



## АЛГОРИТМЫ ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЯ АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК В УСЛОВИЯХ МНОГОЛУЧЕВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

**Ю.Б. НЕЧАЕВ<sup>1</sup>**  
**Д.Н. БОРИСОВ<sup>2</sup>**  
**И.В. ПЕШКОВ<sup>2</sup>**

<sup>1)</sup>ОАО «Концерн «Созвездие»,  
г. Воронеж

<sup>2)</sup>Воронежский государственный  
университет

e-mail:  
 nechayev\_ub@mail.ru  
 borisov@sc.vsu.ru  
 peshkov\_i\_v@sc.vsu.ru

Проводится анализ различных алгоритмов определения угловых координат источников радиоизлучения в составе линейных и кольцевых антенных решеток в условиях многолучевого распространения радиоволн. Исследуются как классические методы формирования диаграммы направленности, так и с расширенными нулями при воздействии множества рассеянных в пространстве переотраженных сигналов.

Ключевые слова: адаптивные антенные решетки, многолучевое распространение радиоволн, алгоритмы диаграммообразования.

### Введение.

Перспективным решением задач повышения помехозащищенности, емкости и пропускной способности беспроводных систем является использование адаптивных антенных решеток (ААР). Данный тип антенн, в отличие от фазированных антенных решеток (АР), позволяет осуществлять формирование не только максимума диаграммы направленности (ДН), но и нулей в произвольных направлениях, вследствие чего происходит максимальное подавление шума и помех при минимальных искажениях полезного сигнала [1]. Основной причиной снижения эффективности пространственной фильтрации ААР является множественное воздействие рассеянных в пространстве переотраженных сигналов [2]. Переотражения сигналов, вызванные различными рассеивателями, приводят к отклонению распределения поля в раскрыве АР от номинального и, как следствие, ведет к снижению точности алгоритмов определения угловых координат, а также установки нулей и максимумов диаграммы направленности антенной системы [3].

### 1. Параметрическое описание сигналов.

Пусть ААР состоит из  $N$  антенных элементов (АЭ), сигналы с которых умножаются на коэффициенты весового вектора  $\vec{w}$ , после чего суммируются. Предположим, что  $M$  радиосигналов приходят на АР с произвольных направлений  $\{\theta_m\}_{m=1}^M$  и описываются выражением [1]:

$$a_n^{circ}(\theta_m) = \exp\{j[-k_m r \cos(\theta_m - \frac{2\pi n}{N})]\}, a_n^{lin}(\theta_m) = \exp\{j[-2\pi \frac{D}{\lambda} n \sin(\theta_m)]\},$$

где  $r$  – радиус АР,  $n = 1 \dots N$ ,  $k_m = 2\pi/\lambda_m$ ,  $\lambda_m$  – длина волны  $m$ -го сигнала,  $D$  – межэлементное расстояние. Для произвольной АР комплексный вектор сигналов на выходе антенных элементов описывается выражением [1]:

$$\vec{x}(t) = \mathbf{A} \cdot \vec{s}(t) + \vec{n}(t),$$

где  $\vec{x}(t)$  –  $N$ -мерный вектор, описывающий сигналы на выходе каждого антенного элемента АР,  $\vec{s}(t)$  –  $M$ -мерный вектор сигналов;  $\vec{n}(t)$  – вектор шума пространственного канала и  $n$ -го канала ЦАР;  $\mathbf{A}$  –  $N \times M$  матрица направляющих векторов. Далее обозначение вектора или угла с индексом 1 относится к полезному сигналу.

Если  $\vec{s}(t)$  – стационарный случайный процесс,  $\vec{n}(t)$  – гауссовский случайный процесс с нулевым средним и ковариационной матрицей  $\sigma^2 \mathbf{I}$  ( $\sigma^2$  – дисперсия шума,



$\mathbf{I}$  – единичная матрица), то сигналы и шум некоррелированы. Тогда пространственная корреляционная матрица может быть записана в виде [1]:

$$\mathbf{R} = E[\vec{\mathbf{x}}(t)\vec{\mathbf{x}}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (1)$$

где  $E[\dots]$  – статистическое усреднение,  $\mathbf{R}_{ss} = E[\vec{\mathbf{s}}(t)\vec{\mathbf{s}}^H(t)]$  – ковариационная матрица сигналов. На практике пространственная ковариационная матрица точно неизвестна и поэтому приходится ее получать из набора  $K$  временных отсчетов [1]:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \vec{\mathbf{x}}^H(k)\vec{\mathbf{x}}(k),$$

где  $\vec{\mathbf{x}}(k)$  – выборка сигнала с элементов АР в  $k$ -й момент времени, символ " " означает усреднение по  $K$  выборкам.

Необходимо получить такой весовой вектор  $\vec{\mathbf{w}}$ , чтобы суммарная мощность помех и аддитивного шума были минимальны при неизменном прохождении полезного сигнала, т. е.:

$$\min_{\vec{\mathbf{w}}} E\{\vec{\mathbf{w}}^H \vec{\mathbf{x}}_{i+n}\}, \quad \text{при } \vec{\mathbf{w}}^H \vec{\mathbf{a}}_1 = 1, \quad (2)$$

где  $\vec{\mathbf{x}}_{i+n}$  – выборка сигнала с элементов АР, содержащая только помехи и шум.

