



УДК 681.518.22

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ НЕПРЕРЫВНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ В ЦИФРОВОМ КОМПЬЮТЕРЕ

**В.М. БУТОРИН
В.В. ЕФРЕМОВ
И.Н. ЕФРЕМОВА**

*Юго-Западный
государственный университет,
г. Курск*

*e-mail:
bvtwind@mail.ru
v2@bk.ru
ira_silakova@mail.ru*

В статье описаны разработанные способы для представления непрерывных изображений в цифровом компьютере, их основные функциональные возможности для обработки изображений.

Ключевые слова: оптический сигнал, дискретизация, интерполяция, квантование по уровню, группированная обработка.

Введение.

Оптическое изображение порождается распределением светимости сцены, выражаемым непрерывной функцией $I(\bar{X}, \lambda, t)$, где \bar{X} – вектор пространственных координат, λ – длина волны, t – время. Эта функция служит информативной характеристикой сцены и является основой для получения практических выводов по результатам анализа изображения. Оптический сигнал с помощью оптической системы формирует на чувствительной поверхности датчика изображения распределение освещённости, соответствующее распределению светимости объектов сцены. В системах технического зрения для преобразования оптического сигнала в электрический в качестве датчиков оптической информации используются многоэлементные фотоприёмники.

Процесс преобразования с помощью многоэлементного фотоприёмника связан с эффектами пространственной дискретизации, которые могут привести к искажению информации за счёт двух факторов: частоты дискретизации, определяемой шагом фоточувствительных элементов и конечностью апертуры фоточувствительных элементов. Возможны два взаимодополняющих пути снижения искажений: за счёт совершенствования характеристик фотоприёмника и за счёт адекватной обработки цифрового изображения с учётом характеристик фотоприёмника. Совершенствование характеристик фотоприёмника подразумевает увеличение частоты дискретизации за счёт увеличения количества фоточувствительных элементов на изображение сцены и уменьшение размеров фоточувствительного элемента. Этот путь ограничен тем, что при увеличении количества элементов существенно растёт сложность и стоимость фотоприёмника, а при уменьшении размера фоточувствительного элемента ухудшается ряд важных параметров фотоприёмника, в первую очередь – чувствительность. Обработка цифрового изображения с учётом характеристик фотоприёмника позволяет снизить влияние искажений, в первую очередь, обусловленных конечностью апертуры фоточувствительных элементов. Ценность применения обработки цифрового изображения возрастает, когда дальнейшее улучшение характеристик фотоприёмника в системе технического зрения затруднено или невозможно.

Элемент фотоприёмника воспринимает информацию об интегральной интенсивности излучения по площади своей поверхности. Интенсивность является непрерывной величиной и выражается вещественным числом. Регистрация и обработка сигнала цифровым компьютером предполагает представление непрерывной величины сигнала в квантованном виде с использованием конечного количества цифровых разрядов. Квантованный сигнал получают из непрерывного с помощью аналого-цифрового преобразования с помощью соответствующего устройства. В результате величина оказывается искажённой за счёт округления до ближайшего уровня квантования и возможного цензурирования динамическим диапазоном аналого-цифрового преобразователя. Уменьшить ошибки округления можно за счёт увеличения количества разрядов аналого-цифрового преобразователя, что приведёт к существенному увеличению сложности и стоимости аппаратуры. Кроме того, при увеличении количества разрядов аналого-цифрового преобразователя существенно возрастает время преобразования.

Непрерывный оптический сигнал передаётся посредством фотонов, имеющих дискретную природу. Количество фотонов, зарегистрированных элементом фотоприёмника в процессе восприятия изображения в виде фотогенерированных электронов, является пуассоновской случайной



величиной с параметром, соответствующим интегральной интенсивности освещения фотоэлемента. Реальное количество сигнальных электронов складывается из сгенерированных, несущих полезный информационный сигнал, и шумовых, которые добавляются в процессе преобразования датчиком и электронным трактом. Величина и характер шума зависят от применяемых компонентов и схемных решений. Флуктуация значений случайной величины порождает временной шум – при постоянной освещённости и неизменных параметрах регистрации сигнал с одного и того же элемента в разные моменты времени будет принимать разные значения.

