

Ситник С.М. / Воронеж /

МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ УТОЧНЕНИЙ НЕРАВЕНСТВА КОШИ-БУНЖКОВСКОГО И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ К ОЦЕНКАМ СПЕЦИАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Предлагается новый метод получения усиленных неравенства КБВ вида

$$\left( \int_a^b fg dx \right)^2 \leq \int_a^b p^2 dx \int_a^b \left( \frac{fg}{p} \right)^2 dx \leq \int_a^b f^2 dx \int_a^b g^2 dx. \quad (1)$$

При этом устанавливается определённая двояственность между весами  $p$  и произвольными средними двух величин. Примеры конкретных средних — степенные, средние Радо, медианты рядов Фарея, итерационные средние типа арифметико-геометрического приводят к интересным конкретным примерам допустимых весов.

Разработан метод сравнения между собой различных усиленных вида (I) и на основе полученных теорем сравнения установлена иерархия различных конкретных семейств усилений.

Далее получены алгоритмы конструирования итерационных процедур уточнения (I), которые порождаются каждым конкретным усилением вида (I). Эти итерационные процедуры приводят к бесконечной последовательности новых усилений, каждое из которых точнее предыдущего. Некоторые процедуры порождают двусторонние неравенства.

Полученные результаты применяются для обоснования достаточно общего систематического метода получения равномерных неравенств для специальных функций на основе их интегральных представлений. При этом уже первые шаги предлагаемых итерационных процедур приводят к известным неравенствам, дальнейшие шаги — к существенным уточнениям этих неравенств. Подробные расчёты проведены для вывода неравенств для интегральной показательной и гамма-функций. Особенно эффективным методом оказывается для получения двусторонних оценок эллиптических интегралов Лежандра вблизи особой точки, что иллюстрируется численными примерами.

Другие применения наших результатов лежат в областях традиционных следствий неравенства КБВ: неравенства треугольника, Сельберга, Ацея, пространства Лоренца-Лобачевского, оценки в элементарной геометрии и геометрии пространств со скалярным произведением, дискретные аналоги, описание допустимых связей в различных моделях упругости и пластичности.