентности ξ в 3,5 раза, характеристики $I(\phi)$ могут стать многозначными [11]. В работе [17] было проведено тщательное исследование наиболее распространенных типов джозефсоновских переходов на предмет их масштабируемости, которое показало, что существуют перспективы миниатюризации переходов с геометрией перемычек, обладающих переменной толщиной.

Довольно очевидным фактом, как уже отмечалось выше, является отрицательное длительное воздействие радиации на работу криоэлектроники. Например, молекулярно-динамическое моделирование радиационного повреждения сверхпроводника $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, проводимое в работе [12], показало, что длительное накопление дефектов в плоскостях CuO_2 вызывает деградацию сверхпроводящего состояния. В свою очередь, стабильность работы криотронов определяется как целостностью самой внутренней

рабочей структуры, так и постоянством её начальных характеристик, которые неразрывно с ней связаны. Разрушительное действие радиации можно сократить, увеличив зону и силу экранирования.

Как известно, одним из способов повышения критических токов является пиннинг. В работе [6] отмечается, что наиболее важными техническими моментами, которые необходимо успешно реализовать при пиннинге, являются создание и строгий контроль изолированных кластеров сверхпроводящей и нормальной фаз сверхпроводящего образца. В настоящее время существует большое количество различных способов закрепления вихрей Абрикосова, которые описаны, например, в работах [6, 10, 18]. Основная задача в ходе применения механизма пиннинга заключается в формировании сверхпроводящего перколяционного кластера, представляющего собой совокупность слабосвязанных мезоскопических сверхпроводящих островков.

В ходе исследования влияния искусственных центров пиннинга в виде нановключений BaSnO_3 (BSO) и BaZrO_3 (BZO) на критический ток высокотемпературных сверхпроводящих лент второго поколения (2G) на основе пленок $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (YBCO) было обнаружено [14], что введение нановключений BaZrO_3 увеличивает критический ток при 77 К для направления магнитного поля, параллельного и нормального к поверхности ленты, в то время как введение нановключений BaSnO_3 уменьшает критический ток в обоих случаях. Всё объясняется тем, что введение нановключений BaZrO_3 увеличивает жесткость связей медь-кислород в сверхпроводящей плоскости CuO_2 и минимизирует их статический беспорядок в матрице YBCO, в то время как введение нановключений BaSnO_3 приводит к значительному увеличению статического беспорядка при относительно слабом влиянии на жесткость связей Cu–O. Эти изменения в локальной структуре становятся решающими для изменения макроскопических свойств ВТСП-лент.

Таким образом, при аналитическом подборе материалов стоит учитывать механизм пиннинга, геометрические особенности и размеры элементов криотрона, а также технологии его изготовления.

4. Переходные характеристики LCJC. Под переходной характеристикой, определяющей эффективность работы логического вентиля, будем понимать функциональную зависимость $U(t)$ при смене логических состояний джозефсоновского криотрона [8].

Исследуем особенности переходных процессов в джозефсоновском криотроне методами математического моделирования, в целях выявления критических зависимостей и определения интервалов стабильной работы криотрона, его предельных характеристик.

Основной математической модели логических переходов в криотронах на эффекте Джозефсона является дифференциальное уравнение:

$$I(t) = I_0 \sin \gamma(t) + C \frac{\hbar}{2e} \frac{d^2 \gamma(t)}{dt^2} + G(U) \frac{\hbar}{2e} \frac{d\gamma(t)}{dt}, \quad (9)$$

где $I(t)$ – сила полного тока через криотрон, C – ёмкость перехода, \hbar – постоянная Дирака (приведённая постоянная Планка), e – элементарный заряд, $G(U)$ – нормальная проводимость (одноэлектронная проводимость джозефсоновского перехода), $\gamma(t)$ – скачок фазы.

Зависимость $G(U)$ можно определить из ВАХ криотронов и аппроксимировать простыми математическими функциями для гелиевых температур $T = 11, 6$ К [8]:

$$G(U) = G_n \left(0,942U - \frac{0,940U}{1 + (0,054U)^{31/2}} \right), \quad (10)$$

и для азотных температур $T = 81, 2$ К:

$$G(U) = G_n \left(0,920U - \frac{0,001^{7/5} \cdot 2681U}{1 + (0,054U)^{31/2}} \right), \quad (11)$$

где G_n – величина нормальной проводимости при напряжении резистивного перехода.