Решение задачи (2) основано на использовании алгоритма обращения выборочной корреляционной матрицы (в англ. литературе – SMI (sample matrix inversion)) [4]:

$$\vec{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{R}}^{-1} \vec{\mathbf{a}}_1.$$

Кроме того, для решения задачи (2) можно использовать алгоритм управляющий нулями ДН, предложенный Годара [5]:

$$\vec{\mathbf{w}}^H = \vec{\mathbf{u}}_1^T \cdot \vec{\mathbf{A}}^H (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1},$$

где  $\vec{\mathbf{u}}_1^T$  – декартовский базисный вектор.

## 2. Алгоритмы оценки угловых координат.

Основополагающим принципом диаграммообразования фазированных антенных решеток является возможность помещения максимума ДН на источник радиоизлучения (ИРИ). Поэтому при разработке подобных устройств эффективное получение информации о местоположении ИРИ является крайне важной. Далее рассматриваются алгоритмы оценки угловых координат источников радиосигналов.

### 2.1. Алгоритм MUSIC.

При реализации алгоритма MUSIC используется свойство ортогональности векторов шумового подпространства и направляющих векторов [5]:

$$\hat{\mathbf{E}}_n^H \vec{\mathbf{a}}(\theta_m) = 0, \quad \theta_m \in \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}.$$

Координаты сигналов будут соответствовать максимумам функции [5]:

$$P(\theta) = \frac{\vec{\mathbf{a}}^H(\theta)\vec{\mathbf{a}}(\theta)}{\vec{\mathbf{a}}^H(\theta)\hat{\mathbf{E}}_n\hat{\mathbf{E}}_n^H\vec{\mathbf{a}}(\theta)}.$$

Если сигналы коррелированы, то метод MUSIC работает нестабильно [5].

### 2.2. Метод проецирования сигнального подпространства.

Данный метод основан на решении следующей нелинейной задачи оптимизации [5]:

$$\{\hat{\theta}, \hat{\mathbf{T}}\} = \arg \min_{\theta, \mathbf{T}} \mathbf{P} \hat{\mathbf{E}}_s - \mathbf{A} \mathbf{T} \mathbf{P}_F^2,$$

где  $\mathbf{P} \dots \mathbf{P}_F$  – норма Фробениуса,  $\hat{\mathbf{T}} = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{E}}_s$ . Задача минимизации решается в предположении определенного значения матрицы  $\hat{\mathbf{A}}$  [5]:

$$\hat{\theta} = \arg \{ \min_{\theta} \text{Tr} \{ \mathbf{\Pi}_A^\perp \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\mathbf{A}}_s \hat{\mathbf{E}}_s^H \} \},$$



где  $\mathbf{P}_A^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$  – оператор проецирования на подпространство, образованное столбцами матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\text{Tr}\{\dots\}$  – след матрицы.

Метод проецирования сигнального подпространства может использоваться, если сигналы коррелированы [5].

**2.3. Метод Кейпона.**

Координаты сигналов будут соответствовать максимумам функции [5]:

$$P(\theta) = \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta) \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta)}.$$

Данный метод способен разрешать коррелированные сигналы. Причем его точность в целом ниже, чем у алгоритма MUSIC и метода проецирования подпространства [5].

**3. Алгоритмы определения углов прихода радиосигналов в условиях многолучевого распространения.**

Пусть базовая станция расположена на некоторой высоте, а подвижный объект на поверхности земли. В таком случае рассеиватели электромагнитных волн в основном оказываются расположенными вблизи подвижного объекта. Предположим, существует множество рассеивающих элементов, с каждым из которых связана переменная задержка распространения  $\tau_k(t)$  и переменный множитель  $\alpha_k(t)$ . Тогда сигнал на антенной решетке принимает вид [4]:

$$\bar{\mathbf{x}}(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{N_s} \alpha_{mk}(t) \exp(j\varphi_{mk}(t)) \bar{\mathbf{a}}(\theta_m + \tilde{\theta}_{mk}) \cdot \bar{\mathbf{s}}_m(t) + \bar{\mathbf{n}}(t), \tag{3}$$

где  $\alpha_{mk}(t)$  – амплитуда  $k$ -го луча сигнала  $m$ -го ИРИ, отраженного от рассеивателей,  $\varphi_{mk}(t)$  – фазовая задержка  $k$ -го луча сигнала  $m$ -го источника,  $\theta_m + \tilde{\theta}_{mk}$  – угол прихода  $k$ -го луча,  $N_s$  – число рассеивателей. Величины  $\alpha_{mk}(t)$  и  $\varphi_{mk}(t)$  носят случайный характер. Геометрия канала связи описывается моделью Асзтели (4). Тогда смещения углов прихода  $m$ -го ИРИ при отражении от  $N_s$  препятствий описываются выражением:

$$\tilde{\theta}_{mk} = \frac{1}{N_s - 1} \theta_{BW} k, \quad k = -\frac{N_s - 1}{2}, \dots, \frac{N_s - 1}{2}.$$

