УДК 621.396.96

ПОСТРОЕНИЕ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ ПАССИВНОЙ РАДИОЛОКАЦИИ НА ПРИНЦИПАХ УГЛОМЕРНОЙ КООРДИНАТОМЕТРИИ

*Р.К. Давлеткалиев**

Белгородский государственный университет

Рассмотрена возможность построения адаптивных систем пассивной радиолокации на принципах угломерной координатометрии. Предложен способ анализа СКО измерения наклонной дальности до цели.

Для определения координат ИРИ использование только разностно-дальномерных систем (РДС) в целом ряде случаев не обеспечивает требуемые точностные характеристики. Это, в частности, связано с ограничением линейных размеров баз РДС ввиду технической сложности создания подобных систем при значительном разнесении их приемных пунктов. Кроме того, такие системы не являются достаточно помехоустойчивыми. Для нарушения их работы достаточно эффективными являются так называемые противокорреляционные помехи. В этой связи наряду с РДС целесообразно использовать также более простые в конструктивном отношении и относительно помехоустойчивые против различного рода помех угломерные системы (УС).

Их основу составляют обычно ряд приемных пунктов, разнесенных на местности. В данном случае в каждом из таких пунктов предполагается использовать приемные станции РТР. Оценка координат ИРИ в такой системе может быть реализована за счет первичных измерений их азимутов и углов места [1].

Для общего случая получим основные соотношения для определения пространственных прямоугольных x, y, z и полярных r, β, ε координат целей в УС. Плоскостные координаты при этом являются частным случаем пространственных при $\varepsilon = 0, z = 0$.

Из геометрических соображений очевидно, что при угловых измерениях координаты цели определяются точкой пересечения линий визирования каждого из n пунктов УС, соединяющих i-й приемный пункт с целью. Угловые положения этих линий определяются значениями азимутов β_i и углов места ε_i в каждом приемном пункте. Поэтому задача определения координат цели описывается аналитическими уравнениями связи между значениями пеленгов β_i и ε_i и проекциями r_{iz} линий визирования: $x - x_i$, $y - y_i$ и $z - z_i$ (рис. 1).