Определение переходной характеристики криотрона заключается в поиске выражения для $U(t)$ – временной зависимости напряжения в процессе изменения логического состояния криотрона. Для нахождения $U(t)$ воспользуемся выражением для нестационарного эффекта Джозефсона:

$$U(t) = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\gamma(t)}{dt}. \quad (12)$$

Выведем уравнения, которые определяют, как влияет на быстрдействие криотронов величина тока смещения, и устанавливают зависимость времени коммутации, характеризующего быстроту отклика, для прямых и обратных логических переходов в криотронах. Для этого будем проводить расчёты переходных характеристик криотронов, считая ток смещения величиной, которую можно варьировать перед запуском, но постоянной в процессе работы LCJC.

Управление логическим состоянием криотрона будем производить импульсами тока со следующей функциональной зависимостью от времени:

$$I_{regulator}^{[i]}(t) = I_{Ae} \frac{(t-t_i)^4}{t_{mid(i)}^4}, \quad (13)$$

здесь I_A – амплитуда импульса тока; $t_{mid(i)} = \frac{\Delta t_i}{2}$ – средняя продолжительность i -го управляющего импульса (среднее время изменения силы тока); t_i – момент подачи i -го управляющего импульса. Выбор такой зависимости условный и может быть пересмотрен в ходе моделирования. В таком случае, величина $I(t)$, будет определяться выражением:

$$I(t) = I_1 + I_{regulatory}^{[1]}(t) + I_{regulatory}^{[2]}(t), \quad (14)$$

где $I_1 < I_0$ – ток смещения, $I_{regulatory}^{[1]}(t)$ и $I_{regulatory}^{[2]}(t)$ силы тока первого и второго импульсов соответствующих управляющих сигналов.

Составим дифференциальное уравнение, решение которого будет определять переходную характеристику криотрона с заданными параметрами при гелиевых температурах. Этим уравнением будет являться уравнение (9) с учётом новых, введённых ранее, выражений (10), (12), (13) и (14):

$$I_1 + I_A e^{-\frac{(t-t_1)^4}{t_{mid(1)}^4}} - I_A e^{-\frac{(t-t_2)^4}{t_{mid(2)}^4}} = I_0 \sin \gamma + C \frac{\hbar}{2e} \frac{d^2 \gamma(t)}{dt^2} + G_n \left(0,942U - \frac{0,940U}{1 + (0,054U)^{31/2}} \right) \frac{\hbar}{2e} \frac{d\gamma(t)}{dt}, \quad (15)$$

где $I_1 < I_0$ – ток смещения (рабочий ток); t_1 – момент подачи первого импульса тока; t_2 – момент подачи второго импульса тока; $t_{mid(1)} = \frac{\Delta t_1}{2}$ – половина длительности первого импульса; $t_{mid(2)} = \frac{\Delta t_2}{2}$ – половина длительности второго импульса. Положительный импульс, отправленный в t_1 , приводит криотрон к логическому переходу $\langle 0 \rangle \rightarrow \langle 1 \rangle$, в то время как последующий в t_2 отрицательный импульс возвращает систему в первоначальное логическое состояние $\langle 0 \rangle$, то есть происходит переход $\langle 1 \rangle \rightarrow \langle 0 \rangle$. Уравнение для определения переходной характеристики криотрона с заданными параметрами, работающего в условиях азотных температур, будет отличаться от уравнения (15) только тем, что вместо уравнения (10) будет фигурировать уравнение (11).

Математическое моделирование переходной характеристики криотрона во время логических переходов основано на решении систем уравнений (12) и (15). Расчеты можно проводить для различных начальных параметров и материалов. Из полученной зависимости $U(t)$ определяются интервалы стабильной работы логического вентиля и устанавливаются соответствующие пределы.