Проведем оценку влияния углового разброса ( $\theta_{BW}$ ) и числа рассеивателей  $N_s$  на характеристики алгоритмов оценки угловых координат MUSIC, Кейпона и проецирования сигнального подпространства, которые являются представителями алгоритмов собственноструктурных, несобственноструктурных и проецирования подпространств соответственно. В (4) приводятся данные углового разброса в разных условиях распространения радиоволн: в пригороде угловой разброс принимает значения 5-8°, а в городских условиях – до 20°. В связи с этим в работе использовались крайние значения, которые могут быть достигнуты в реальных условиях.

**3.1. Точность алгоритмов для кольцевой АР.**

Моделирование алгоритмов определения углов прихода радиосигналов в условиях многолучевого распространения проводилось для кольцевой АР с межэлементным расстоянием, равным  $0.5 \lambda$  и количеством антенных элементов (АЭ), равным 8. В каналы АР вносился шум со значением отношения мощности шума к мощности сигнала (ОСШ), равным 20 дБ, угловой разброс  $\theta_{BW}$  изменялся в пределах (1-26)°. При этом учитывалось разное количество рассеивателей, в частности, 10, 20 и 30 для каждого из которых проводилось 150 испытаний. В результате моделирования проводилась оценка среднеквадратического отклонения пеленгов (СКО<sub>σ</sub>).



Зависимость  $СКО_{\sigma}$  алгоритмов определения углов прихода радиосигналов (MUSIC, Кейпона, проецирования подпространства сигналов) в условиях многолучевого распространения для различных значений  $N_s$ , предполагает, что точечный сигнал излучается с азимутом  $30^{\circ}$  относительно первого антенного элемента.

$СКО_{\sigma}$  рассматриваемых алгоритмов пеленгования совпадают и практически не зависят от количества рассеивателей, причем в большей степени определяется угловым разбросом, а также, что зависимость  $СКО_{\sigma}$  от углового разброса носит линейный характер. Кроме того, при воздействии одного сигнала, переотраженного несколько раз, величина  $СКО_{\sigma}$  пеленгов имеет небольшое значение, что говорит об устойчивости кольцевой антенной решетки к многолучевому распространению одного излучаемого сигнала.

Поскольку главной задачей адаптивной антенной решетки является подавление помеховых сигналов с минимальными искажениями полезного сигнала, то наибольший интерес представляет работа алгоритмов пеленгования при воздействии двух сигналов равной мощности. Это и является зависимостью  $СКО_{\sigma}$  алгоритмов определения углов прихода радиосигналов, рассмотренных выше, в условиях многолучевого распространения при воздействии сигналов с азимутами их источников  $30^{\circ}$  и  $70^{\circ}$  относительно первого АЭ.

Анализируя данные, представленные ранее, можно сделать вывод, что рассматриваемые алгоритмы определения углов прихода радиосигналов в каналах с многолучевым распространением показывают схожие результаты со случаем воздействия одного сигнала.  $СКО_{\sigma}$  представленных алгоритмов в составе кольцевой АР более зависим от углового разброса, чем от количества рассеивателей.

Таким образом,  $СКО_{\sigma}$  алгоритмов определения углов прихода радиосигналов MUSIC, Кейпона и проецирования сигнального подпространства для кольцевой антенной решетки показывают приблизительно одинаковые значения, которые незначительно зависят от количества рассеивателей. При этом зависимость от углового разброса носит ярко выраженный характер. Суммарное значение  $СКО_{\sigma}$  алгоритмов определения пеленгов для двух сигналов составляет 3,50.

### **3.2. Точность алгоритмов для линейной АР.**

Моделирование алгоритмов определения углов прихода радиосигналов в условиях многолучевого распространения проводилось для линейной АР с межэлементным расстоянием, равным  $0.5\lambda$  и количеством АЭ, равным 8. Условия проведения численного эксперимента, значение шума, углового разброса, а также количество рассеивателей и испытаний были идентичны эксперименту с кольцевой АР.

Представленная зависимость  $СКО_{\sigma}$  от углового разброса при воздействии одного сигнала, переотражена разным числом рассеивателей. Исходный сигнал излучается из направления  $30^{\circ}$  относительно перпендикулярной оси, проведенной от центра АР.

Из представленных данных видно, что зависимость  $СКО_{\sigma}$  обусловлена угловым разбросом, а не количеством рассеивателей. Для наихудших случаев работы алгоритмов для линейной АР  $СКО_{\sigma}$  составляет не менее  $7^{\circ}$ , в то время как,  $СКО_{\sigma}$  кольцевой АР – не более  $1.5^{\circ}$ .

Описанная зависимость  $СКО_{\sigma}$  алгоритмов определения углов прихода радиосигналов в условиях многолучевого распространения при излучении сигналов из направлений  $30^{\circ}$  и  $70^{\circ}$  относительно перпендикулярна оси, проведенной от центра АР.