Если есть возможность обеспечить такие условия формирования изображения, что объекты сцены можно считать неподвижными в течение времени формирования серии кадров, искажения оценки интенсивности освещённости элементов, включая ошибки округления, можно существенно снизить за счёт статистической обработки накопленной выборки значений сигнала. В процессе статистической обработки необходимо учитывать наличие в сигнале случайных помех и эффект группировки и цензурирования значений параметра сигнала в результате квантования.

В результате статистической обработки может быть получена оценка интенсивности воспринятого фоточувствительным элементом фотоприёмника оптического сигнала высокой степени точности и достоверности в формате вещественного числа. Восстановление непрерывного сигнала по дискретным отсчётам происходит в процессе интерполяции.

Статистическая обработка результатов квантования для получения оценки интенсивности оптического сигнала.

Процесс аналого-цифрового преобразования для последовательности случайных величин входных напряжений в серии измерений можно представить как операцию группировки и цензурирования случайной величины:

$$ADC[U_{\text{ex}}(i, j, k)] = \begin{cases} 0, & U_{\text{ex}}(i, j, k) \leq u_1 \\ n, & u_{n-1} < U_{\text{ex}}(i, j, k) \leq u_n \\ 2^m - 1, & u_{2^m-1} < U_{\text{ex}}(i, j, k) \end{cases} \quad (1)$$

где $U_{\text{ex}}(i, j, k)$ – напряжение на входе аналого-цифрового преобразователя, i – номер строки элемента матричного фотоприёмника, j – номер элемента в строке матричного фотоприёмника, k – номер кадра, m – количество двоичных разрядов аналого-цифрового преобразователя, u_n – величина n -го порога. Группировка происходит неслучайно и не зависит от параметров сигнала. Оценить величину информационного сигнала можно, оценивая по полученной группированной цензурированной выборке математическое ожидание сигнала. Свойства группированной цензурированной выборки отличаются от негруппированной. Группировка приводит к потерям информации. С другой стороны, известно положительное влияние группировки на робастность оценок [3]. Оценка, полученная методом моментов, в данном случае не является ни состоятельной, ни несмещённой, ни эффективной. Наилучшим, с точки зрения эффективности оценки, является метод максимального правдоподобия. Оценка максимального правдоподобия для параметра пуассоновского закона распределения является регулярно эффективной [1], следовательно, дисперсия оценки максимального правдоподобия вычисляется по формуле (2):

$$D_{\alpha} = \frac{\alpha}{NI_{\alpha}}, \quad (2)$$

где α – параметр распределения Пуассона, N – количество наблюдений, I_{α} – количество информации Фишера о параметре α в одном наблюдении. Количество информации Фишера для параметра распределения Пуассона при оценке, определённой по группированным и цензурированным данным, определяется по формуле (3):

$$I_{\alpha} = M \left(\left(\ln(p_n(\alpha)) \right)^2 \right) = \sum_{n=0}^{2^m-1} \left(p_n(\alpha) \cdot \left(\ln \left(\frac{\partial p_n(\alpha)}{\partial \alpha} \right) \right)^2 \right), \quad (3)$$

где $p_n(\alpha) = \sum_{u_{n-1} \leq k < u_n} \frac{\alpha^k e^{-\alpha}}{k!}$ – вероятность попадания пуассоновской случайной величины с параметром α в n -й интервал группировки.

Количество информации Фишера зависит от положения граничных точек $u_1, u_2, \dots, u_{2^m-1}$ и решением задачи нелинейного программирования с целевой функцией $\max_{u_1 < u_2 < \dots < u_{2^m-1}} I_{\alpha}$ можно до-



биться оптимального размещения интервалов группировки. Оптимальный выбор интервалов группировки значений выборки рассматривается в [3]. С точки зрения технической реализации это значит, что электронный тракт сопряжения датчика и аналого-цифрового преобразователя должен обладать нелинейностью усиления заданного вида, а цифровой код дополнительно обрабатываться для возврата к линейной шкале. С учётом того, что количество носителей информационного сигнала распределено по закону Пуассона, можно предположить, что предсказания типа гамма коррекции, не являясь оптимальными, позволят выровнять в пределах динамического диапазона и в среднем снизить относительную погрешность.