5. Принцип работы LCJS. Перейдём к описанию работы криотрона, задав основные девять параметров для первого рабочего состояния: $I_0, I_1, I_A, C, G_n, t_1, t_{mid(1)}, t_2, t_{mid(2)}$. Переходы между остальными рабочими состояниями будут происходить по такому же алгоритму, поэтому подробно рассмотрим весь процесс только на одном логическом переходе между первым и вторым устойчивым состояниями. При фабрикации джозефсоновского перехода его ёмкость $C \sim \frac{Z_{II} Y_{II}}{b_d}$ и проводимость $G_n \sim 1/R$ можно изменять довольно в широких пределах, задавая разные геометрические размеры (b_d, Z_{II}, Y_{II} и др.), а величину критического тока $I_0 \sim G_n \sim Z_{II} Y_{II} e^{-\frac{d}{d_0}}$, где $\frac{d}{d_0}$ – приведенная толщина перехода, можно варьировать с помощью силы пиннинга, либо выбором другого ВТСП-материала.

Для управления логическим состоянием криотрона необходимо дискретно воздействовать на него, подавая управляющие сигналы, которые представляют собой импульсы тока, увеличивающие или уменьшающие силу общего тока на определённую величину, специально подобранную так, чтобы осуществлялся запрашиваемый логический переход. Передача сигналов осуществляется через подводящие кабели, по которым передаётся излучение, транслируемое от внешних приборов внутрь к устройству, которое находится в криостате. В целях уменьшения фоновых температурных шумов (поступающих извне криостата) и защиты устройства от воздействия внешнего магнитного поля, такие кабели можно оснащать аттенюаторами, а также устанавливать на криостаты внешние изолирующие экраны, например, из пермаллового сплава с высокой магнитной проницаемостью.

В момент времени t_1 на криотрон подаётся управляющий импульс, который приводит к увеличению силы тока в криотроне на величину I_A , вследствие чего начинается логический переход $\langle 0 \rangle \rightarrow \langle 1 \rangle$. После окончания логического перехода на криотроне установится напряжение $U_0 = I_0/G_n$, которое определяется по данным ВАХ джозефсоновского перехода и примерно равняется $\frac{\Delta}{e}$, где Δ – энергетическая щель сверхпроводников, образующих переход. Время коммутации $t_{mid(1)}$ в случае перехода $\langle 0 \rangle \rightarrow \langle 1 \rangle$ будем определять с момента подачи первого управляющего сигнала t_1 , как половину промежутка времени, за который напряжение $U(t)$ изменится от $0,1U_0$ до $0,9U_0$. Если учесть тепловые флуктуации и влияние внешних факторов, таких как радиационный фон, то можно предположить, что переходный процесс будет протекать не плавно, а в форме угасающих колебаний напряжения на криотроне.

По аналогии определим и время коммутации $t_{mid(2)}$, в случае логического перехода $\langle 1 \rangle \rightarrow \langle 0 \rangle$, который произойдёт вследствие подачи второго управляющего импульса в момент времени t_2 , как половину промежутка времени, за который огибающая колебаний амплитуды напряжения установится меньше уровня $0,1U_0$.

Меняя параметры модели, можно получать различные переходные характеристики, определяющие как стабильный, так и нестабильный режим работы LCJS. Основная задача моделирования данной

системы состоит в поиске стабильных режимов работы логического вентиля, соответствующих технически достижимым при производстве параметрам системы. Отличить стабильный режим работы от нестабильного можно, рассмотрев поведение криотрона в момент подачи управляющих импульсных сигналов. Если LCJS при попытке логического перехода, после колебаний напряжения вернулся в первоначальное логическое состояние $\langle 0 \rangle$, так и не достигнув состояния $\langle 1 \rangle$, т.е. на криотроне установилось нулевое напряжение (как и до попытки перехода), то такая конфигурация параметров соответствует нестабильному (неопределённому) режиму работы. Нестабильным будет считаться и такой режим, при котором не происходит логический переход $\langle 1 \rangle \rightarrow \langle 0 \rangle$: при подаче второго управляющего импульса напряжение не возвращается к нулевому значению, а постепенно устанавливается напряжение U_0 , соответствующие логическому состоянию $\langle 1 \rangle$.

Для определения набора конкретных значений управляющих импульсов тока, устанавливающих стабильные логические состояния при работе LCJS, необходимо обратиться к результатам теоретического расчёта ВАХ, которые были получены в конце первой главы и провести численное математическое моделирование, подбирая различные значения параметров, стремясь поучить удовлетворительные результаты.

