



УДК 681.5.013

## ОПИСАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПОМОЩИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ ПЕТРИ

**В.А. ИГНАТЕНКО**  
**В.З. МАГЕРГУТ**

*Белгородский  
государственный  
технологический  
университет  
им. В.Г. Шухова*

*e-mail: bigsom@mail.ru*

Вводится новый вид сетей – информационная сеть Петри. От классических сетей Петри отличается тем, что позволяет обрабатывать не только дискретную, но и аналоговую информацию. Предложенная сеть обладает рядом особенностей, которые позволяют реализовать качественно новые системы управления, обладающие адаптивными и самообучающимися элементами. Метод позволяет, используя типовые структуры, в кратчайшие сроки проектировать интеллектуальные устройства управления. Приведены примеры реализации стандартных звеньев и простейшей системы двухпозиционного регулирования. Демонстрируется эффективность работы алгоритма по сравнению с двухпозиционным регулированием.

Ключевые слова: сеть, граф, позиция, дуга, переход, фишка, звено, регулятор.

На рынке средств автоматизации существует широкий спектр продуктов, предназначенных для организации систем автоматического управления технологическими объектами. Для решения задач автоматизации создаются типовые схемы, на основании которых могут быть реализованы системы автоматического управления.

Существующие на сегодняшний день продукты, как правило, ориентированы на моделирование либо системы управления, либо технологического процесса. Это связано с тем, что алгоритм управления обычно задаётся программно и представляет собой набор правил и инструкций. Вследствие этого, инструменты разработки и отладки управляющих систем направлены на моделирование позиционных и цифровых устройств. Для точного описания процессов, протекающих в автоматизируемом объекте, необходимо задавать дифференциальные функции, описывающие динамику процесса. Вследствие этого, возникает противоречие: для описания алгоритма управления необходим аппарат, который максимально просто и быстро позволил бы задавать множество выходных воздействий как функцию от входных воздействий. В то же время, для успешного проектирования системы управления необходим набор инструментов, позволяющих описать статику и динамику объекта управления и оценить качество управления при помощи оперативного моделирования объекта управления и регулятора как единой системы.

В существующих программных решениях алгоритм управления задаётся, как правило, на одном из пяти языков программирования принятых международным стандартом МЭК 6-1131/3. С точки зрения написания управляющих структур, набор стандартных языков достаточно прост и функционален, однако не обладает необходимой наглядностью и формальностью записи законов управления. Как следствие – возникновение ошибок при проектировании, особенно при переходе от этапа моделирования и макетирования к этапу экспериментального внедрения. Это связано с необходимостью переноса алгоритма в иную обрабатывающую среду. Например, написание программы управления для контроллера по составленному технологическому описанию технологического процесса или перенос программ с одного типа промышлен-



ного контроллера на другой. Как видно, необходим такой математический аппарат, который был бы един на всех этапах решения технической задачи: описание автоматизируемого процесса, создание закона управления, моделирование системы автоматизации и макетные испытания, пробное внедрение, доводка и техническое обслуживание системы автоматизации. Унификация лингвистических средств позволит существенно сократить ошибки и неточности при переходе от одного этапа к другому и, как следствие, сократить время разработки и повысить надёжность системы в целом.

Помимо унификации инструментов проектирования существуют сложности при комплексном моделировании систем управления. Средства моделирования обычно представляют собой специализированные программные комплексы, например, Multisim, направленные на описание отдельных процессов. Такие приложения создаются индивидуально для каждого типа производства, и на их разработку необходимо большое количество материальных и трудовых ресурсов. Другой путь описания и моделирования объекта управления – применение математических программных пакетов, например Matlab, использующих собственный язык и внутренние средства обработки информации. Проблемой в использовании таких приложений является сложность интеграции с инструментами разработки системы управления. Иными словами, возникает несовместимость между средствами моделирования системы управления и системой описания объекта управления. Эта проблема может решаться путём создания дополнительного инструментария обмена данными между моделью объекта и моделью системы управления. Однако, это лишь частное решение проблемы. Суть проблемы кроется в том, что для моделирования объекта необходимо проводить решение ряда дифференциальных уравнений, т.е. проводить обработку аналоговой информации, а при проектировании системы управления необходимо написать программу для промышленного контроллера, т.е. максимально чётко создать правила для обработки дискретной информации.

Следовательно, при автоматизации технологических объектов нужен новый подход, использующий новый математический аппарат описания, единый для системы управления и объекта автоматизации.

При создании алгоритмов логического управления техническими и технологическими объектами удобно использовать помеченную сеть Петри – графы операций [1]. Недостатком этого типа реализации управляющей структуры является сложность обработки аналоговой информации.

С целью получения нового, более гибкого инструмента обработки информации, в том числе аналоговой, и выдачи управляющих воздействий введём понятие информационной сети Петри.

**Информационная сеть Петри (ИСП)** – это сеть, в которой, как и в графе операций [1], переходам-чёрточкам сопоставлены условия, а позициям-кружкам соответствуют не технологические, вычислительные (математические) операции. Кроме того, позиции характеризуются промежуточными переменными, определяемыми массой фишки, а переходы дополнены двумя типами **информационных входов** (**повышающий**, обозначаемый кружком на конце перехода с символом «+» и **понижающий**, обозначаемый кружком на конце перехода с символом «-»). ИСП имеет входы и выходы, обозначаемые, соответственно, «крестиком», помеченным именем  $In_i$ , и «стрелкой», помеченной именем  $Out_i$ , и дополнительно содержит **информационные дуги**. Начало информационной дуги обозначается «крестиком», а её конец – «стрелкой». Информационная дуга может помечаться коэффициентом усиления, изменяющимся в диапазоне  $[0;1]$  и вписанным в треугольник, помещённый в разрыве дуги и направленный по направлению передачи информации по дуге. Отсутствие треугольника или пустой треугольник эквивалентны единичному коэффициенту усиления дуги. Дуги могут начинаться только из позиций или из входа сети и заканчиваться на информационных входах переходов, на треугольниках коэффициентов усиления или на выходах сети. Если одна информационная дуга заканчивается



на треугольнике коэффициента усиления второй информационной дуги, то это изменяет коэффициент усиления второй дуги таким образом, что результирующий коэффициент усиления второй дуги равен произведению исходного коэффициента на численное значение, передаваемое первой информационной дугой. Наконец, метки в позициях сети имеют **массу**, которая изменяется по определенным правилам (см. ниже) в зависимости от коэффициентов усиления информационных дуг и **порога срабатывания** перехода, задаваемого информационными дугами. Кроме того, ИСП работает потактно (циклически), изменяя свои характеристики от такта к такту, а сам цикл заканчивается с выполнением вычислительной операции с заданной точностью или является бесконечным при реализации задач, требующих обработку бесконечного потока поступающей информации.

Пример графического изображения информационной сети Петри представлен на рис. 1.

