



ОСОБЕННОСТИ АНАЛИЗА КАЧЕСТВА ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СИСТЕМ С ПЕРЕДАТОЧНЫМИ ФУНКЦИЯМИ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

В. В. МИШУНИН¹⁾
В. Г. РУБАНОВ²⁾

¹⁾ *Белгородский
государственный
университет*

e-mail: Mishunin@bsu.edu.ru

²⁾ *Белгородский
государственный
университет
им. В.Г. Шухова*

В статье изложена методика построения области модальности на комплексной плоскости корней характеристического полинома аргумента s дробного порядка, кратного $1/2$. Границы области модальности строятся на комплексной плоскости \sqrt{s} в соответствии с корневыми показателями качества – степенью устойчивости и степенью колебательности, которые связаны с заданным временем регулирования и колебательностью в системе. Предложена аппроксимация границы степени устойчивости, существенно упрощающая её аналитическое описание.

Ключевые слова: системы автоматического управления дробного порядка; корневые методы анализа качества; степень устойчивости; степень колебательности.

Введение

Проектирование автоматических систем управления тепловыми объектами (нагревательными установками, сушильными камерами, плавильными и обжигowymi печами и т. п.) предполагает наличие их математических моделей. Так как параметры теплового объекта управления являются распределенными в пространстве, то получение его математической модели сопряжено с решением краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных. При решении таких задач в области комплексного переменного Лапласа $s = \alpha + j\omega$ для многих тепло-массообменных и диффузионных процессов математические модели содержат различные функции аргумента \sqrt{s} , например, гиперболические синус или косинус [1], [2].

Традиционный подход, заключающийся в аппроксимации такого решения дробно-рациональной передаточной функцией, во многих случаях не даёт конструктивных результатов при выборе управляющего устройства из-за низкой адекватности принятой математической модели реальному объекту. В качестве альтернативы возможно представление объекта управления и системы в целом дробно-иррациональной передаточной функцией в виде отношения полиномов дробной степени комплексной переменной s , кратной $1/2$, (такие системы относятся к классу систем дробного порядка) [2], [3].

Применение многих корневых методов анализа качества и синтеза систем в классической теории автоматического управления основано на выделении области комплексной плоскости s , в которой должны располагаться доминирующие корни характеристического полинома замкнутой системы $D(s)$, обладающей требуемыми показателями качества. Границы области, как правило, определяются косвенными показателями качества по степени устойчивости η и степени колебательности μ , что соответствует на комплексной плоскости корней прямой линии, параллельной мнимой оси и смещённой относительно неё влево на η , и двумя лучами, расположенными во II-м III-м квадрантах и выходящими из начала координат под углами $\varphi_\mu = \text{arctg } \mu$ симметрично к действительной оси.

Проблематика и построение границ модальности на комплексной плоскости корней для системы дробного порядка

Проблема применения корневых методов анализа качества для анализа и синтеза систем дробного порядка состоит в том, что область модальности, построенная



для характеристического полинома обыкновенной системы $D(s)$ не является соответствующей областью модальности для $D(\sqrt{s})$. Требуется построить и формализовать границы области модальности, отвечающей заданным показателям качества, для характеристического полинома от аргумента \sqrt{s} . Решение поставленной задачи неочевидно и требует достаточно глубокого анализа зависимости между расположением корней $D(\sqrt{s})$ на комплексной плоскости и прямыми показателями качества переходного процесса.

Построение границ области модальности для системы, представленной передаточной функцией дробного порядка, целесообразно производить с точки зрения простоты вычисления её полюсов в плоскости корней комплексной переменной $v = \sqrt{s}$, являющейся аргументом характеристического полинома $D(\sqrt{s})$ такой системы. Конформное отображение границ области модальности комплексной плоскости корней s на плоскость v приведёт к изменению их конфигурации, да и характер расположения корней в пределах этих границ будет иным. Так действительный полюс передаточной функции классического вида отобразится на плоскость v парой чисто мнимых сопряжённых корней, а любая пара комплексно-сопряжённых корней плоскости s отобразится на плоскость v в виде двух пар комплексно-сопряжённых корней, симметричных относительно мнимой оси. Так как модальная структура корней $D(v)$ в силу особенностей систем дробного порядка может быть несимметричной относительно мнимой оси плоскости v , то логично предположить, что и характер переходного процесса таких систем будет отличным от классического представления. Перечисленные аспекты показывают неочевидность построения искомой области путём простого отображения границ модальности комплексной плоскости корней s на плоскость v и создают предпосылки для проведения дополнительных исследований.