В результате комбинирования параметров, для различных материалов, можно получить спектр значений модельных параметров, соответствующих стабильному режиму работы. Последующий отбор строится на результатах сравнения величины максимального быстродействия логических элементов.

Перспективы разработок логических вентилях LCJS обусловлены их высокой устойчивостью к внешним воздействиям (к радиации, к электромагнитным импульсам), сверхбыстрым откликом (превосходство в скорости переключения по сравнению с аналогами), относительной простотой изготовления и значительным снижением потребляемой, а, следовательно, и рассеиваемой мощности.

6. Заключение. Таким образом, в настоящей работе сформулированы эффективные рекомендации по решению ряда технических задач, связанных с созданием и эксплуатацией сверхпроводящих логических элементов – джозефсоновских криотронов. Научно-техническим результатом нашего исследования является адаптация конструкции джозефсоновского криотрона для упрощения процедуры его создания и облегчения последующей эксплуатации за счет наиболее выгодного, но в то же время относительно менее трудоёмкого способа изготовления, элементарного уменьшения числа его базовых слоев, а также геометрической модификации. Дальнейшая миниатюризация сверхпроводящих логических вентилях требует смены парадигмы проектирования и изготовления джозефсоновских переходов от трехслойных структур значительной толщины к гораздо меньшим размерам переходов, которые, в свою очередь, как было показано в данной работе, ограничены не только разрешением технологии однослойного структурирования, но и критерием неустойчивости к перегреву.

Список литературы

1. Алфеев В. Н., Бахтин П. А., Васенков А. А. 1985. Интегральные схемы и микроэлектронные устройства на сверхпроводниках. М., Радио и связь, 232.
2. Игумнов В. Н. 2019. Основы высокотемпературной криоэлектроники: учебное пособие. 2-е изд., стер. – Москва; Берлин: Директ-Медиа, 238.
3. Патент RU 2298260 C1, H01L 39/24. 27.04.2007.
4. Патент RU 2364009 C1, H01L 39/18. 10.08.2009.
5. Патент RU 2080693 C1, H01L39/22. 27.05.1997.
6. Сатлер О. Н., Спицын А. О. 2021. Механизм пиннинга в технологии контроля старения материалов. Журнал технических исследований, 2: 53-65.
7. Спицын А. О. 2020. Закономерности туннелирования в технологиях контроля старения материалов и биохимической эволюции. Научный альманах, 12-2(74): 64-70.
8. Тиханский М. В., Шурыгин Ф. М., Тиханская К.М. 2003. Моделирование переходных процессов в джозефсоновских элементах памяти с использованием реальных ВАХ туннельных переходов. Вестник национального университета «Львовская политехника». Электроника, 482: 152-161.
9. Тинкхам М. 2013. Введение в сверхпроводимость. М.: Книга по Требованию, 310.
10. Chen Y., et al. 2009. Enhanced flux pinning by BaZrO₃ and (Gd, Y)2O₃ nanostructures in metal organic chemical vapor deposited GdYBCO high temperature superconductor tapes. Appl. Phys. Lett., 94: 062513. DOI: 10.1063/1.3082037.
11. Faley M. I., Fiadziushkin H., Frohn B., Sch?ffelgen P., Dunin-Borkowski R. E. 2022. TiN nanobridge Josephson junctions and nanoSQUIDs on SiN-buffered Si. Superconductor Science and Technology, 35: 065001. DOI: 10.1088/1361-6668/ac64cd.
12. Gray R. L., Murphy S. T., Rushton M. J. D. 2022. Molecular dynamics simulations of radiation damage in YBa₂Cu₃O₇. Superconductor Science and Technology., 35 (3): 035010. DOI: 10.1088/1361-6668/ac47dc.
13. Keren A., Blau N., Gavish N., Kenneth O., Ivry Y., Suleiman M. 2022. Stiffness and coherence length measurements of ultra-thin superconductors, and implications for layered superconductors. Superconductor Science and Technology, 35 (7): 075013. DOI: 10.1088/1361-6668/ac7173.