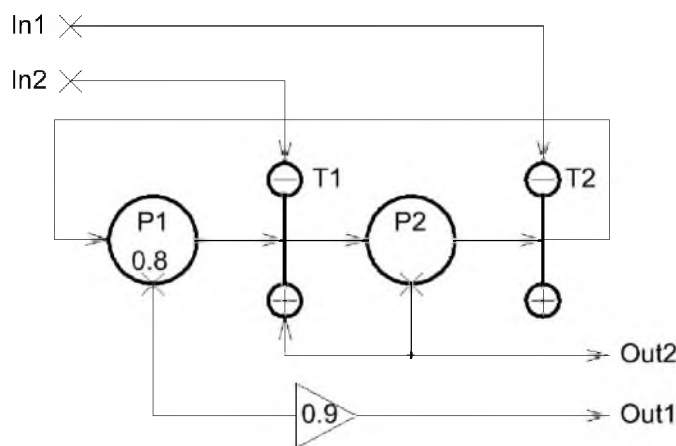


Рис. 1. Информационная сеть Петри

Рассмотрим более подробно суть работы введенной сети – ИСП. Прежде всего, работа сети заключается в потактном перемещении фишки по позициям. В отличие от графа операций и традиционных сетей Петри [1], фишка не является неделимым элементом. Вводится, как говорилось в определении ИСП, понятие «масса фишки», лежащая в диапазоне  $[0;1]$ . При графическом представлении ИСП фишка обозначается в виде числа, указываемого в позиции сети и соответствующего массе фишки. Фишка с нулевой массой эквивалентна отсутствию фишки.

Позиция в ИСП может иметь входящие и исходящие передающие дуги, а также только исходящие информационные дуги (как и в графе операций и традиционной сети Петри), а так же только исходящие информационные дуги.

Передающая дуга обеспечивает переход метки (или её части) от одной позиции к другой.

Информационная дуга передаёт лишь информацию о массе метки в соответствующей позиции, но переход метки по информационной дуге невозможен. Внутри сети информационная дуга может начинаться только в позиции и заканчиваться на переходе. Однако, для обмена аналоговой информацией между сетью и внешним миром принято, что информационная дуга может начинаться в точке ввода аналоговой величины ( $In_i$  – вход сети) и заканчиваться в точке вывода ( $Out_i$  выход сети). Начало информационной дуги обозначается перекрестьем, конец дуги помечается стрелкой, в отличие от передающей дуги, информационная дуга может иметь более одного конца. Кроме того, для информационной дуги можно установить коэффициент уси-



ления в диапазоне  $[0;1]$ . На графе это обозначается в виде коэффициента, вписанного в треугольник, помещённый в разрыв дуги и направленный по направлению передачи информации. Коэффициент усиления дуги может быть динамически изменён. Для этого к треугольнику может быть подключена дополнительная информационная дуга. В этом случае если треугольник пустой (что равносильно единичному коэффициенту усиления), то коэффициент усиления принимается равным значению массы фишки в переходе, из которого идёт информационная дуга к треугольнику. Если в треугольнике вписан коэффициент, то коэффициент усиления дуги принимается равным нулю, если в позиции, из которой исходит информационная дуга, идущая к треугольнику, масса фишки равна нулю. Отсутствие треугольника эквивалентно единичному коэффициенту усиления.

Переход является основным элементом, обеспечивающим возможность выполнения операций с аналоговыми величинами. Переход осуществляет передающую и информационную функцию. Передающая функция перехода, заключается в переносе массы фишек из позиций соединённых с переходом входящими передающими дугами в позиции связанные с переходом исходящими дугами при наличии условия срабатывания перехода. Информационная функция перехода заключается в корректировке условия срабатывания перехода в зависимости от масс фишек, информация о которых передаётся информационными дугами на понижающий и повышающий входы перехода. В отличие от сети Петри, условие срабатывания перехода можно корректировать. График функция передачи перехода изображён на рис.2.

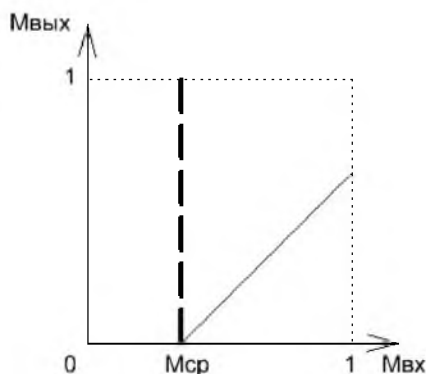


Рис. 2. Функция передачи перехода

Из графика видно, что при превышении массы фишек порога срабатывания передаваемая масса прямо пропорциональна избытку входной массы, т.е. разнице между массой фишек на входе перехода и порогом срабатывания.

Количество входных передающих и информационных дуг для перехода неограниченно, а входом функции передачи является значение

$$M_{вх} = \sum_{i=1..n} P_i$$

где  $n$  – количество передающих дуг на входе перехода,  $M_{вх}$  – общая масса фишек на входе перехода,  $P_i$  – масса фишки в позиции, связанной передающей дугой с входом перехода. Переход может находиться в двух состояниях: открытом (сработавшем) и закрытом (неактивном). Переход считается сработавшим, если  $M_{вх} > M_{сп}$ , где  $M_{сп}$  – порог срабатывания перехода. В случае срабатывания перехода последовательно производятся два действия: уменьшение массы меток в позициях, связанных передающими дугами с входом перехода и увеличение массы меток в позициях, связанных с переходами исходящими передающими дугами. Формально, операцию можно записать в виде:



$$P_i = P_i - \left( \sum_{i=1,n} (1 - P_j) - Pos \left( \sum_{i=1,n} (1 - P_j) - \sum_{i=1,n} (P_i) \right) \right) \cdot \frac{P_i}{\sum_{i=1,n} P_i} \cdot \left( \sum_{i=1,n} P_i - M_{cp} \right), \quad (1)$$

$$P_j = P_j + \left( \sum_{i=1,n} (1 - P_j) - Pos \left( \sum_{i=1,n} (1 - P_j) - \sum_{i=1,n} (P_i) \right) \right) \cdot \frac{(1 - P_j)}{\sum_{j=1,m} (1 - P_j)} \cdot \left( \sum_{i=1,n} P_i - M_{cp} \right), \quad (2)$$

где  $P_i$  – позиция перед сработавшим переходом;  $n$  – количество позиций, связанных с входом сработавшего перехода;  $P_j$  – позиция после сработавшего перехода;  $m$  – количество позиций, связанных с выходом сработавшего перехода;  $Pos(x)$  – нелинейная функция, удовлетворяющая условиям:

$$\begin{cases} Pos(x) = x, & / \text{ при } / x \geq 0, \\ Pos(x) = 0, & / \text{ при } / x < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Порог срабатывания зависит от состояния информационных входов перехода. У перехода имеется два информационных входа: повышающий и понижающий. Повышающий графически изображается символом «+», а понижающий символом «-». К информационным входам могут быть подключены информационные дуги. В отсутствие информационных дуг уровень срабатывания перехода ( $M_{cp}$ ) принимается равным 0. При подаче сигналов по информационным дугам уровень срабатывания определяется как

$$M_{cp} = \sum_{x=1..n} P_x \cdot k_x - \sum_{y=1..m} P_y \cdot k_y, \quad (4)$$

где  $k_x$  – коэффициент усиления информационной дуги, связывающей переход  $P_x$  с повышающим информационным входом,  $k_y$  – коэффициент усиления информационной дуги  $P_y$ , связывающей переход  $P_y$  с понижающим информационным входом.