Анализ полученных данных показал, что алгоритм проецирования сигнального подпространства показал значения  $СКО_{\sigma}$  превосходящие значения, полученные алгоритмами MUSIC и Кейпона. Для двух последних методов  $СКО_{\sigma}$  практически идентично.



Как и для кольцевой АР, СКО<sub>σ</sub> анализируемых алгоритмов для линейной АР в большей степени зависит от углового разброса, чем от количества рассеивателей. Значения СКО<sub>σ</sub> для величины  $\theta_{BW}$ , имеющей значение не более 16°, сопоставимо со значениями для кольцевой антенной решетки для самого худшего рассматриваемого случая.

В целом можно заключить, что независимо от типа алгоритмы определения углов прихода радиосигналов (собственноструктурные, несобственноструктурные или проецирования подпространства) ведут себя схожим образом для линейной и кольцевой антенных решеток, т. е. их СКО<sub>σ</sub> незначительно зависят от количества рассеивателей и в большей степени определяются угловым разбросом. Причем линейная антенная решетка при определении угловых координат ИРИ не обладает устойчивостью к многолучевому распространению. Напротив кольцевая антенная решетка такой устойчивостью обладает, как при воздействии одного, так и двух исходных сигналов. Численный эксперимент показал, что суммарное значение СКО<sub>σ</sub> для двух сигналов составляло 11° для линейной АР и 3.5° для кольцевой АР, а также 8° и 1° для одного сигнала при угловом разбросе 26° для линейной и кольцевой АР соответственно.

**4. Алгоритмы формирования ДН с расширенными нулями.**

Для увеличения эффективности пространственной фильтрации ААР в условиях многолучевого распространения радиоволн применяются алгоритмы формирования ДН с расширенными нулями. Существует достаточно много алгоритмов расширения нулей ДН [2, 6, 7, 8, 9]. Однако у всех них есть один недостаток – они предназначены для работы только с линейными эквидистантными АР.

**4.1. Диаграммобразование линейной АР.**

**4.1.1. Алгоритм формирования ДН Мэйлу-Затмана.**

Для получения провала ДН шириной  $W$  в каждом из направлений  $\theta_m$  (для  $m = 2..M - 1$ ) Мэйлу в [6] рассмотрел группу из  $l$  равномоощных некогерентных источников сигнала, расположенных на прямой линии. В отличие от разбросанных дискретных фиктивных источников, которые предложил Мэйлу, Затман [7] использовал непрерывно распределенные фиктивные источники. Тогда модифицированная корреляционная матрица может быть выражена [8]:

$$\tilde{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{R}} \otimes \mathbf{T},$$

где  $T_{pq} = \text{sinc}[(p - q)d]$  и  $d = b_w u_l / 2f_0 = W/2$ .

Для достаточно большого  $l$  оба алгоритма становятся идентичными [9].

**4.1.2. Алгоритм формирования ДН Тафернера.**

Здесь для получения весового вектора используется замена матрицы (1) на новую матрицу, которая вычисляется оконным сглаживанием направляющих векторов  $\bar{\mathbf{a}}(\theta_m)$  [8]:

$$\bar{\bar{\mathbf{a}}}(\theta_m) = \bar{\mathbf{a}}(\theta_m) \otimes \bar{\mathbf{v}}(\theta_m), \quad \text{для } m = 1..M,$$

$$\text{где } \bar{\mathbf{v}}(\theta_m) = ND_m \left[ 1, \frac{\sin(\delta_m)}{\delta_m}, \dots, \frac{\sin((N-1)\delta_m)}{(N-1)\delta_m} \right], \quad \delta_m = (NW/2)\pi \cos(\theta_m) \quad (\text{для}$$

$m = 2..M$ ) – половина ширины нуля  $NW$  и  $ND$  – константа, определяющая глубину ну-

ля,  $\bar{\mathbf{v}}(\theta_1) = \left[ 1, \frac{2 \sin(BW'/2)}{2\pi - BW'}, \dots, \frac{\sin((N-1)BW'/2)}{(N-1)(2\pi - BW')} \right]$ ,  $BW' = BW\pi \cos(\theta_1)$ ,  $BW$  – ширина

главного луча ДН. Тогда новая корреляционная матрица записывается [8]:

$$\bar{\bar{\mathbf{R}}}_{\text{Taf}} = \bar{\bar{\mathbf{A}}} \bar{\bar{\mathbf{A}}}^H, \quad \bar{\bar{\mathbf{A}}} = \left[ \bar{\bar{\mathbf{a}}}(\theta_1), \bar{\bar{\mathbf{a}}}(\theta_2), \dots, \bar{\bar{\mathbf{a}}}(\theta_M) \right].$$



#### 4.1.3. Алгоритм формирования ДН Гершмана.

Алгоритм основан на свойстве ортогональности весового вектора подпространству помех, т. е. [10]:

$$\vec{w} \perp \vec{a}(\theta_m), \quad \text{для } m = 2 \dots M.$$

Для увеличения ширины нулей вводится ограничение  $p$ -го порядка [10]:

$$\frac{\partial^p (\vec{w}^H \vec{a}(\theta_m))}{\partial \xi^p} = 0, \quad \text{для } m = 2 \dots M \text{ и } p = 1 \dots P,$$