14. Menushenkov A. P., Ivanov A. A., Chernysheva O. V., et al. 2022. The influence of BaSnO₃ and BaZrO₃ nanoinclusions on the critical current and local structure of HTS coated conductors. *Superconductor Science and Technology*, 35. (6): 065006. DOI: 10.1088/1361-6668/ac68a6.
15. Russo R., Esposito E., Crescitelli A., Di Gennaro E., Granata C., Vettoliere A., Cristiano R., Lisitskiy M. 2016. NanoSQUIDs based on niobium nitride films. *Superconductor Science and Technology*, 30: 024009. DOI: 10.1088/1361-6668/30/2/024009.
16. Shishkin A. G., Skryabina O. V., Gurtovoi V. L., Dizhur S. E., Faley M. I., Golubov A. A., Stolyarov V. S. 2020. Planar MoRe-based dc nanoSQUID. *Superconductor Science and Technology*, 33: 065005. DOI: 10.1088/1361-6668/ab877c.
17. Soloviev I. I., Bakurskiy S. V., Ruzhickiy V. I., Klenov N. V., Kupriyanov M. Yu., Golubov A. A., Skryabina O. V., Stolyarov V. S. 2021. Miniaturization of Josephson Junctions for Digital Superconducting Circuits. *Physical Review Applied*, 16: 044060. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.16.044060.
18. Sumption M. D., et al. 2008. Magnetization creep and decay in YBA₂Cu₃O_{7-x} thin films with artificial nanostructure pinning. *Phys. Rev. B*, 77: 094506. DOI: 10.1103/PhysRevB.77.094506.
19. Tolpygo S. K. 2016. Superconductor digital electronics: Scalability and energy efficiency issues. *Low Temperature Physics*, 42: 5. 361-378. DOI: 10.1063/1.4948618.
20. Troeman A. G. P., van der Ploeg S. H. W., Il'ichev E., Meyer H-G, Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Hilgenkamp H. 2008. Temperature dependence measurements of the supercurrent-phase relationship in niobium nanobridges. *Physical Review B*, 77: 024509. DOI: 10.1103/PhysRevB.77.024509.