Информация поступает в систему как сигнал по информационным дугам, идущим к соответствующим переходам, а управляющее воздействие выдаётся системой в виде сигнала о массе фишки в позиции по исходящей из неё информационной дуге.

Поступающий в систему сигнал должен быть предварительно нормирован и лежать в диапазоне [0;1]. Это же относится и к выходу системы.

Построенная по приведённым правилам сеть обладает следующими свойствами:

1. Свойство неизменности общей массы фишек. Это достигается благодаря правилам перераспределения масс (1), (2). Так как в одной позиции масса фишки не превышает 1, то с течением времени масса не может быть потеряна или, наоборот, появиться в системе. Вследствие этого исключается возможность насыщения сети фишками или исчезновение фишек, что могло бы привести к нарушению работоспособности сети.

2. Исходя из условия срабатывания переходов (4), для перехода можно выделить помимо двух состояний (открыт, закрыт) три режима функционирования: А – активный режим,  $M_{cp} \in (0;1)$ , в этом режиме переход срабатывает при достижении входной массы меток определённого уровня; В – режим отсечки,  $M_{cp} \in [1; \infty]$ , в этом режиме переход не работает при любом состоянии предстоящих позиций (всегда закрыт); С – режим нулевого ограничения,  $M_{cp} \in [-\infty; 0]$ , в этом состоянии переход обеспечивает перенос входной массы любой величины (всегда открыт).



Информационная сеть Петри может обучаться путем нахождения соответствующих коэффициентов информационных дуг, получаемым путем задания их экспертами или путем их нахождения по условиям рациональной эксплуатации, что делает ее сходной с нейронными сетями.

Разработку информационной сети Петри можно разделить на два этапа: структурный и параметрический.

На этапе структурного синтеза необходимо задать множества позиций и переходов и установить между ними связи в виде информационных и передающих дуг. На этом этапе алгоритм представляется в виде графа. Структура сети задаёт основные принципы функционирования описываемой системы.

Этап параметрического синтеза заключается в выборе коэффициентов ослабления информационных дуг, которые обеспечат корректную обработку поступающих сигналов о состоянии системы. По аналогии с классическими нейронными сетями этот этап будем называть «обучением» информационной сети Петри.

Благодаря возможности работы с аналоговыми величинами появляется возможность описать стандартные структуры, выполняющие типовые линейные и нелинейные математические операции. С помощью информационной сети реализованы такие элементарные операции как суммирование, умножение, деление, интегрирование, дифференцирование, нелинейности типа ограничение, люфт, зона нечувствительности. Имея типовые структуры можно в кратчайшие сроки описать систему, пользуясь математическими моделями объектов и элементов системы управления описанными с помощью классических инструментов теории управления. В то же время возможность адаптации и самонастройки, которую можно реализовать в информационных сетях, позволяет получать качественно новые решения.

Таким образом, для создания сложных интеллектуальных систем управления с помощью информационных сетей Петри нет необходимости решать задачу управления технологическим объектом с «нуля». За основу новой системы могут быть взяты разработанные ранее структуры управления и затем дополнены механизмами адаптации и самоорганизации.

В качестве примера приведём типовые структуры.

На рис. 3 приведена структура реализующая функцию алгебраического сумматора.

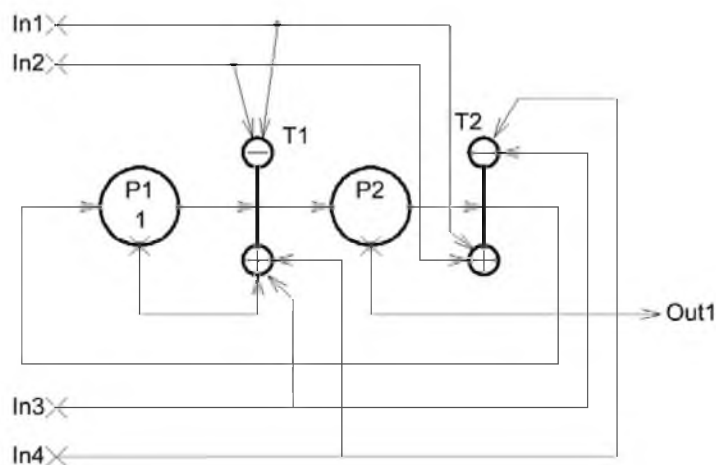


Рис. 3. Информационная сеть Петри, реализующая операцию суммирования

Формально операция, производимая блоком, записывается в виде:

$$Out1 = In1 + In2 - In3 - In4. \quad (5)$$



В данной структуре может быть произвольное число положительных и отрицательных входов. Для произвольного количества входов операцию можно записать в виде:

$$Out1 = \sum_{i=1..n} In_i - \sum_{j=1..m} In_j , \tag{6}$$

где  $In_i$  - положительные входы сумматора,  $In_j$  - отрицательные входы сумматора.

Операция выполняется за один проход обработки сети, это означает, что значение  $Out1$  будет вычислено согласно (5) после однократной процедуры переноса массы через переходы  $T1$  и  $T2$  и после этого, при условии неизменности значения входов  $In_1, In_2, \dots, In_n$ , перераспределение масс фишек по позициям не происходит.

На рис. 4 изображена структура, производящая операцию перемножения операндов.

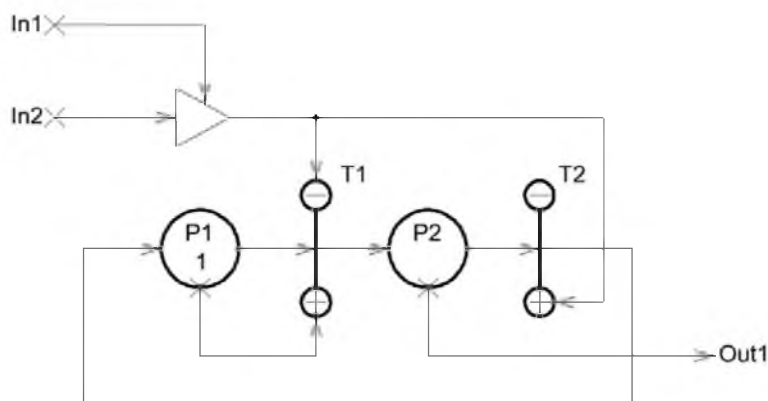


Рис. 4. Информационная сеть Петри, реализующая операцию умножения

Типовая структура реализует операцию умножения, значение выхода определяется следующим образом

$$Out1 = In1 \times In2 . \tag{7}$$

Как и операция сложения, операция умножения выполняется за один такт обработки сети.

Помимо выполнения арифметических операций, не требующих, обработки динамической информации, при помощи информационной сети Петри можно реализовать типовые структуры, реализующие операции интегрирования и дифференцирования. Для этого необходимо ввести способ отсчёта временных интервалов. Учёт времени осуществляется за счёт того, что время обработки сети является фиксированным и представляет собой заранее известную константу  $\Delta t$ . Для выполнения этих операций, как правило, требуется более одного цикла обработки сети. Циклом обработки понимается однократное выполнение правил (1) и (2) для всех позиций сети.

Для моделирования большого количества объектов необходима структура, описывающая динамику аperiодического процесса. Простейшим примером такой структуры является сеть, реализующая операция интегрирования. Такая структура приведена на рис. 5.