где  $\xi = \frac{2\pi}{\lambda} \sin(\theta)$  и, используя формулу  $\vec{a}(\theta) = [1, \exp(jd\xi), \dots, \exp(j(N-1)d\xi)]$ , получаем [10]:

$$\vec{w} \perp \{\mathbf{B}^p \vec{a}(\theta_m)\},$$

где  $\mathbf{B} = \text{diag}\{1, d, \dots, (N-1)d\}$ . Тогда корреляционная матрица для формирования широких нулей ДН записывается следующим образом [10]:

$$\bar{\mathbf{R}} = \sum_{p=0}^P \zeta_p \mathbf{B}^p \hat{\mathbf{R}} \mathbf{B}^p,$$

где  $\zeta$  – определяет соглашение между глубиной и шириной нуля ДН.

#### 4.1.4. Алгоритм формирования ДН Рыба.

Данный алгоритм предлагает модель, которая выражает отсутствие точного знания об угле прихода сигнала помехи за определенный промежуток времени. Усредненная пространственная корреляционная матрица по углам прихода радиосигналов за время  $k > 0$  может быть выражена [2]:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}(k) &= \sum_{m=1}^M p_m [\vec{a}(\theta_m(0)) \vec{a}^H(\theta_m(0))] \otimes \mathbf{Q}(\theta_m(0), \sigma_m^2(k)) + \sigma^2 \mathbf{I}, \mathbf{Q}(\theta_m(0), \sigma_m^2(k)) = \\ &= \exp(-2[\pi d(p-q)]^2 \sigma_m^2(k) \cos^2(\theta_m(0))), \end{aligned}$$

где  $p_m$  – мощность  $m$ -го радиосигнала,  $\theta(0)$  – среднее значение угла прихода радиосигнала, которое является установленным пеленгом радиосигнала,  $\sigma_m^2(k)$  – дисперсия пеленга  $m$ -го источника сигнала в момент времени  $k$ ,  $p$  и  $q$  – номер строки и столбца матрицы, соответственно.

Для получения ДН с широкими нулями вводится условие оптимизации:

$$\arg \min_{\vec{w}} \vec{w}^H \bar{\mathbf{R}}(k) \vec{w} \quad \text{при} \quad \vec{w}^H \bar{\mathbf{R}}(k) \vec{w} = p_1.$$

Данная задача решается следующим образом [2]:

$$\vec{w} = \vec{e}_{\max} \sqrt{\frac{p_1}{\vec{e}_{\max}^H \bar{\mathbf{R}}_d(k) \vec{e}_{\max}}}, \quad (4)$$

где  $\vec{e}_{\max}$  – собственный вектор, связанный с максимальным собственным значением матриц  $\bar{\mathbf{R}}_1(k)$  и  $\bar{\mathbf{R}}(k)$ .

Возьмем наихудший случай матрицы  $\mathbf{Q}(\theta_m(0), \sigma_m^2(k))$ , тогда [2]:

$$\mathbf{Q}(K_{\max}) = \exp(-2[\pi d(p-q)]^2 \sigma_{\max}^2(K_{\max})),$$

где  $K_{\max}$  – интервал времени между адаптационными периодами, когда производятся вычисления весового вектора,  $\sigma_{\max}^2(K_{\max})$  – предполагаемая дисперсия углового разброса пеленгов. Тогда получаем [2]:

$$\bar{\mathbf{R}}_1(k) = \mathbf{R}_1(0) \otimes \mathbf{Q}(K_{\max}), \quad \bar{\mathbf{R}}(k) = \hat{\mathbf{R}}(0) \otimes \mathbf{Q}(K_{\max}).$$



После получения матриц  $\overline{\mathbf{R}}_1(k)$  и  $\overline{\mathbf{R}}(k)$  из (4) вычисляется весовой вектор  $\vec{w}$  [2].

**4.1.5. Анализ алгоритмов диаграммообразования с расширенными нулями.**

Оценка среднего значения отношения мощности полезного сигнала к мощности суммы помехи и шума (ОСПШ) алгоритмов диаграммообразования, устойчивых к подвижным источникам помех осуществляется для линейной эквидистантной АР с  $N = 8$ , расстояние между АЭ составляет  $0.5 \lambda$  при воздействии равномошных некоррелированных сигналов с азимутами  $20^\circ$  и  $-20^\circ$  относительно перпендикулярной оси, проведенной от центра АР. Предполагается, что помехой является сигнал, приходящий с направления  $-20^\circ$ . В каналы вносится некоррелированный шум со значениями ОСШ, равными 30 дБ, 20 дБ, 10 дБ и 5 дБ. После построения матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$  производится ее регуляризация на 10 дБ над уровнем собственных шумов. При моделировании для каждого из алгоритмов были выбраны коэффициенты, которые, на взгляд авторов, в наибольшей степени соответствуют принятой окружающей обстановке. Для алгоритма Рибба:  $\sigma_{\max}^2 = 4$ , регуляризация отсутствует; для алгоритма Гершмана:  $p = 1, \zeta_0 = 1$ , регуляризация присутствует; для алгоритма Тафернера:  $ND = 40, NW = 20^\circ, BW = 1^\circ$ , регуляризация присутствует; для алгоритма Мэйлу-Затмана:  $W = 20^\circ$ , регуляризация присутствует. Угловой разброс  $\theta_{BW}$  при этом изменяется в диапазоне  $1-25^\circ$ , число испытаний составляет 200,  $N_s = 15$ . Значение ОСПШ определялось как отношение мощности суммы всех переотраженных компонентов полезного сигнала к мощности суммы всех переотраженных компонентов сигналов помехи и шума [2]:

$$\text{ОСПШ} = \frac{\vec{w}^H \left( \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{A}(\theta_{1k}) \mathbf{R}_{1k} \mathbf{A}^H(\theta_{1k}) \right) \vec{w}}{\vec{w}^H \left( \sum_{m=2}^M \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{A}(\theta_{mk}) \mathbf{R}_{mk} \mathbf{A}^H(\theta_{mk}) + \mathbf{R}_{mm} \right) \vec{w}}. \tag{5}$$

Получаем средние значения величины ОСПШ адаптивной антенной решетки в условиях многолучевого распространения радиосигналов в зависимости от углового разброса при различных ОСШ. Из приведенных данных видно, что лучшие результаты по подавлению распределенной в пространстве помехи показал алгоритм Тафернера. Алгоритм Мэйлу-Затмана показал стабильную эффективность к пространственной фильтрации в условиях многолучевого распространения во всем рассматриваемом шумовом диапазоне, но в пределе до  $10^\circ$  углового разброса.

Алгоритмы Рибба и Гершмана не дали достаточной ширины провалов ДН, поскольку их работа основана на использовании матрицы  $\hat{\mathbf{R}}$ , полученной без учета усредненных данных с выходов АР, распределение поля в раскрытии которой отличается от номинального, вследствие наличия переотраженных сигналов, например, таких как по методу Тафернера. Поэтому для работы двух последних рассмотренных алгоритмов в условиях многолучевого распространения необходимы дополнительные преобразования.

**4.2. Диаграммообразование кольцевой АР.**

В данной работе разработана процедура формирования расширенного нуля ДН для кольцевой АР, предполагающая случайное непрерывное распределение источников сигналов.

**4.2.1. Гауссовское распределение.**

Функция плотности вероятности при гауссовском распределении записывается [11]:



$$p(\theta) = \frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{\pi}{\sqrt{2}\sigma}\right)\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-(\theta - \phi)^2 / 2\sigma^2), \quad \text{для } \theta \in [-\pi + \phi, \pi + \phi],$$

где  $\phi$  – среднее направление прихода сигнала,  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение распределения. Согласно [11], точная корреляция между  $p$ -м и  $q$ -м антенным элементом кольцевой АР выражается:

$$\operatorname{Re}[R(p, q)] = \frac{k_e}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{\pi}{\sqrt{2}\sigma}}^{\frac{\pi}{\sqrt{2}\sigma}} \exp(-y^2) [J_0(Z_c) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(Z_c) \cos(2k(\gamma + \sqrt{2}\sigma y + \phi))] dy,$$

$$\operatorname{Im}[R(p, q)] = \frac{k_e}{\sqrt{\pi}} \int_{-\frac{\pi}{\sqrt{2}\sigma}}^{\frac{\pi}{\sqrt{2}\sigma}} \exp(-y^2) [2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(Z_c) \sin((2k+1)(\gamma + \sqrt{2}\sigma y + \phi))] dy.$$

Для небольшого или среднего значения  $\sigma$ , можно принять, что [11]:

$$\sin(z\sigma) \approx z\sigma, \quad \cos(z\sigma) \approx 1 \quad \text{для } z = 1, 2, \dots, \infty.$$

Тогда запишем приближенные выражения для корреляции между элементами кольцевой АР [11]:

$$R(p, q) \approx k_e \exp(-jZ_c \sin(\gamma + \theta)) \exp\left(-\frac{Z_c \sigma \cos(\phi + \gamma)^2}{2}\right), \quad (6)$$

где  $Z_c = \sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}$ ,  $Z_1 = 2\pi \frac{R}{\lambda} [\cos(\Psi_p)] - \cos(\Psi_q)$ ,  $Z_2 = 2\pi \frac{R}{\lambda} [\sin(\Psi_p) - \sin(\Psi_q)]$ ,  
 $\sin(\gamma) = Z_1/Z_c$ ,  $\cos(\gamma) = Z_2/Z_c$ .

#### 4.2.2. Равномерное распределение.

Функция распределения плотности вероятности записывается в следующем виде [11]:

$$p(\theta) = \frac{1}{2\Delta} \quad \text{для } \theta \in [\phi - \Delta, \phi + \Delta],$$

где  $2\Delta$  – диапазон углов вокруг центральной угловой координаты.