Для предварительной оценки эффективности применения метода максимального правдоподобия и введения предсказаний по сравнению с методом моментов и отсутствию предсказаний выполнено статистическое моделирование. Исследовалась серия из 20 выборок, каждая из которых включала по 20 распределённых по закону Пуассона случайных значений на каждом из 256 уровней интенсивности, которые определялись разбиением динамического диапазона от 0 до 100000 носителей сигнала на равные промежутки. Случайные значения выборок квантовались на 256 уровней по линейной шкале и с введением предварительной гамма коррекции с параметром, равным 4. В качестве наблюдаемого критерия эффективности рассматривалась относительная погрешность оценки интенсивности информационного сигнала по данным выборки. Результаты сведены в табл. 1.

Таблица 1

Погрешности оценок интенсивности информационного сигнала

	Наблюдённая относительная погрешность			
	Минимальная.	Максимальная	Средняя	Доверительный интервал 90%
Метод моментов	0,0000028	0,4100420	0,0088673	$\pm 0,0031263$
Метод максимального правдоподобия	0,0000005	0,3743910	0,0057482	$\pm 0,0023847$
Метод моментов, предсказания	0,0000186	0,0049501	0,0011585	$\pm 0,0000591$
Метод максимального правдоподобия, предсказания	0,0000009	0,0044665	0,0005074	$\pm 0,0000459$

По результатам статистического моделирования можно сказать, что применение метода максимального правдоподобия при равномерном распределении яркости изображения в среднем позволяет снизить относительную погрешность ориентировочно на 35%, а в сочетании с предсказаниями – на порядок. Максимальная относительная погрешность при использовании метода максимального правдоподобия снижается ориентировочно на 10%, а в сочетании с предсказаниями – на два порядка. При этом предсказания приводят к тому, что на некоторых уровнях яркости относительная погрешность возрастает.

Проблемой использования оценок максимального правдоподобия для оценки параметров сигнала является необходимость численного решения задачи минимизации для поиска максимума функции правдоподобия. Одним из методов её решения может являться использование одношаговых оценок, являющихся результатом первой итерации поиска минимума. Известен ряд работ, посвящённых этой проблеме [4, 5].

Интерполяция дискретизированного изображения с учётом апертуры элементов фотоприёмника.

В системах технического зрения для автоматизации микробиологических исследований в качестве датчиков оптической информации используются многоэлементные матричные фотоприёмники. Изображение сцены, спроецированное на поверхность фотоприёмника, описывается функцией распределения освещённости $L(x, y)$. Процесс преобразования связан с эффектами пространственной дискретизации, которые могут привести к искажению информации за счёт частоты дискретизации, определяемой шагом фоточувствительных элементов и конечности апертуры фоточувствительных элементов. Для частот, не превышающих частоту Найквиста, эффект дискретизации сводится к влиянию конечности апертуры [6]. Сигнал на выходе матрицы размером $N_x \times N_y$ представлен значениями $L(i, j)$, которые являются интегралами функции распределения освещённости по апертуре (i, j) элемента. Процесс дискретизации можно описать как суперпозицию функции распределения освещённости и апертурной функции $P(x, y, i, j)$ фотоприёмника:



$$L(i, j) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L(x, y) P(x, y, i, j) dx dy. \tag{4}$$

Если фоточувствительные элементы имеют вид одинаковых прямоугольных площадок, выражение (4) может быть представлено в виде свёртки с прямоугольной функцией, что соответствует перемножению спектра изображения на быстро затухающий спектр апертурной функции вида $\sin(\omega)/\omega$. Таким образом, апертура действует как фильтр низких частот. Из этого следует, что выборка изображения с помощью детекторов конечной апертуры эквивалентна выборке отфильтрованного изображения с использованием набора δ -функций, при этом апертурная функция детектора представляет собой импульсный отклик фильтра [6]. Вследствие фильтрации сигнал на частоте Найквиста разрешаться не будет, а допустимое падение частотно-контрастной характеристики будет наблюдаться на частотах, существенно меньших частоты Найквиста. При заданной разрешающей способности влияние конечности апертуры приводит к увеличению количества чувствительных элементов матричного фотоприёмника в 2–2,5 раза по сравнению с необходимым количеством по критерию Найквиста.

Восстановление непрерывного сигнала по дискретным отсчётам происходит в процессе интерполяции. Одним из наиболее эффективных методов интерполяции является приближение атомарными функциями [2, 7]. Эффективность обусловлена с одной стороны относительной лёгкостью обращения с ними (явные формулы для значений функций, моментов, производных, Фурье-спектра), а с другой – хорошими, а иногда и наилучшими аппроксимационными свойствами. Эти свойства связаны с возможностью представления алгебраических многочленов в виде линейных комбинаций сдвигов атомарных функций.