References

1. Alfeev V. N., Bahtin P. A., Vasenkov A. A. 1985. Integral'nye skhemy i mikroelektronnye ustrojstva na sverhprovodnikah [Integrated circuits and microelectronic devices based on superconductors]. M., Radio i svyaz', 232.
2. Igunnov V. N. 2019. Osnovy vysokotemperaturnoj krioelektroniki: uchebnoe posobie [Fundamentals of high-temperature cryoelectronics: textbook]. 2-e izd., ster. – Moskva; Berlin: Direkt-Media, 238.
3. Patent RU 2298260 C1, H01L 39/24. 27.04.2007.
4. Patent RU 2364009 C1, H01L 39/18. 10.08.2009.
5. Patent RU 2080693 C1, H01L39/22. 27.05.1997.
6. Satler O. N., Spitsyn A. O. 2021. Pinning mechanism in materials aging control technology. *Journal of technical research*, 2: 53-65 (in Russian).
7. Spitsyn A.O. 2020. Regularities of tunneling in technologies for controlling aging of materials and biochemical evolution. *Science Almanac*, 12-2(74): 64-70 (in Russian).
8. Tihanskij M. V., SHurygin F. M., Tihanskaya K.M. 2003. Modelirovanie perekhodnyh processov v dzhozefsonovskih elementah pamyati s ispol'zovaniem real'nyh VAH tunnel'nyh perekhodov [Simulation of transients in Josephson memory elements using real volt-ampere characteristics of transitions]. *Vestnik nacional'nogo universiteta «L'vovskaya politehnika»*. *Elektronika*, 482: 152-161.
9. Tinkkham M. 2013. Vvedenie v sverhprovodimost' [Introduction to Superconductivity]. M.: Kniga po Trebovaniyu, 310.
10. Chen Y., et al. 2009. Enhanced flux pinning by BaZrO₃ and (Gd, Y)2O₃ nanostructures in metal organic chemical vapor deposited GdYBCO high temperature superconductor tapes. *Applied Physics Letters*, 94: 062513. DOI: 10.1063/1.3082037.
11. Faley M. I., Fiazdushkin H., Frohn B., Sch'ffolgen P., Dunin-Borkowski R. E. 2022. TiN nanobridge Josephson junctions and nanoSQUIDs on SiN-buffered Si. *Supercond. Sci. Technol.*, 35: 065001. DOI: 10.1088/1361-6668/ac64cd.
12. Gray R. L., Murphy S. T., Rushton M. J. D. 2022. Molecular dynamics simulations of radiation damage in YBa₂Cu₃O₇. *Superconductor Science and Technology*, 35 (3): 035010. DOI: 10.1088/1361-6668/ac47dc.
13. Keren A., Blau N., Gavish N., Kenneth O., Ivry Y., Suleiman M. 2022. Stiffness and coherence length measurements of ultra-thin superconductors, and implications for layered superconductors. *Superconductor Science and Technology*, 35 (7): 075013. DOI: 10.1088/1361-6668/ac7173.
14. Menushenkov A. P., Ivanov A. A., Chernysheva O. V., et al. 2022. The influence of BaSnO₃ and BaZrO₃ nanoinclusions on the critical current and local structure of HTS coated conductors. *Superconductor Science and Technology*, 35. (6): 065006. DOI: 10.1088/1361-6668/ac68a6.
15. Russo R., Esposito E., Crescitelli A., Di Gennaro E., Granata C., Vettoliere A., Cristiano R., Lisitskiy M. 2016. NanoSQUIDs based on niobium nitride films. *Superconductor Science and Technology*, 30: 024009. DOI: 10.1088/1361-6668/30/2/024009.
16. Shishkin A. G., Skryabina O. V., Gurtovoi V. L., Dizhur S. E., Faley M. I., Golubov A. A., Stolyarov V. S. 2020. Planar MoRe-based dc nanoSQUID. *Superconductor Science and Technology*, 33: 065005. DOI: 10.1088/1361-6668/ab877c.
17. Soloviev I. I., Bakurskiy S. V., Ruzhickiy V. I., Klenov N. V., Kupriyanov M. Yu., Golubov A. A., Skryabina O. V., Stolyarov V. S. 2021. Miniaturization of Josephson Junctions for Digital Superconducting Circuits. *Physical Review Applied*, 16: 044060. DOI: 10.1103/PhysRevApplied.16.044060.
18. Sumption M. D., et al. 2008. Magnetization creep and decay in YBA₂Cu₃O_{7-x} thin films with artificial nanostructure pinning. *Physical Review B*, 77: 094506. DOI: 10.1103/PhysRevB.77.094506.
19. Tolpygo S. K. 2016. Superconductor digital electronics: Scalability and energy efficiency issues. *Low Temperature Physics*, 42: 5. 361-378. DOI: 10.1063/1.4948618.

20. Troeman A. G. P., van der Ploeg S. H. W., Il'ichev E, Meyer H-G, Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Hilgenkamp H. 2008. Temperature dependence measurements of the supercurrent-phase relationship in niobium nanobridges. Physical Review B, 77: 024509. DOI: 10.1103/PhysRevB.77.024509.

Конфликт интересов: о потенциальном конфликте интересов не сообщалось.

Conflict of interest: no potential conflict of interest related to this article was reported.

Поступила в редакцию 13.03.2023

Поступила после рецензирования 24.04.2023

Принята к публикации 27.04.2023

Received 13.03.2023

Revised 24.04.2023

Accepted 27.04.2023

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Аверин Геннадий Викторович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой компьютерных наук, Донецкий национальный университет

ул. Университетская, 1, Донецк, 283001, ДНР

Спицын Алексей Олегович – студент 4-го курса факультета математики и естественнонаучного образования педагогического института, Белгородский государственный национальный исследовательский университет

ул. Победы, 85, Белгород, 308015, Россия

Шевцова Мария Витальевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики факультета математики и естественнонаучного образования педагогического института, Белгородский государственный национальный исследовательский университет

ул. Победы, 85, Белгород, 308015, Россия

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Gennadiy Averin – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Technologies, Donetsk National University, Donetsk, DNR

Aleksey Spitsyn – 4th year student of the Faculty of Mathematics and Science Pedagogical Institute, Belgorod State National Research University, Belgorod, Russia

Maria Shevtsova – Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics, Belgorod National Research University, Belgorod, Russia