Из [11] действительная и мнимая части точной корреляционной функции кольцевой АР может быть записана:

$$\operatorname{Re}[R(p, q)] = J_0(Z_c) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(Z_c) \cos(2k(\gamma + \phi)) \operatorname{sinc}(2k\Delta),$$

$$\operatorname{Im}[R(p, q)] = 2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(Z_c) \cos((2k+1)(\gamma + \phi)) \operatorname{sinc}((2k+1)\Delta).$$

Для небольшого или среднего значения  $\Delta$ , можно принять, что [11]:

$$R(p, q) \approx \exp(-jZ_c \sin(\gamma + \phi)) \operatorname{sinc}(-Z_c \Delta \cos(\phi + \gamma)). \quad (7)$$

В [11] приближенные функции межэлементной корреляции показывают достаточно хорошее взаимное соответствие с точными функциями при  $\Delta < 10^\circ$  для равномерного распределения и при  $\sigma < 10^\circ$  для нормального распределения без ограничения на отношение  $R/\lambda$ , а также для  $R/\lambda < 0.25$  при  $\Delta < 30^\circ$  и  $\sigma < 30^\circ$ . При таких ограничениях приближенная функция может быть использована вместо точной.

Для получения диаграммы направленности кольцевой антенной решетки с расширенными нулями было использовано предположение о случайном распределении в пространстве источников сигнала помехи по гауссовскому или равномерному законам. На





основании законов корреляции (6) и (7) для кольцевой антенной решетки можно записать аналитическое выражение получения вектора весовых коэффициентов для формирования ДН с расширенными провалами в направлениях помех [12]:

$$\bar{\mathbf{w}}^{circ} = \left( \mathbf{R}_1 + \sum_{m=2}^M \bar{\mathbf{R}}_m + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_1),$$

где  $\mathbf{R}_1 = \bar{\mathbf{a}}(\theta_1)\bar{\mathbf{a}}(\theta_1)^H$  – пространственная корреляционная матрица полезного сигнала,  $\bar{\mathbf{R}}_m$  – пространственная корреляционная матрица,  $pq$ -й элемент которой получен из приближенной функции межэлементной корреляции (6) или (7).

**4.2.3. Моделирование разработанной процедуры расширения нулей диаграммы направленности.**

Кольцевая АР состоит из 8 антенных элементов с межэлементным расстоянием, равным половине длины волны при воздействии равномошных сигналов с угловыми координатами  $20^\circ$  и  $60^\circ$  относительно первого АЭ. В каналы вносится некоррелированный шум со значениями ОСШ, равными 30 дБ, 20 дБ, 10 дБ и 5 дБ. Формирование ДН производится из предположения как равномерного, так и гауссовского распределения источников радиоизлучения по угловой координате. Для сравнения были использованы алгоритм SMI с регуляризацией, равной 10 дБ относительно собственных шумов, а также алгоритм, управляющий нулями ДН. Количество испытаний для каждого ОСШ и угла смещения составляет 200, ОСПШ вычисляется из выражения (5). Сигнал на антенной решетке принимает вид выражения (3). Углы  $\tilde{\theta}_{mk}$  получены при использовании модели Асзтели. Для условия многолучевого распространения значения  $\sigma$  и  $\Delta$  выбраны максимальными для данных условий приближенных выражений корреляции (6) и (7), т. е.  $10^\circ$ , т.к. угловой разброс  $\theta_{BW}$  составляет  $1-25^\circ$ , число испытаний составляет 200, ОСПШ получено из (5), для всех  $\theta_{BW}$  количество рассеивателей  $N_s = 15$ . Получаем результаты работы алгоритмов расширения нулей ДН кольцевой АР в условиях многолучевого распространения.

Кривые средних ОСПШ для ДН с расширенным нулем имеют малую крутизну в отличие от кривых ОСПШ для обычных алгоритмов диаграммообразования, что является подтверждением того, что алгоритмы, расширяющие нули ДН, имеют хорошую устойчивость к распределенным в пространстве сигналам. Однако в их работе, как отмечалось выше, имеется недостаток, заключающийся в слабом подавлении некоррелированного шума, где кривые ОСПШ для ДН с расширенным нулем практически не изменяют своего значения с увеличением угла разброса, но имеют меньшее значение ОСПШ в сравнении с традиционными алгоритмами формирования ДН.

Получаем зависимость ОСПШ при многолучевом распространении сигналов с числом рассеивателей, равным 15, от углового разброса для алгоритмов расширения нулей ДН кольцевой АР с гауссовским и равномерным распределениями для  $\sigma = 1^\circ$ ,  $\Delta = 1^\circ$  и  $\sigma = 10^\circ$ ,  $\Delta = 10^\circ$ .