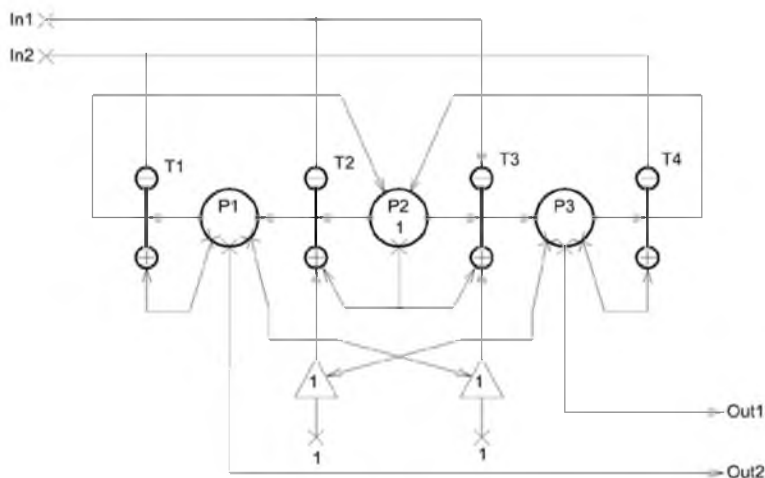


Рис. 5. Информационная сеть Петри, реализующая операцию интегрирования

В связи с тем, что масса фишек лежит в диапазоне [0;1], то для реализации, как интегрирования «вверх» (т.е.  $y(x) = \int xdt$ , при  $x > 0$ ), так и интегрирования «вниз» (т.е.  $y(x) = \int xdt$ , при  $x < 0$ ) было использовано две линии подачи аргумента:  $In1$  и  $In2$ . В данном случае:

$$\left. \begin{aligned} In1 &= x, \text{ при } x > 0, \\ In1 &= 0, \text{ при } x \leq 0; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} In2 &= 0, \text{ при } x \geq 0, \\ In2 &= |x|, \text{ при } x < 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Аналогичным образом структура выводит информацию:

$$\left. \begin{aligned} Out1 &= \int xdt, \text{ при } y(x) = \int xdt > 0, \\ Out1 &= 0, \text{ при } y(x) = \int xdt \leq 0; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} Out2 &= \left| \int xdt \right|, \text{ при } y(x) = \int xdt < 0, \\ Out2 &= 0, \text{ при } y(x) = \int xdt \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Интегрирование входной величины производится по времени, с интервалом дискретизации  $\Delta t$  равным времени одного такта обработки информационной сети. Это время фиксировано и может быть заранее определено.

Ещё одним часто встречающимся в технике динамическим процессом является процесс дифференцирования. Целесообразно рассмотреть структуру сети, которая моделирует процесс аналогично передаточной функции реального дифференцирующего звена:

$$W(s) = \frac{K \cdot s}{T \cdot s + 1}, \quad (12)$$





Дифференцирующее звено моделируется с помощью трёх замкнутых блоков (рис.6). Блок, состоящий из позиций P1, P2 и переходов T1, T2 является повторителем. Блок, состоящий из позиций P5, P6 и переходов T5, T6 так же является повторителем, однако выход этого блока отстаёт от выхода первого блока на один цикл обхода сети. Блок, состоящий из позиций P3, P4 и переходов T3, T4 является алгебраическим сумматором и находит разницу между выходами первых двух блоков.

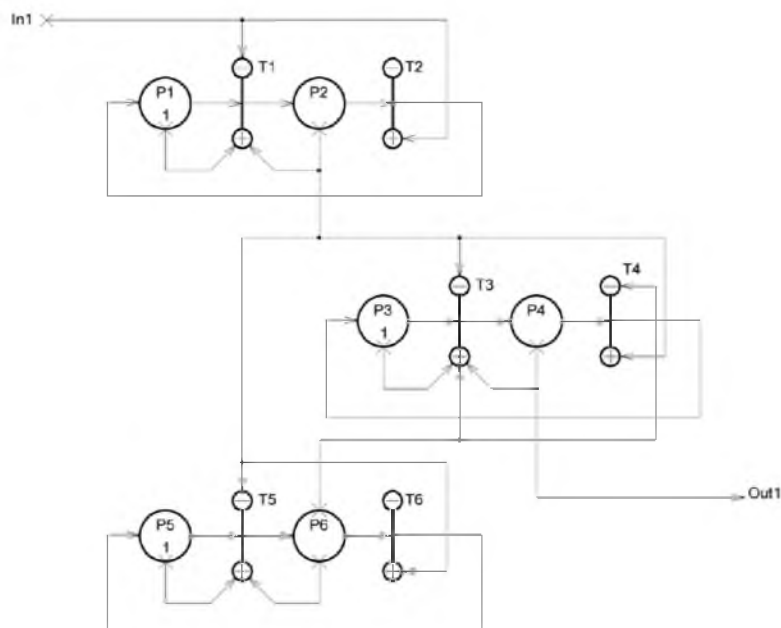


Рис. 6. Информационная сеть Петри, моделирующая реальное дифференцирующее звено

Для исследования динамических свойств системы необходимо составить итерационную модель, в которой циклически применяются правила перераспределения масс между фишками (1,2) и условия срабатывания переходов (4) для всех узлов ИСП. В результате применения модели можно получить реакцию структуры на типовые воздействия (рис.7) .

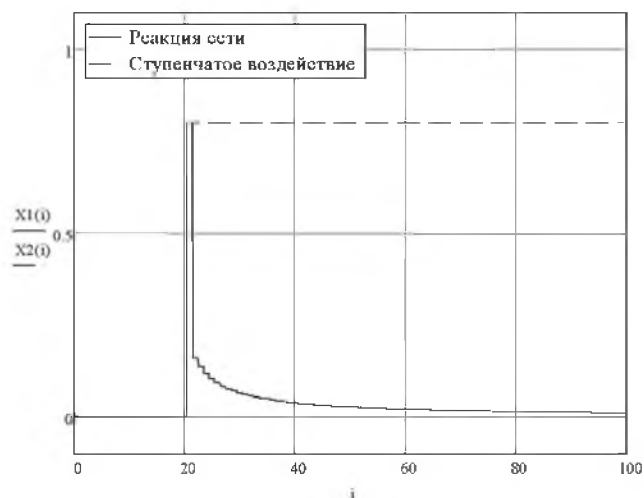


Рис. 7. Реакция информационной сети Петри, моделирующей реальное дифференцирующее звено на скачок

Для дифференциального звена, описанного передаточной функцией (12), переходная характеристика описывается уравнением:

$$h(t) = \frac{K}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}}. \quad (13)$$

Для управляющего воздействия, идентичного воздействию, приведённому на рис. 7, получается реакция, приведённая на рис.8.