При построении границы модальности будем рассматривать влияние на показатели качества системы расположения на комплексной плоскости доминирующей пары комплексно-сопряжённых корней. Лучи, ограничивающие область расположения корней на комплексной плоскости s по степени колебательности, можно описать как $e^{\pm j(\pi - \varphi_\mu)}$, что на комплексной плоскости v соответствует двум лучам в I-м и IV-м

квадрантах: $e^{\pm j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_\mu}{2}\right)}$ и симметричным им относительно мнимой оси двум лучам во

II-м и III-м квадрантах: $e^{\pm j\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_\mu}{2}\right)}$. Левые корни характеристического полинома $D(v)$ приносят монотонные затухающие составляющие во временную функцию системы, а значит, их расположение окажет влияние на время регулирования t_p и не окажет никакого влияния на колебательность в системе [4]. Отсюда следует, что граница области модальности, ограничивающая колебательность в системе, представляет собой

два луча: $e^{\pm j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_\mu}{2}\right)}$, расположенные в правой полуплоскости v . То есть если все корни $D(v)$ будут находиться слева от этих лучей, то колебательность в системе будет не хуже заданной.

Построение области модальности на левой полуплоскости v предполагает выявление характера и степени влияния расположения доминирующей пары комплексно-сопряжённых корней $\lambda_{k,k+1}$ на время регулирования. Чем меньше отношение вещественной и мнимой координат корней, тем ближе переходная функция системы дробного порядка будет к переходной функции обычного инерционного звена: $h_{k,k+1}(t) = 1 - e^{-\eta t}$, когда $\lambda_{k,k+1} = \pm j\sqrt{\eta}$, (рис. 1, кривая 1). При увеличении этого отноше-

ния характер переходного процесса системы будет меняться и для предельного случая, когда $\lambda_{k,k+1} = -\xi$, переходная функция будет иметь вид (рис. 1, кривая 2):

$$h_{k,k+1}(t) = 1 - 2\xi\sqrt{\frac{t}{\pi}} - (1 - 2\xi^2 t) \cdot e^{\xi^2 t} \cdot \operatorname{erfc}\xi\sqrt{t}.$$

Обе функции за время регулирования $t_p = 180$ мин. достигают уровня $h_{k,k+1}(t_p) = 1 - \Delta$, где статическая ошибка Δ лежит в пределах ± 0.05 . Несмотря на то, что эти функции имеют одно время переходного процесса, характер их нарастания существенно отличается: кривая 2 в начальный момент времени нарастает так стремительно, что почти достигает своего установившегося значения за сравнительно малый промежуток времени, дальнейшее нарастание функции происходит всё более «вяло» – в течение несравнимо большего интервала времени. Необходимо отметить, что такой затяжной характер переходного процесса в области больших значений времени отвечает данным, полученным экспериментально для многих теплотехнологических объектов управления.

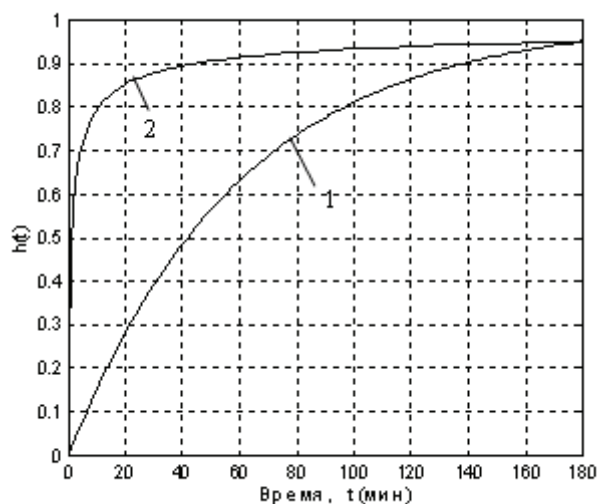


Рис. 1. Переходные функции звена: 1 – $\lambda_{k,k+1} = \pm j\sqrt{\eta}$; 2 – $\lambda_{k,k+1} = -\xi$