В качестве базисных функций используются атомарные функции $fup_n(x)$. Это бесконечно дифференцируемые симметричные функции с длиной носителя $n + 2$, из суммы сдвигов которых можно составить полином порядка n . Интерполяция двумерного сигнала, представленного $N_x \times N_y$ значениями равноотстоящих отсчетов, на сумму сдвигов атомарных функций происходит следующим образом [2]:

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^{2N_x-2} \sum_{j=0}^{2N_y-2} D_{i,j} fup_{N_x-1}\left(x - i + \frac{N_x-1}{2}\right) fup_{N_y-1}\left(y - j + \frac{N_y-1}{2}\right). \tag{5}$$

Функция (5) на рабочем участке совпадает с интерполяцией глобальным полиномом [2]. Для нахождения коэффициентов $D_{i,j}$ необходимо решить систему линейных уравнений вида (5). Исходные данные состоят из значений $N_x \times N_y$ отсчетов. Дополнительные уравнения можно получить, используя априорную информацию о свойствах функции.

Производная порядка (m) по переменной x функции (5) вычисляется по формуле

$$P^{(m,0)}(x, y) = \sum_{j=0}^{2N_y-2} fup_{N_y-1}\left(y - j + \frac{N_y-1}{2}\right) \sum_{k=0}^{2N_x-2-m} D_{k,j}^m fup_{N_x-1-m}\left(x - k + \frac{N_x-1-m}{2}\right), \tag{6}$$

где

$$D_{k,j}^m = \sum_{i=0}^m C_m^i (-1)^i D_{k-i,j}. \tag{7}$$

Аналогично вычисляются производные по переменной y .

Интеграл функции (5) по двумерной области S может быть вычислен как сумма интегралов базисных функций.

$$\iint_S f(x, y) dx dy = \sum_{i=0}^{2N_x-2} \sum_{j=0}^{2N_y-2} D_{i,j} \iint_S fup_{N_x-1}\left(x - i + \frac{N_x-1}{2}\right) fup_{N_y-1}\left(y - j + \frac{N_y-1}{2}\right) dx dy. \tag{8}$$

Учитывая, что (5) представляет собой свёртку, оценить спектр можно по формуле (9)

$$\hat{F}\{f(x, y)\} = \hat{F}\{D\} \cdot \hat{F}\left\{fup_{N_x-1}\left(x + \frac{N_x-1}{2}\right) fup_{N_y-1}\left(y + \frac{N_y-1}{2}\right)\right\}, \tag{9}$$

где \hat{F} – двумерное преобразование Фурье.

Функция яркости на выходе датчика представлена интегралами по фоточувствительным площадкам (4). В связи с этим предлагается для получения коэффициентов интерполяционного



полинома использовать систему уравнений вида (8), где в левой части использовать (4), а в правой – оценку этого интеграла.

Чтобы приравнять к нулю производные, система дополняется уравнениями вида (7), где правая часть приравнивается к нулю. Моделирование показало, что при использовании системы уравнений вида (8) наилучшие результаты получаются, если, с помощью уравнений вида (9), учтены условия равенства нулю гармоник спектра, превышающих предельную частоту. Над полученным изображением можно производить описанные выше операции. Например, используя (6) можно выделить градиенты.

Интерполяция атомарными функциями проводилась как описанным ранее в [2] способом, с использованием системы уравнений (5) и (7), так и предложенным способом, с использованием системы уравнений (8), (7) и (9). Для сравнения способов обработки в качестве критериев использованы значения частотно-контрастной характеристики. Оценки значений критериев выполнены с помощью программы оценки качества изображений "Imatest Studio 3.8". В качестве объекта сцены в соответствии с документацией на указанную программу используется наклонная ступенчатая мира, аналитически описываемая ступенчатой функцией. Исходными данными для интерполяции атомарными функциями были точные значения указанной функции в узлах интерполяции. Для предложенного способа в качестве исходных данных использовались интегралы по прямоугольным площадкам, моделирующим чувствительные элементы. Результаты по измерению значений частотно-контрастной характеристики приведённых изображений, приведённые к размеру растра, сведены в табл. 2. Предложенный способ имеет лучшие значения частотно-контрастной характеристики для частот, не превышающих частоту Найквиста.