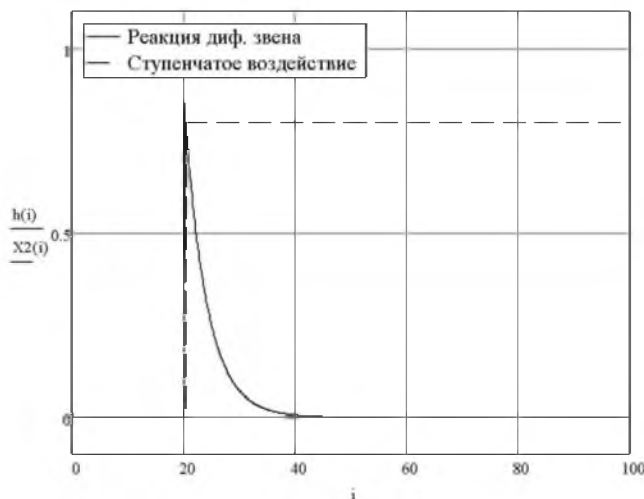


Рис. 8. Реакция реального дифференцирующего звена на скачок

Как видно из графиков (рис.7, 8), реакции на скачок схожи, что делает возможным применение приведённой структуры ИСП для описания дифференцирующих процессов.

Для моделирования большого количества объектов необходима структура, описывающая динамику аperiodического процесса. Такая структура приведена на рис. 9.

Аperiodическое звено моделируется одним замкнутым контуром, состоящим из позиций P1, P2 и переходов T1, T2. Переход T1 срабатывает, когда входной сигнал превышает выходной сигнал.

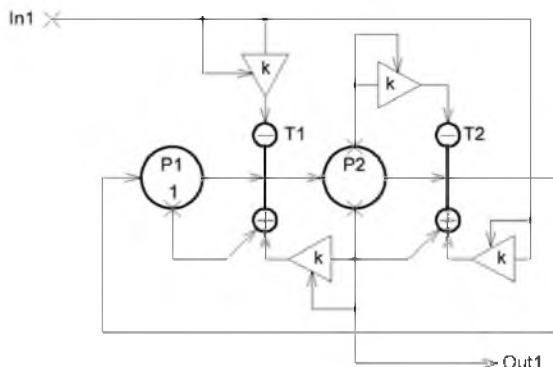


Рис. 9. Информационная сеть Петри, моделирующая аperiodический процесс

Данная структура является динамической, и для обработки требует, как правило, несколько тактов. Функция, реализуемая приведённой структурой, представляет собой ступенчатую функцию, которая в точках излома повторяет экспоненциальную кривую, описываемую формулой:



$$Out1(t) = (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \cdot In1(t) \tag{14}$$

Используя функции позиций и переходов (1, 2, 4), можно получить итерационную модель ИСП. Для учёта времени примем один пересчёт ИСП за единицу. Результат моделирования, представляющий собой ступенчатую функцию, и экспоненциальная кривая приведены на рис. 10.

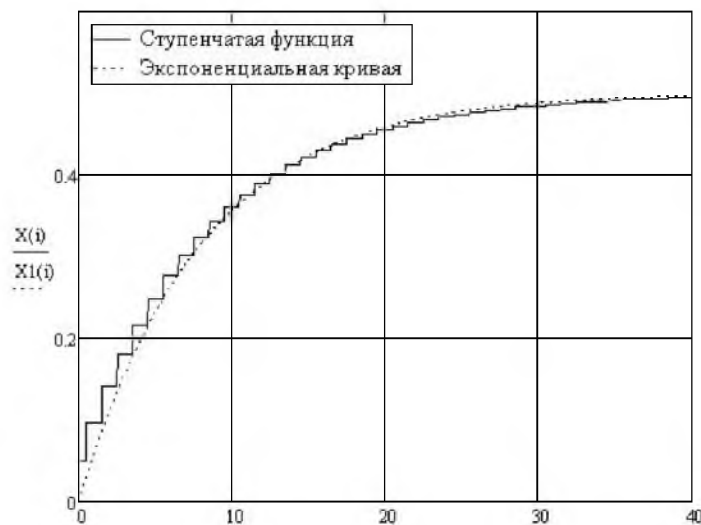


Рис. 10. Реакция информационной сети, моделирующей аperiodический процесс, и аperiodического звена на скачок

Для перехода от передаточных функций к информационной сети Петри целесообразно найти зависимость между параметрами сети и коэффициентами аperiodического звена. Переходная характеристика аperiodического звена с единичным коэффициентом усиления описывается функцией (14). Необходимо найти функциональную зависимость между коэффициентом усиления информационной дуги  $K$  и постоянной времени  $\tau$ . Для этого проводится регрессионный анализ последовательности пар  $K$  и  $\tau$ , для которых графики ступенчатой функции информационной сети и кривой экспоненциальной функции совпадают[2].

Исходя из общего вида последовательности точек, решение ищем в виде:

$$y = \beta_1 \cdot f_1(x) + \beta_2 \cdot f_2(x) + \beta_3 \cdot f_3(x) + \beta_4 \cdot f_4(x), \text{ где} \tag{15}$$

$$f_1(x) = 1,$$

$$f_2(x) = x^{-0.5},$$

$$f_3(x) = x^{-1},$$

$$f_4(x) = x^{-1.5}.$$

Подставляя в (15) пары значений  $K$  и  $\tau$  для эквивалентных графиков, можно получить набор данных (табл. 1), позволяющих найти аналитическую зависимость.



Таблица 1

Данные к выводу регрессионного уравнения зависимости  $K$  и  $T$ 

№	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$y(x)$
1	1	0.913	0.833	0.761	0,9
2	1	0.83	0.69	0.573	0,8
3	1	0.767	0.588	0.451	0,7
4	1	0.707	0.5	0.354	0,6
5	1	0.632	0.4	0.253	0,5
6	1	0.535	0.286	0.153	0,4
7	1	0.447	0.2	0.089	0,3
8	1	0.354	0.125	0.044	0,2
9	1	0.236	0.056	0.013	0,1
10	1	0.213	0.045	9.691e-3	0,08
11	1	0.183	0.033	6.086e-3	0,06
12	1	0.152	0.023	3.546e-3	0,04
13	1	0.108	0.012	1.276e-3	0,02

Матрица регрессоров имеет вид:

$$F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} & f_{54} \\ f_{61} & f_{62} & f_{63} & f_{64} \\ f_{71} & f_{72} & f_{73} & f_{74} \\ f_{81} & f_{82} & f_{83} & f_{84} \\ f_{91} & f_{92} & f_{93} & f_{94} \\ f_{101} & f_{102} & f_{103} & f_{104} \\ f_{111} & f_{112} & f_{113} & f_{114} \\ f_{121} & f_{122} & f_{123} & f_{124} \\ f_{131} & f_{132} & f_{133} & f_{134} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.913 & 0.833 & 0.761 \\ 1 & 0.83 & 0.69 & 0.573 \\ 1 & 0.767 & 0.588 & 0.451 \\ 1 & 0.707 & 0.5 & 0.354 \\ 1 & 0.632 & 0.4 & 0.253 \\ 1 & 0.535 & 0.286 & 0.153 \\ 1 & 0.447 & 0.2 & 0.089 \\ 1 & 0.354 & 0.125 & 0.044 \\ 1 & 0.236 & 0.056 & 0.013 \\ 1 & 0.213 & 0.045 & 0.009 \\ 1 & 0.183 & 0.033 & 0.006 \\ 1 & 0.152 & 0.023 & 0.003 \\ 1 & 0.108 & 0.012 & 0.001 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Вектор измерений имеет вид:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ y_9 \\ y_{10} \\ y_{11} \\ y_{12} \\ y_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9 \\ 0.8 \\ 0.7 \\ 0.6 \\ 0.5 \\ 0.4 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.08 \\ 0.06 \\ 0.04 \\ 0.02 \end{pmatrix} \quad (17)$$



Вектор МНК-оценок определяется, исходя из формулы:

$$\beta = (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T \cdot y \tag{18}$$

Подставляя в функцию (18) матрицы (16,17), получаем вектор коэффициентов:

$$\beta = \begin{pmatrix} -0.031 \\ 0.335 \\ 0.991 \\ -0.253 \end{pmatrix} \tag{19}$$

Искомое решение после подстановки коэффициентов (19) в уравнение (15) принимает вид:

$$y = -0.031 + 0.335 \cdot x^{-0.5} + 0.991 \cdot x^{-1} - 0.253 \cdot x^{-1.5} \tag{20}$$

Для определения значимости коэффициентов необходимо оценить остаточную дисперсию  $S_0^2$ . Для этого составляем таблицу.