Между значениями η и ξ существует жёсткая связь: $\sigma = \xi/\sqrt{\eta} = \text{const}$, следовательно, степень устойчивости системы характеризует как значение η , так и ξ . Из аналитических выражений рассматриваемых переходных функций (рис. 1) для заданных $t = t_p$ и Δ можно выразить σ в неявном виде:

$$f(\sigma) = 2\sigma\sqrt{\frac{-\ln\Delta}{\pi}} + (1 + 2\sigma^2 \cdot \ln\Delta) \cdot e^{-\sigma^2 \ln\Delta} \cdot \operatorname{erfc}(\sigma\sqrt{-\ln\Delta}) - \Delta = 0.$$

Значение σ можно найти численным методом. Быструю сходимость (всего за 3..6 итерации) и низкую погрешность (менее $1 \cdot 10^{-8} \%$) обеспечивает метод Ньютона, основанный на аналитическом определении производной функции $f(\sigma)$:

$$f'(\sigma) = -2\sigma \cdot \ln\Delta \left(2\sigma\sqrt{\frac{-\ln\Delta}{\pi}} - (1 + 2\sigma^2 \cdot \ln\Delta) \cdot e^{-\sigma^2 \ln\Delta} \cdot \operatorname{erfc}(\sigma\sqrt{-\ln\Delta}) \right),$$

что обусловлено характером изменения кривой 2 (рис. 1) в точке $t = t_p$. Значение σ на $i+1$ шаге итерации определяется как

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - f(\sigma_i)/f'(\sigma_i).$$

Построение границы модальности в левой полуплоскости ν , характеризующей возможные расположения доминирующей пары комплексно-сопряжённых корней $D(\nu)$ общего вида $\lambda_{k,k+1} = \alpha \pm j\beta$, основано на определении переходной функции этого динамического звена. Тогда для $t = t_p$ и заданного Δ получим выражение:

$$\frac{e^{(\alpha^2 - \beta^2)t_p}}{2j\beta} \left[(\alpha + j\beta)e^{-2j\alpha\beta t_p} \cdot \operatorname{erfc}(-(\alpha - j\beta)\sqrt{t_p}) - (\alpha - j\beta)e^{2j\alpha\beta t_p} \cdot \operatorname{erfc}(-(\alpha + j\beta)\sqrt{t_p}) \right] - \Delta = 0.$$

Задаваясь значениями α из диапазона $-\xi < \alpha < 0$, можно определить соответствующие значения β методом Ньютона, как описано выше. Полученная таким образом граница практически совпадает с окружностью (стандартное отклонение – менее 0.7%), проходящей через три найденные ранее точки $\nu = \pm j\sqrt{\eta}, -\xi$. Окружность, центр которой смещён относительно начала координат влево на $\chi = \sqrt{R^2 - \eta}$, имеет радиус $R = \frac{\xi^2 + \eta}{2\xi}$.

Аналогично можно построить окружность в правой полуплоскости плоскости ν , представляющую собой границу степени устойчивости и ограничивающую время переходного процесса системы. Таким образом, корни $D(\nu)$, расположенные вне этих окружностей, при удовлетворении ограничениям по колебательности привнесут составляющие в переходный процесс системы с временем затухания меньше заданного t_p . На рис. 2 штриховкой выделена область модальности комплексной плоскости корней ν , соответствующая заданным корневым показателям качества системы (прямые 1 – граница степени колебательности; кривые 2 – граница степени устойчивости).