Как видно, результаты подобны тем, которые рассмотрены ранее в том смысле, что лучшее подавление разбросанной в пространстве помехи дают способы с равномерным распределением. Также анализ показывает, что кривые ОСПШ для распределения с  $\sigma = 10^\circ$ ,  $\Delta = 10^\circ$  слабо изменяются с увеличением угла разброса, в то время как, кривые ОСПШ для распределений с  $\sigma = 1^\circ$ ,  $\Delta = 1^\circ$  имеют заметное снижение с увеличением разброса. Кроме того, формирование ДН для распределения с  $\sigma = 10^\circ$ ,  $\Delta = 10^\circ$ , как и прежде, хуже справляется некоррелированным шумом.

**Выводы.**

Проведена оценка алгоритмов определения углов прихода радиосигналов в условиях многолучевого распространения в составе кольцевой и линейной АР. Установлено, что оценки углов прихода радиосигналов не зависят от числа рассеивателей и типа алго-



ритма, но определяется угловым разбросом переотраженных компонентов исходного сигнала. Помимо этого, использование линейных АР приводит к большим отклонениям от истинных угловых координат ИРИ, чем кольцевых решеток. Показано, что на эффективность функционирования различных алгоритмов диаграммообразования существенное влияние оказывает многолучевое распространение радиоволн. В случае линейной эквидистантной решетки для борьбы с этим фактором целесообразно использовать известные алгоритмы диаграммообразования. Причем наилучшим с точки зрения получения максимального ОСПШ является алгоритм Тафернера. Разработанная процедура диаграммообразования для кольцевой антенной решетки формирует диаграмму направленности с увеличенным ОСПШ в среде с многолучевым распространением. Среди особенностей данного типа алгоритмов диаграммообразования можно выделить снижение глубины нулей ДН, а также недостаточную способность подавлять некоррелированный шум.

### Список литературы

1. Litva J. Digital beamforming in wireless communications / J. Litva, T. K.-Y. Lo. -- Boston : Artech House, 1996. -- 301 p.
2. Riba J. Robust beamforming for interference rejection in mobile communications / J. Riba, J. Goldberg, G. Vazquez // IEEE Trans. Signal Processing. -- 1997 vol. 45. -- 271-275 p.
3. Asztely D. On antenna arrays in mobile communication systems : fast fading and GSM base station receiver algorithms : technical report / D. Asztely. -- Stockholm, 1996. -- 5 p.
4. Reed I. S. Rapid convergence rate in adaptive arrays / I. S. Reed, J. D. Mallett, L. E. Brennan // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. -- 1974. -- Vol. AES-10. -- 853-863 p.
5. Godara L. Application of Antenna Arrays to Mobile Communications, Part II: Beam-Forming and Direction-of-Arrival Considerations / L. Godara // Proceedings of the IEEE. -- 1997. -- Vol. 85. -- No 8. -- P. 1195-1245.
6. Mailloux R. J. Covariance matrix augmentation to produce adaptive array pattern troughs. -- Electron. Lett. -- 1995. -- vol. 31 -- No. 10. -- 771-772 p.
7. Zatman M. Production of adaptive array troughs by dispersion synthesis. -- Electron. Lett. -- 1995. -- vol. 31 -- no. 25. -- 2141-2142 p.
8. Taferner M. A Novel DOA-based Beamforming Algorithm with Broad Nulls / M. Taferner, A. Kuchar, M.C. Lang, M. Tangemann, C. Hock. -- 10th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Corn. PIMRC '99, Osaka, Sept., 1999. -- P. 342-247.
9. Guerci J. R. Theory and application of covariance matrix tapers to robust adaptive beamforming. -- IEEE Trans. Signal Processing. -- 2000. -- vol. 47 -- 977-985 p.
10. Gershman A. B. Adaptive beamforming algorithms with robustness against jammer motion / A. B. Gershman, U. Nickel, and J. F. Böhme. -- IEEE Trans. Signal Processing. -- 1997. -- vol. 45. -- 1878-1885 p.
11. Performance of MIMO with circular antenna array using correlation matrix / J. Zhou [et. al.] // Asia-Pacific Conference on Communications (APCC '06). -- Busan, 2006. -- P. 1-5.
12. Nechaev Yu.B. Beamforming Algorithm for Circular Antenna Array Immune to Multipath Propagation and Non-Stationary Interference Sources / Yu. B. Nechaev, D. N. Borisov, and I. V. Peshkov // Radioelectronics and Communications Systems. -- 2011. -- Vol. 54. -- No 11. -- P. 604-612.

## BEAMFORMING ALGORITHMS OF SMART ANTENNAS IN MULTIPATH FADING CHANNELS

**YU.B NECHAEV<sup>1</sup>**  
**D.N. BORISOV<sup>2</sup>**  
**LV. PESHKOV<sup>2</sup>**

Analysis of different kinds of DOA-estimation algorithms with linear and circular antenna arrays in multipath fading channels is fulfilled. Both the classical beamforming algorithms and the broad-nulls algorithms is researched when influenced by multiple spread signals.

<sup>1</sup>JSC Concern "Sozvesdie",  
Voronezh

Key words: smart antennas, multipath fading, beamforming algorithms.

<sup>2</sup>Voronezh State University

e-mail:  
 nechaev\_ub@mail.ru  
 borisov@sc.vsu.ru  
 peshkov\_i\_v@sc.vsu.ru