Таблица 2

Данные к расчёту остаточной дисперсии зависимости  $K$  и  $\tau$

№	$x_i$	$y_i$	$y_{pi}$	$(y_i - y_{pi})^2$
1	1.2	0.907	0.9	4.97e-5
2	1.45	0.785	0.8	2.191e-4
3	1.7	0.694	0.7	3.141e-5
4	2	0.612	0.6	1.36e-4
5	2.5	0.513	0.5	1.676e-4
6	3.5	0.392	0.4	6.302e-5
7	5	0.294	0.3	3.942e-5
8	8	0.199	0.2	3.154e-7
9	18	0.099	0.1	3.809e-7
10	22	0.083	0.08	8.069e-6
11	30	0.062	0.06	2.449e-6
12	43	0.042	0.04	4.651e-6
13	85	0.017	0.02	1.151e-5

Из табл. 2 находим:

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{pi})^2 = 7.287 \cdot 10^{-4} \tag{21}$$

Остаточная дисперсия равна:

$$S_0^2 = \frac{Q_0}{n-l} = \frac{7,287 \cdot 10^{-4}}{13-4} = 8,097 \cdot 10^{-5},$$

$$S_0 = 8,998 \cdot 10^{-3} \tag{22}$$

Среднеквадратичное отклонение коэффициента регрессии:

$$S_{\beta_i} = S_0 \sqrt{d_{ii}}, \tag{23}$$



где  $d_{ii}$  – диагональный элемент матрицы  $(F^T \cdot F)^{-1}$ .

$$(F^T \cdot F)^{-1} = \begin{pmatrix} 4,389 & -34,563 & 71,974 & -43,844 \\ -34,563 & 291,733 & -629,832 & 392,511 \\ 71,974 & -629,832 & 1,403 \cdot 10^3 & -895,756 \\ -43,844 & 392,511 & -895,756 & 582,966 \end{pmatrix},$$

$$S_{\beta_1} = 8,998 \cdot 10^{-3} \sqrt{4,389} = 0,019,$$

$$S_{\beta_2} = 8,998 \cdot 10^{-3} \sqrt{291,733} = 0,153,$$

$$S_{\beta_3} = 8,998 \cdot 10^{-3} \sqrt{1403} = 0,337,$$

$$S_{\beta_4} = 8,998 \cdot 10^{-3} \sqrt{582,966} = 0,217$$

(24)

Для уровня значимости  $\alpha = 0,1$  критическое значение функции распределения Стьюдента при степени свободы  $k = n - (m + 1) = 8$  равно  $t_{кр} = 1,86$ . Используя (19,24), находим:

$$t_1 = \frac{|\beta_1|}{S_{\beta_1}} = \frac{0,031}{0,018} = 1,644 < t_{\alpha\delta},$$

$$t_2 = \frac{|\beta_2|}{S_{\beta_2}} = \frac{0,335}{0,14} = 2,182 > t_{\alpha\delta},$$

(25)

$$t_3 = \frac{|\beta_3|}{S_{\beta_3}} = \frac{0,991}{0,32} = 2,94 > t_{\alpha\delta},$$

$$t_4 = \frac{|\beta_4|}{S_{\beta_4}} = \frac{0,253}{0,206} = 1,228 < t_{\alpha\delta}.$$

Из приведённого анализа (25) следует, что значимыми коэффициентами являются  $\beta_2$  и  $\beta_3$ , следовательно, регрессионное уравнение принимает вид:

$$y = 0,335 \cdot x^{-0,5} + 0,991 \cdot x^{-1}$$

(26)

Повторный поиск коэффициентов для уравнения вида (26) дал схожие результаты. Таким образом, для перехода от передаточных функций к информационной сети Петри можно будет воспользоваться формулой:

$$K = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{\tau}} + \frac{1}{\tau}$$

(27)

Для корректного функционирования алгоритмов на контроллере необходимо учесть время одного обхода сети. За это время происходит обегание всех элементов сети. На графике переходного процесса (рис.10) одному обходу сети соответствует постоянный по длительности участок с неизменной амплитудой. Учитывая длительность этого участка, то есть время однократной обработки сети, равное  $T_j$ , уравнение (27) принимает вид:

$$K = \frac{1}{3 \cdot \sqrt{\tau \cdot T_j}} + \frac{1}{\tau \cdot T_j}$$

(28)

Уравнение (28) может быть применено при решении практических задач по переходу от передаточных функций к ИСП.



Помимо непрерывных функций, с помощью информационной сети Петри можно реализовать дискретные операции. В качестве примера на рис.11 приведена структура, реализующая двухпозиционный регулятор.

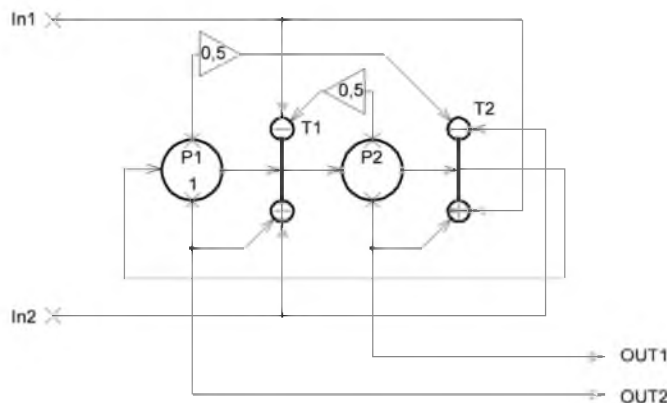


Рис. 11. Информационная сеть Петри, моделирующая 2-позиционный регулятор

В данном регуляторе реализуется закон управления, который соответствует зависимости, приведённой на рис. 12.

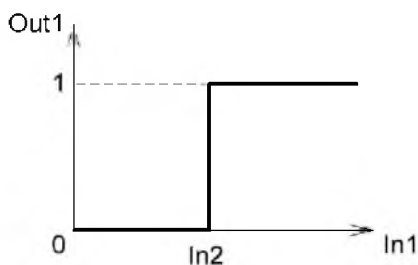


Рис. 12. Статическая характеристика 2-позиционного регулятора

В результате моделирования была исследована динамика работы приведённой структуры (рис.9). В качестве управляющего воздействия на вход регулятора подавалось ступенчатое воздействие.