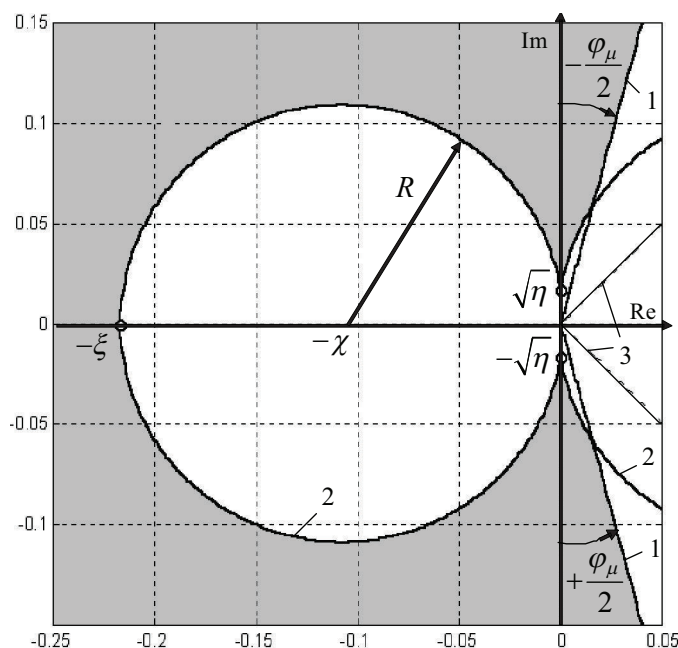


Рис. 2. Область модальности на комплексной плоскости корней ν

Оценка качества функционирования системы на основе применения методов анализа устойчивости предполагает определение такого смещённого характеристического полинома, при котором граница модальности полинома $D(\sqrt{s})$ соответствует границе устойчивости его смещённого аналога. Граница устойчивости на комплексной плоскости ν представляет собой две биссектрисы I-го IV-го квадрантов (рис. 2, прямые 3) [4].



Получение смещённых полиномов, описывающих границы модальности на комплексной плоскости корней

Смещённый полином, описывающий границу колебательности, может быть получен путём замены в исходном полиноме:

$$D(\sqrt{s}) = \sum_{k=0}^n a_k s^{\frac{n-k}{2}} \quad (1)$$

вида:

$$\sqrt{s} = \sqrt{\pm j} \cdot \sqrt{s_\mu} \cdot e^{\mp j \frac{\varphi_\mu}{2}},$$

где соответствует повороту границы устойчивости на угол $\pm(\pi/4 - \varphi_\mu/2)$. Здесь знак плюс для поворота верхнего луча границы устойчивости, а минус – нижнего. Смещённый полином имеет следующий вид:

$$D_\mu(\sqrt{s_\mu}) = \sum_{k=0}^n A_k s_\mu^{\frac{n-k}{2}}, \quad (2)$$

где коэффициенты для верхней полуплоскости ν определяются по формуле:

$$A_k = \sqrt{j^{n-k}} \cdot e^{-j(n-k)\frac{\varphi_\mu}{2}} \cdot a_k; \quad (3)$$

и для нижней полуплоскости ν :

$$A_k = \sqrt{-j^{n-k}} \cdot e^{j(n-k)\frac{\varphi_\mu}{2}} \cdot a_k.$$

Так как корни характеристических полиномов вида (1) всегда располагаются на комплексной плоскости симметрично относительно вещественной оси, то можно ограничиться описанием границы модальности лишь в верхней полуплоскости (3)

Определим смещённый полином $D_\eta(\sqrt{s_\eta})$, соответствующий границе степени устойчивости в левой полуплоскости ν . Вначале совместим границу устойчивости с мнимой осью путём поворота её на угол $+\pi/4$, что равносильно умножению аргумента полинома $D_\eta(\sqrt{s_\eta})$ на \sqrt{j} . Далее воспользуемся билинейным преобразованием, трансформирующим мнимую ось в окружность единичного радиуса так, чтобы правая полуплоскость отобразилась на площади этой окружности, а затем полученную окружность промасштабируем (умножением на R) и сместим влево на величину $\chi = -\sqrt{R^2 - \eta}$. Такое многоэтапное преобразование соответствует замене в исходном полиноме $D(\sqrt{s})$ вида:

$$\sqrt{s} = \frac{\sqrt{j s_\eta} - 1}{\sqrt{j s_\eta} + 1} \cdot R - \sqrt{R^2 - \eta}. \quad (4)$$

Коэффициенты многочлена $D_\eta(\sqrt{s_\eta})$ трудно выразить аналитически, поэтому допустимы лишь частотные методы анализа его устойчивости, основанные на замене $s_\eta \rightarrow j\omega$, $\omega = 0 \dots +\infty$. Аналогично можно определить смещённый полином, описывающий границу степени устойчивости в правой полуплоскости комплексной плоскости корней ν .