Таблица 2

Характеристики изображений при интерполяции

	Исходное изображение	Изображение на поверхности фотоприёмника	Воспринятое фотоприёмником изображение	Изображение, интерполированное полиномиальным сплайном 3 порядка	Изображение, интерполированное по заданным интегралам
Частота спада частотно-контрастной характеристики до 50%, приведённая к элементу изображения, линий на пиксель	1,06	0,48	0,351	0,345	0,395
Частота спада частотно-контрастной характеристики до 30%, приведённая к элементу изображения, линий на пиксель	1,35	0,863	0,458	0,455	0,488
Величина частотно-контрастной характеристики на частоте Найквиста	0,877	0,525	0,304	0,33	0

Заключение.

В работе описаны два способа обработки оптических изображений на цифровом компьютере, общая задача которых – приблизить дискретизированное и квантованное цифровое изображение к его исходному непрерывному виду. В ряде случаев, условия работы системы технического зрения позволяют применять эти способы совместно. На первом этапе собирается статистика из серии кадров и на основе этой статистики методом максимального правдоподобия вычисляется наилучшая в среднеквадратическом смысле вещественная оценка интегральной освещённости каждого фоточувствительного элемента, представленная в числовом формате, обеспечивающем максимальную точность. На втором этапе, на базе полученных оценок интегральной освещённости предложенным в работе методом, строится интерполяционный многочлен. В результате изображение, считанное фотоприёмником с разрешением $N_x \times N_y$, и квантованное m -разрядным аналого-цифровым преобразователем на 2^m уровней, представлено $(2N_x - 2) \times (2N_y - 2)$ вещественными коэффициентами интерполяционного многочлена.

Представление изображения в виде интерполяционного многочлена, полученного указанными способами, позволяет:

- 1) пользоваться преимуществами интерполяции в дальнейшей обработке изображения;



2) снизить требования к характеристикам аппаратуры, таким, как количество элементов фотоприёмника и количество разрядов аналого-цифрового преобразователя за счёт использования при создании данного представления дополнительной статистической информации и информации об апертуре элементов фотоприёмника, либо повысить качество изображения, не повышая требований к аппаратуре.

В то же время, применение предложенных способов обработки может повлечь за собой дополнительные временные и аппаратные затраты на обработку изображений.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг., соглашение № 14.В37.21.0626.

Список литературы

1. Боровков, А.А. Математическая статистика [Текст]/ А.А. Боровков. – М.: Наука, 1984. – 472 с.
2. Горшков, А.С. Цифровая обработка сигналов: атомарные функции и теория чисел [Текст]/ А.С. Горшков. – М.: Машиностроение, 1994. – 224с.
3. Лемешко, Б.Ю. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход [Текст]: монография /Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко, С.Н. Постовалов, Е.В. Чимитова. – Новосибирск: Издательство НГТУ, 2011. – 888 с.
4. Лемешко, Б.Ю. Численное сравнение оценок максимального правдоподобия с одношаговыми и влияние точности оценивания на распределения статистик критериев согласия [Текст]/ Б.Ю. Лемешко, Е.В. Чимитова // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2003. Т.69. – С. 62-68.
5. Орлов, А.И. Прикладная статистика [Текст]. А.И. Орлов. М.: Издательство «Экзамен», 2004. – 656 с.
6. Федосов, В.П. Формирование оптического изображения с помощью матричного фотоприёмника [Текст] /Федосов В.П. // Зарубежная радиоэлектроника. 2001. №9. С. 59-63.
7. Цифровая обработка сигналов и изображений в радиофизических приложениях [Текст]/ Под ред. В.Ф. Кравченко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 544 с.

REPRESENTATION OF ANALOGUE OPTICAL IMAGE ON DIGITAL COMPUTER

V.M. BUTORIN
V.V. EFREMOV
I.N. EFREMOVA

*South-West State University,
 Kursk*

*e-mail:
 bvmvind@mail.ru
 v2@bk.ru
 ira_silakova@mail.ru*

This article describes the developed methods for representation of analogue optical image on digital computer and their main capabilities for image processing.

Keywords: optical signal, spatial sampling, interpolation, amplitude quantization, grouped sample.