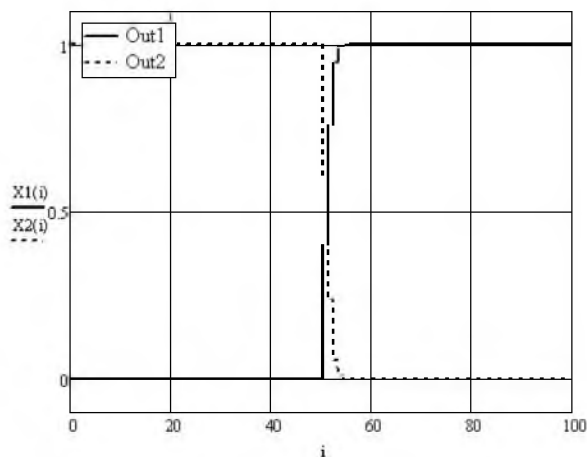


Рис. 12. Реакция 2-позиционного регулятора на скачок



Наличие прямого и инверсного выхода у регулятора позволяет настраивать уровень как верхней, так и нижней позиции регулятора.

Имея типовые структуры, описывающие процессы, протекающие в объектах и системах, можно проектировать и моделировать различные устройства. В качестве примера приводится система позиционного регулирования объектом, описываемым апериодическим звеном. Типовая структура такой системы представлена на рис.13.

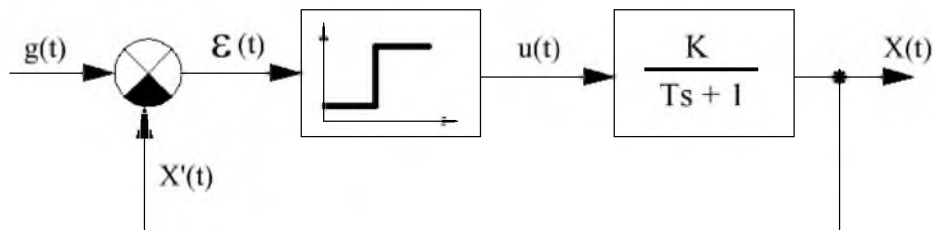


Рис. 13. Структура системы автоматизации с двухпозиционным регулятором

Используя типовые блоки, можно сформировать информационную сеть Петри, моделирующую эту систему (рис.14). Эта сеть включает в себя два блока: 2-позиционный регулятор (P1, P2, T1, T2), апериодический блок (P3, P4, T3, T4). Эти блоки были промоделированы ранее, при их комбинации свойства каждого из них остаются неизменными.

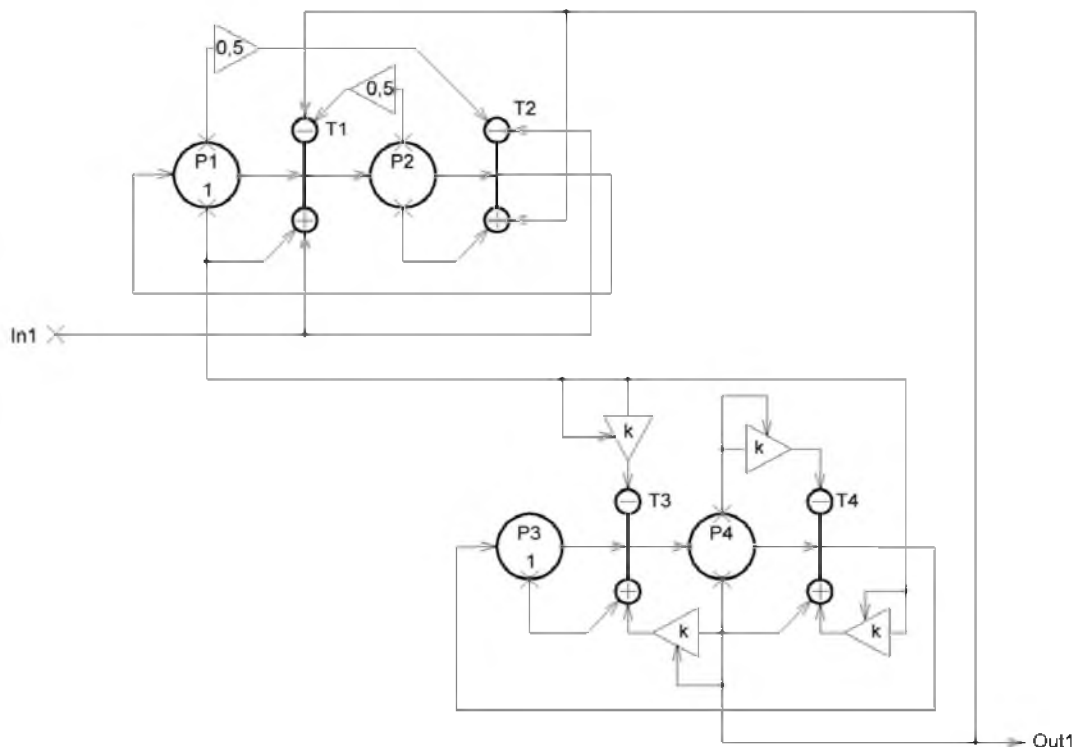


Рис. 14. Информационная сеть Петри, моделирующая замкнутую систему с 2-позиционным регулятором

Используя итерационную модель сети, можно получить реакцию структуры на типовые воздействия (рис.15).



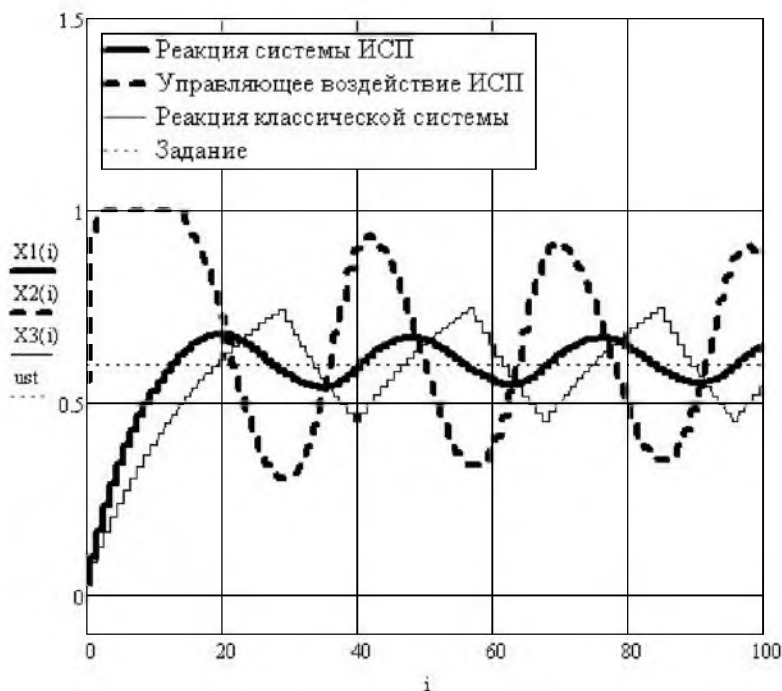


Рис. 15. Реакция замкнутой системы на скачок

Как видно из графиков, система приходит в устойчивый автоколебательный режим. Для сравнения системы, моделируемой с помощью ИСП, с системой, описанной с помощью передаточных функций (рис. 13), на графике приведена реакция обеих систем, в одной системе координат. Постоянная времени  $T$  объекта управления была согласована с ИСП при помощи функции согласования коэффициентов (27). Для моделирования автоколебаний в позиционный регулятор был добавлен гистерезис, причём его величина подбиралась исходя из условия равенства частоты колебаний в системе, моделируемой при помощи ИСП, и модели, полученной из передаточных функций. По реакции системы на скачок можно судить о том, что система, описываемая при помощи ИСП, во многом повторяет динамику классической системы.