Приближенное описание границы модальности

Оценка качества системы с помощью смещённого полинома $D_\eta(\sqrt{s_\eta})$ для инженерных расчётов сопряжена с достаточно громоздкими расчётами комплексных величин. Поэтому возникает необходимость в разработке приближенного описания

границы области модальности более простого с аналитической точки зрения, с помощью которого можно получить грубую оценку качества системы с использованием аналитических критериев устойчивости. Для этого проанализируем взаимное влияние на время регулирования расположения на комплексной плоскости нескольких пар комплексно-сопряжённых полюсов передаточной функции системы дробного порядка.

Переходный процесс динамического звена с полюсами $\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$, расположенными в левой полуплоскости ν , подобно кривой 2 (см. рис. 1) с ростом интервала времени протекает всё более «вяло», т. е. имеет место как бы «ползучесть» в сторону увеличения функции $h(t)$ (рис. 3, кривая 1). А переходный процесс динамического звена с полюсами $\lambda_{3,4} = \alpha \pm j\beta$, расположенными в правой полуплоскости ν симметрично полюсам $\lambda_{1,2}$ относительно мнимой оси, наряду с колебательностью будет иметь в области больших значений времени «ползучесть» в сторону уменьшения функции $h(t)$ (рис. 3, кривая 2). Переходная функция системы, имеющей эти четыре корня характеристического полинома $D(\nu)$ одновременно $\lambda_{1,2,3,4} = \pm\alpha \pm j\beta$, не обладает свойством «ползучести» в области больших значений времени за счёт взаимной компенсации левой и правой пар комплексно-сопряжённых корней и полностью соответствует обыкновенному колебательному звену классического вида с корнями характеристического полинома $D(s)$: $\lambda_{1,2} = \alpha^2 - \beta^2 \pm j2\alpha\beta$ при условии $\beta > \alpha$.

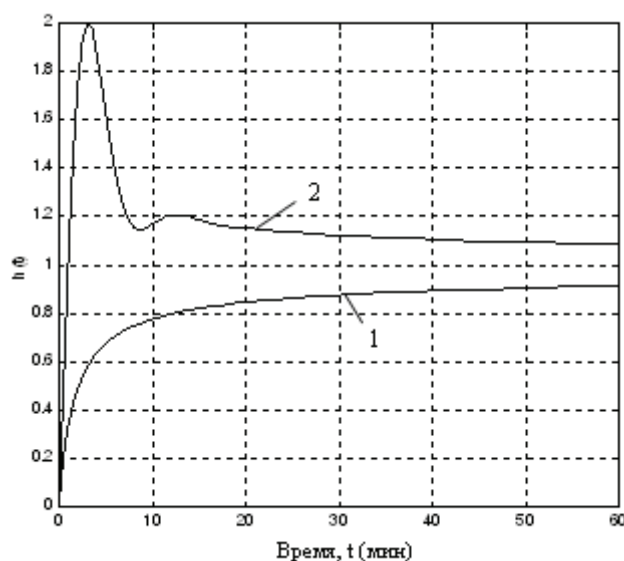


Рис. 3. Переходные функции звеньев: 1 – $\lambda_{1,2} = -\alpha \pm j\beta$; 2 – $\lambda_{3,4} = \alpha \pm j\beta$

Компенсация «ползучести» $h(t)$ также возможна и в случае несимметричного расположения левой и правой пар комплексно-сопряжённых корней $D(\nu)$ относительно мнимой оси, в случае, когда $\frac{a_1}{\cos \varphi_1} = \frac{a_2}{\cos \varphi_2}$ (a_i – модуль вектора λ_i), или

$$\frac{\alpha_i^2 + \beta_i^2}{\alpha_i} = \text{const} \text{ для этих пар корней (рис. 4). Из последнего соотношения следует, что}$$

вектор, проведенный из начала координат к λ_i , является хордой окружности 1 или 2, т. е. левые и правые пары комплексно-сопряжённых корней должны располагаться на соответствующих окружностях 1 и 2 радиусом R . Из рис. 5 видно, что переходная

функция системы с полюсами передаточной функции $\lambda_{1,2,3,4}$, расположенными как показано на рис. 4 несимметрично относительно мнимой оси, не имеет «ползучести».

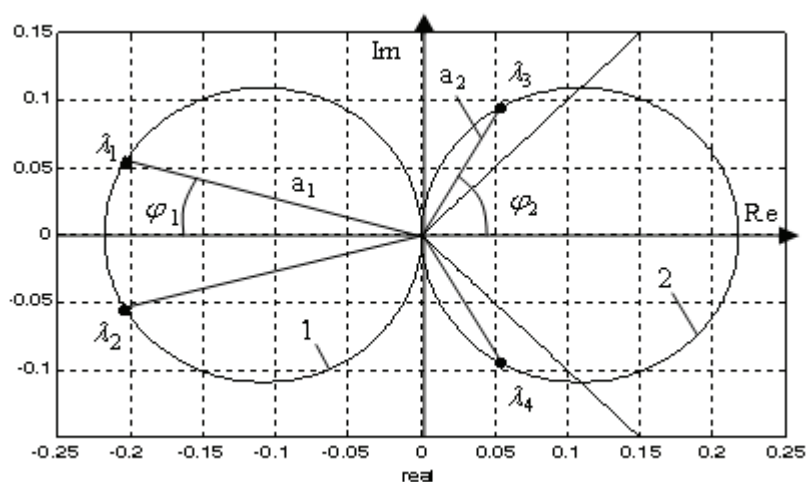


Рис. 4. Иллюстрация несимметричного расположения левой и правой пар корней, при котором переходная функция не обладает «ползучестью»

В случае если, например, левая пара полюсов $\lambda_{1,2}$ расположена на окружности 1, а правая пара $\lambda_{3,4}$ – вне окружности 2, то такой системе присуща лишь частично скомпенсированная «ползучесть» возрастающей составляющей и развитие функции $h(t)$ будет происходить в сторону её «вялого» увеличения, а если правая пара $\lambda_{3,4}$ будет расположена внутри окружности 2 – то будет иметь место обратная картина, т. е. будет преобладать «ползучесть» в сторону уменьшения $h(t)$.

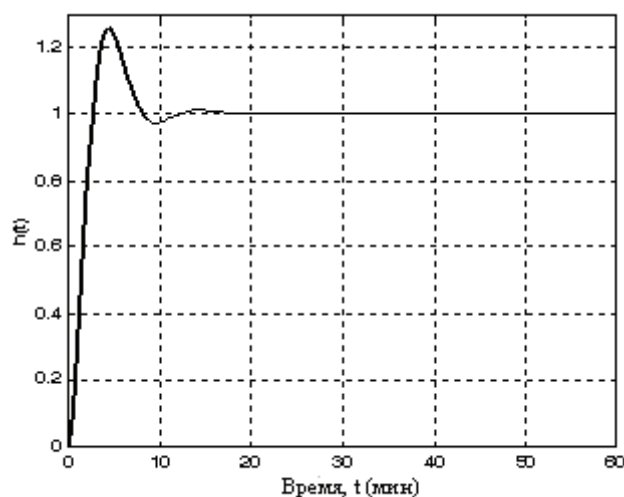


Рис. 5. Переходная функция системы с полюсами $\lambda_{1,2,3,4}$

В ряде практических случаев достигается частичная или полная компенсация «ползучести», особенно, когда корни характеристического полинома $D(s)$ располагаются вблизи мнимой оси. Напротив, при наличии левых вещественных корней или близких к вещественным корням компенсация «ползучести» в сторону увеличения функции $h(t)$ практически невозможна из-за требований устойчивости и качества.

В силу вышеизложенного справедлива следующая аппроксимация границы степени устойчивости, упрощающая её аналитическую запись. Проведём два луча на

комплексной плоскости корней ν , выходящие из точки $\sqrt{s} = -\xi$ действительной оси и проходящие через точки $\sqrt{s} = \pm j\sqrt{\eta}$ мнимой оси, как показано на рис. 6, лучи 2. В правой полуплоскости ν область модальности ограничивается пересечением этих лучей 2 с лучами, определяющими степень колебательности (рис. 6, лучи 1). Заштрихованная зона на рис. 6 является приближённой областью модальности.