На рис. 16 приводится фазовый портрет для замкнутой системы с двухпозиционным регулятором (рис.13):

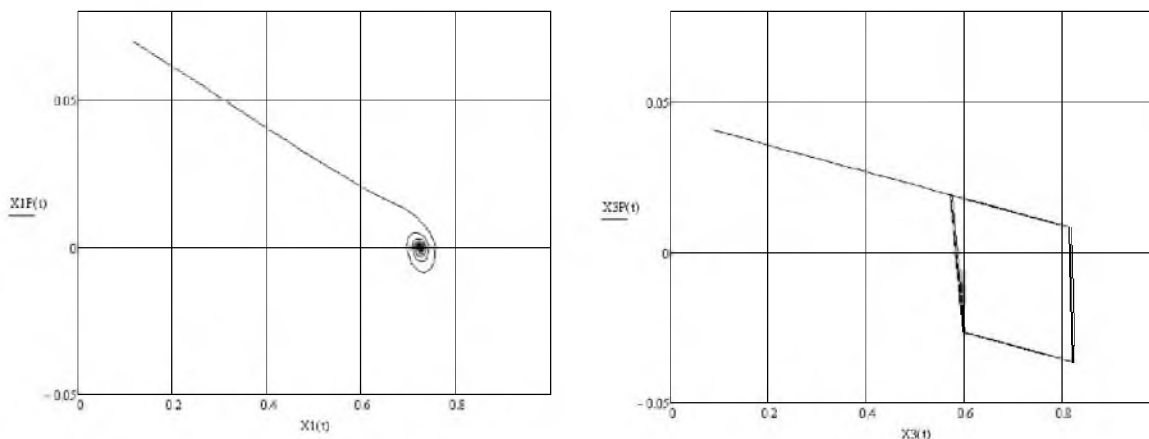


Рис. 16. Фазовый портрет замкнутой системы с 2-позиционным регулятором: а – система описана при помощи ИСП; б – система описана с использованием передаточных функций



Особенности поведения систем связаны с различиями в поведении регуляторов. Регулятор, приведённый на рис.11 позволяет системе с теми же временными характеристиками получать лучшее качество регулирования, в частности происходит уменьшение величины выбега. Это связано с тем, что регулятор, моделируемый ИСП, адаптирует величину управляющего воздействия и при правильной настройке системы можно добиться сведения автоколебательного режима к асимптотическому.

Фазовый портрет движения системы для регулятора, моделируемого ИСП, представляет собой устойчивый фокус а для классического представления – предельный цикл. Это подтверждает, что регулятор, реализованный с помощью ИСП обладает качественно новыми характеристиками, и позволяет добиться лучшего качества регулирования.

Проведённое моделирование показало, что информационная сеть Петри позволяет моделировать динамические процессы, причём существуют простые методы перехода от описания систем в виде передаточных функций к сетевому представлению алгоритма управления.

В отличие от структурной схемы, представленной на рис.13, информационная сеть Петри является конечным продуктом процесса проектирования системы автоматизации и готова к исполнению на любых вычислительных платформах, снабжённых специализированным интерпретатором (в том числе и на промышленных контроллерах). При использовании классического подхода к проектированию систем автоматического управления структурную схему (рис. 13) необходимо привести к конечным итерационным функциям и записать на одном из языков программирования. На этих этапах могут возникнуть ошибки функционирования, связанные с погрешностями дискретизации и написания дополнительного программного обеспечения.

Таким образом, информационная сеть Петри является сквозным лингвистическим средством, позволяющим напрямую перейти от алгоритма к опытной или промышленной системе управления, реализованной на вычислительной платформе.

В рассмотренной сети чётко прослеживается параллелизм выполняемых операций, так как контуры функционируют независимо, оказывая лишь корректирующее влияние. Обеспечение параллелизма выполнения операций бесспорное преимущество сетей Петри. В связи с этим при создании моделей на основе информационных сетей Петри целесообразно выделять отдельные замкнутые контуры, выполняющие чётко заданную функцию, и устанавливать нечёткие информационные связи между ними. А это, в свою очередь, снижает риск возникновения непредусмотренных ситуаций и повышает надёжность системы.

По сравнению с помеченной сетью Петри [1] информационная сеть Петри даёт ряд преимуществ. Предложенный аппарат позволяет вести обработку аналоговой информации без предварительной дискретизации. Кроме того, благодаря возможности плавного изменения промежуточных величин можно существенно сократить размеры графа. При реализации устройства это сокращает время на обработку и экономит занимаемую алгоритмом память вычислительного устройства.

Таким образом, механизм информационных сетей Петри даёт ряд принципиально новых возможностей для реализации сложных систем управления нечёткими объектами.

Возможность интеграции модели объекта управления и модели системы автоматизации делает предлагаемый аппарат наглядным и удобным, что облегчает процесс проектирования и уменьшает вероятность ошибки.

Теоретические исследования велись по использованию математического аппарата информационных сетей Петри (ИСП) для моделирования динамических звеньев, а так же для проведения параллельных вычислений, что позволит существенно ускорить проверку вновь предлагаемых алгоритмов и их работу при внедрении на реальных объектах с применением контроллеров при наилучшем сочетании показателей цена-возможности. Сочетание описаний алгоритмов посредством ИСП и по-



меченных сетей Петри (графов операций) позволит охватить всю гамму описаний как объектов, так и систем управления, чего не позволяют существующие стандарты МЭК 61131-3.

Работа была выполнена в рамках проекта № 2.1.2/1183 по аналитической ведомственной целевой программе «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» по теме: «Программно-аппаратные приставки адаптивного позиционного регулирования для систем регулирования промышленных и бытовых объектов».

### Список литературы

1. Юдицкий С.А., Магергут В.З. Логическое управление дискретными процессами. Модели, анализ, синтез. М.: Машиностроение, 1987. – 176с.
2. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1980. – 456с.

## DESCRIPTION OF DYNAMIC PROCESSES WITH INFORMATION NETWORK OF PETRI

**V.A. IGNATENKO**

**V.Z. MAGERGUT**

*Belgorod state technological  
university named after  
V.G. Shoukhov*

*e-mail: bigsom@mail.ru*

The new kind of networks – an information network of Petri is entered. From classical networks of Petri differs that allows to process not only discrete, but also the analog information. The offered network possesses a number of features which allow to realize qualitatively new control systems possessing adaptive and self-training elements. The method allows, using typical structures, in the shortest terms to project intellectual control means. Examples of realization of standard links and the elementary system of on-off regulation are resulted. Overall performance of algorithm in comparison with on-off regulation is shown.

Key words: network, graph, position, arch, transition, counter, link, regulator.