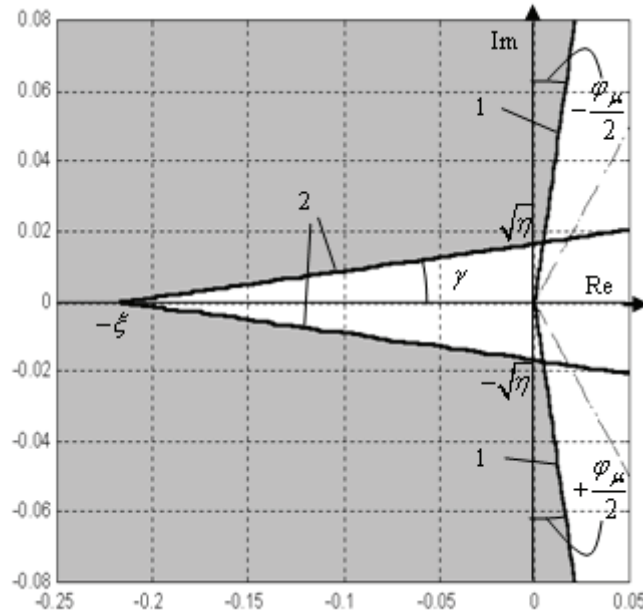


Рис. 6. Приближенное описание области модальности на комплексной плоскости корней ν

Получение смещённых полиномов для приближенного описания границы модальности

Смещённый полином $D_\gamma(\sqrt{s_\gamma})$, соответствующий приближенному описанию границы степени устойчивости, может быть получен путём замены в исходном полиноме $D(\sqrt{s})$ вида:

$$\sqrt{s} = \sqrt{-j} \cdot \sqrt{s_\gamma} \cdot e^{j\gamma} - \xi,$$

что соответствует повороту границы устойчивости на угол $\left(-\frac{\pi}{4} + \gamma\right)$, где $\gamma = \arctg \frac{\sqrt{\eta}}{\xi}$, и смещению её на $-\xi$. Для определения коэффициентов полинома $D_\gamma(\sqrt{s_\gamma})$ рассмотрим смещение и поворот отдельно. Обозначим $\sqrt{s_\xi} = \sqrt{-j} \cdot \sqrt{s_\gamma} \cdot e^{j\gamma}$, тогда в полиноме $D(\sqrt{s})$ произведём замену, описывающую смещение границы устойчивости на $-\xi$: $\sqrt{s} = \sqrt{s_\xi} - \xi$. Полином, соответствующий этому смещению, имеет вид:

$$D_\xi(\sqrt{s_\xi}) = \sum_{k=0}^n B_k s_\xi^{\frac{n-k}{2}},$$

где коэффициенты определяются по одной из формул:

$$B_k = \frac{1}{(n-k)!} \left[\frac{\partial^{n-k} D(\sqrt{s})}{\partial \sqrt{s}^{n-k}} \right]_{\sqrt{s} \rightarrow -\xi}, \text{ или } B_k = \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \frac{(n-i)!}{(k-i)!(n-k)!} a_i \cdot \xi^{k-i}.$$



Затем, в полученном полиноме произведём замену вида $\sqrt{s_\xi} = \sqrt{-j} \cdot \sqrt{s_\gamma} \cdot e^{j\gamma}$, тогда имеем:

$$D_\gamma(\sqrt{s_\gamma}) = \sum_{k=0}^n C_k s_\gamma^{\frac{n-k}{2}}, \quad (5)$$

$$C_k = \sqrt{(-j)^{n-k}} \cdot e^{j(n-k)\gamma} \cdot B_k = \frac{\sqrt{(-j)^{n-k}}}{(n-k)!} \cdot e^{j(n-k)\gamma} \cdot \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \frac{(n-i)!}{(k-i)!} a_i \cdot \xi^{k-i}. \quad (6)$$

Применение частотных методов для анализа смещённого характеристического полинома (5), (6) предполагает замену $s_\gamma \rightarrow j\omega$, $\omega = 0 \dots +\infty$, тогда:

$$D_\gamma(\sqrt{j\omega}) = \sum_{k=0}^n c_k (j\omega)^{\frac{n-k}{2}}, \quad (7)$$

где

$$c_k = \frac{e^{j(n-k)\gamma}}{(n-k)!} \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \frac{(n-i)!}{(k-i)!} a_i \cdot \xi^{k-i}.$$

Выделяя вещественную и мнимую части (7) $D_\gamma(\sqrt{j\omega}) = U_\gamma(\omega) + jV_\gamma(\omega)$, получим

$$U_\gamma(\omega) = \sum_{k=0}^n \operatorname{Re} c_k \omega^{\frac{n-k}{2}}, \quad V_\gamma(\omega) = \sum_{k=0}^n \operatorname{Im} c_k \omega^{\frac{n-k}{2}},$$

где вещественные и мнимые части коэффициентов можно определить по формулам:

$$\operatorname{Re} c_k = \frac{\cos(n-k)\gamma}{(n-k)!} \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \frac{(n-i)!}{(k-i)!} a_i \cdot \xi^{k-i},$$

$$\operatorname{Im} c_k = \frac{\sin(n-k)\gamma}{(n-k)!} \sum_{i=0}^k (-1)^{k-i} \frac{(n-i)!}{(k-i)!} a_i \cdot \xi^{k-i}.$$

Выполнение условий устойчивости смещённых полиномов $D_\mu(\sqrt{s_\mu})$ и $D_\gamma(\sqrt{s_\gamma})$ гарантирует исходной системе показатели качества, определяемые заданной областью модальности. Эти смещённые характеристические полиномы, в отличие от полинома $D_\eta(\sqrt{s_\eta})$, коэффициенты которого невозможно выразить в явном виде, допускают согласно (3) и (6) применения аналитических методов (например, метода D-разбиения), которые можно использовать не только для анализа качества функционирования системы дробного порядка, но и для выявления влияния параметров дробно-иррациональной передаточной функции на показатели качества управления.

Выводы

1. Анализ характера расположения корней характеристического полинома системы дробного порядка на комплексной плоскости ν позволяет дать физическое толкование развития переходного процесса.

2. Выполнение условий устойчивости смещённых полиномов $D_\mu(\sqrt{s_\mu})$ и $D_\gamma(\sqrt{s_\gamma})$ или $D_\eta(\sqrt{s_\eta})$ гарантирует исходной системе показатели качества, определяемые заданной областью модальности.

3. Представление смещённых полиномов по степени колебательности $D_\mu(\sqrt{s_\mu})$ и степени устойчивости $D_\gamma(\sqrt{s_\gamma})$ в виде (2), (3) и (4), (5) позволяет использовать аналитические критерии устойчивости для оценки качества системы дробного порядка.



4. Упрощённое представление области модальности на комплексной плоскости ν (рис. 6) с достаточной для практики точностью определяет желаемое расположение корней характеристического полинома реальной системы, отвечающей требуемому качеству.

5. Полученные смещённые характеристические полиномы $D_\mu(\sqrt{s_\mu})$ и $D_\gamma(\sqrt{s_\gamma})$ можно использовать не только для анализа качества функционирования системы, но и для решения задачи параметрического синтеза закона управления, например на основе теории D -разбиения или методом корневого годографа.

Литература

1. Бабенко, Ю.И. Тепломассообмен: Метод расчёта тепловых и диффузионных потоков [Текст] / Ю.И. Бабенко. – Л.: Химия, 1986. – 144 с.
2. Воронов, А.А. Основы теории автоматического управления: Особые линейные и нелинейные системы. 2-е изд. перераб. [Текст] / А.А. Воронов. – М.: Энергоиздат, 1981. – 304 с.
3. Автоматическое управление электротермическими установками [Текст] / Под ред. А. Д. Свенчанского. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 416 с.
4. Рубанов, В.Г. О модификации критериев устойчивости для систем с передаточными функциями, содержащими дробную степень комплексного переменного [Текст] / В.Г. Рубанов, В.В. Мишунин // Современные проблемы строительного материаловедения: Материалы седьмых академических чтений РААСН. – Ч. 2. – Белгород, 2001. – С. 263-267.

FEATURES OF THE QUALITY ANALYSIS AT DESIGNING SYSTEMS WITH TRANSFER FUNCTIONS OF THE FRACTIONAL ORDER

V. V. MISHUNIN¹⁾
V. G. RUBANOV²⁾

¹⁾ *Belgorod State University*

e-mail: Mishunin@bsu.edu.ru

²⁾ *Belgorod Shukhov State Technological University after V.G. Shukhov*

The technique of construction of modality area on a roots complex plane of a characteristic polynom of argument s of the fractional order, multiple $1/2$. Borders of modality area are under construction on a complex plane \sqrt{s} according to root parameters of quality – stability degree and fluctuations degree, which are depended to regulation time and attenuation of fluctuations in system. Approximation of border of stability degree simplifies its analytical description.

Key words: automatic control systems of the fractional order; root methods of the analysis of quality; stability degree; fluctuations degree.