* E-mail: RDawlet@mail.ru

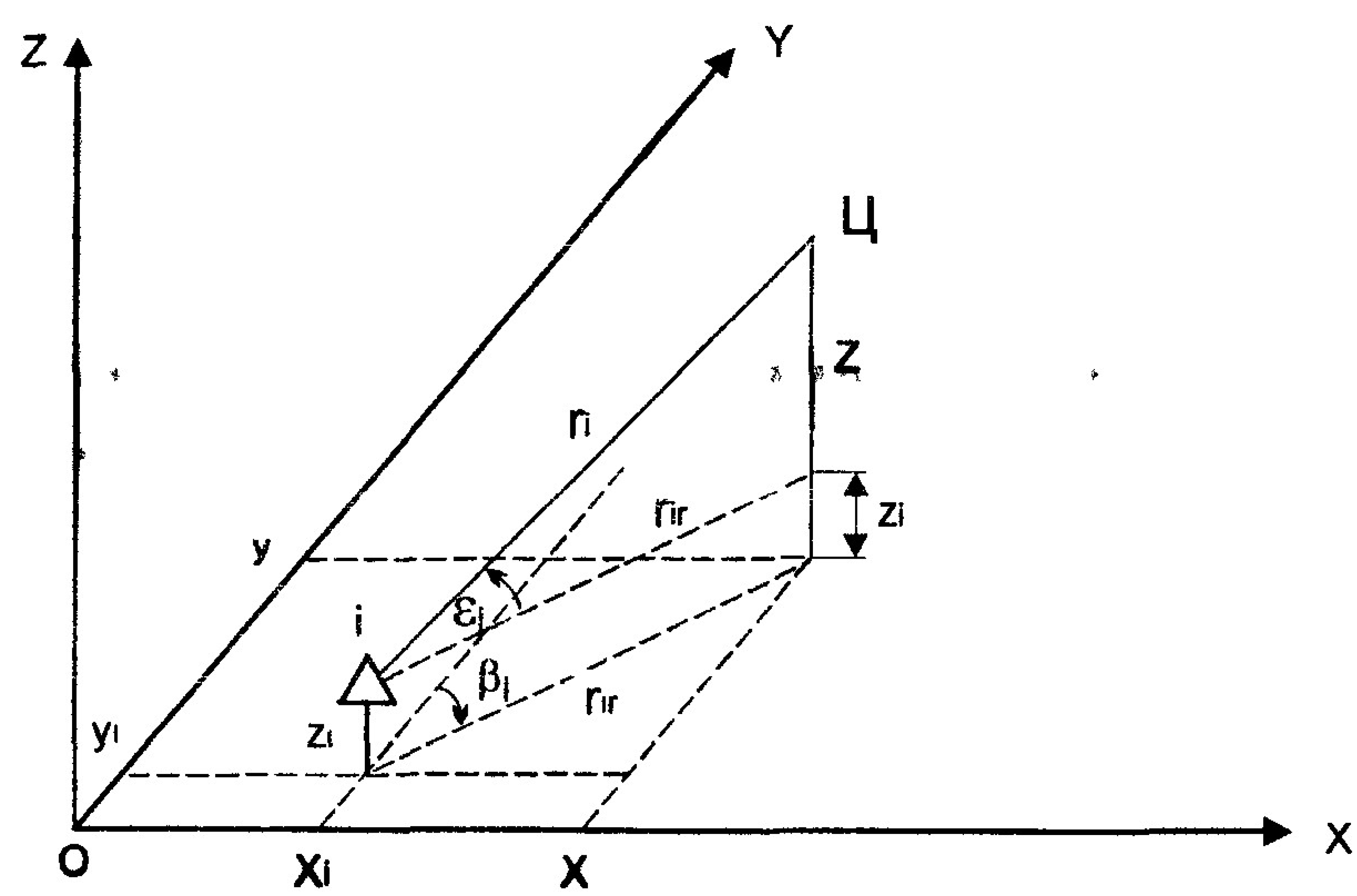

Рис. 1. Определение координат цели в УС

Как следует из рис. 1, указанная связь определяется очевидными уравнениями, а именно:

$$\mathrm{tg}\,\beta_i = (x - x_i)/(y - y_i), \tag{1}$$

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon_i = (z - z_i)/r_{iг}, \quad i=\overline{1,n}\ , \tag{2}$$

где x, y, z – искомые координаты цели;

r_i и $r_{iг} = r_i\cos\varepsilon_i$ – наклонная и горизонтальная дальности цели относительно i-го приемного пункта;

β_i и ε_i – оценки азимутов и углов места цели в i-м пункте.

Поскольку параметр $r_{iг}$ в (2) является неизвестным, его целесообразно определить с помощью одного из двух соотношений, которые следуют из рис.1. Имеем $\sin\beta_i=(x - x_i)/ r_{iг}$ или $\cos\beta_i =(y - y_i)/r_{iг}$.

Используя первое из приведенных соотношений, получим

$$r_{iг} = (x - x_i)/\sin\beta_i\,. \tag{3}$$

Вводя обозначения $\mathrm{tg}\beta_i = t_{i\beta}$, $\mathrm{tg}\varepsilon_i = t_{i\varepsilon}$ и подставляя (3) в (2), получим линейную относительно неизвестных координат x, y и z систему из 2n уравнений:

$$x - t_{i\beta} \bullet y = x_i - t_{i\beta} \bullet y_i, \tag{4}$$

$$x \bullet t_{i\varepsilon} - z \bullet \sin\beta_i = x_i \bullet t_{i\varepsilon} - z_i \bullet \sin\beta_i\,. \tag{5}$$

Для решения полученной системы уравнений последнюю удобно записать в матричном виде:

$$\boldsymbol{A} \bullet \boldsymbol{P} = \boldsymbol{B}\,, \tag{6}$$

где A – матрица (2n x 3), включающая известные параметры:

$$\boldsymbol{A} = \left\| \begin{matrix} 1 & -t_{1\beta} & 0 \\ 1 & -t_{2\beta} & 0 \\ 1 & -t_{n\beta} & 0 \\ \ldots & \ldots. & \ldots \\ t_{1\varepsilon} & 0 & -\sin\beta_1 \\ t_{2\varepsilon} & 0 & -\sin\beta_2 \\ \ldots & \ldots. & \ldots. \\ t_{n\varepsilon} & 0 & -\sin\beta_n \end{matrix} \right\| \tag{7}$$

$\boldsymbol{B}$ – вектор (2n x 1) свободных членов

$$\boldsymbol{B} = \left\| \begin{array}{l} x_1 - t_{1\beta} \cdot y_1 \\ x_2 - t_{2\beta} \cdot y_2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ x_2 - t_{n\beta} \cdot y_n \\ x_1 \cdot t_{1\varepsilon} - z_1 \cdot \sin\beta_1 \\ x_2 \cdot t_{2\varepsilon} - z_2 \cdot \sin\beta_2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ x_n \cdot t_{n\varepsilon} - z_n \cdot \sin\beta_n \end{array} \right\| \qquad \textbf{(8)}$$

$\boldsymbol{P}$ – искомый вектор (3x1) параметров в прямоугольной системе координат,

$$\boldsymbol{P} = \| x, y, z \|^{\mathrm{T}} \qquad \textbf{(9)}$$

Решение системы уравнений (6) находим методом наименьших квадратов (МНК). При этом ошибка решения является минимальной. Известное решение МНК этой системы имеет вид

$$\boldsymbol{P} = (A^{\mathrm{T}} \cdot A)^{-1} \cdot A^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{B} \qquad (10)$$

Для сокращения размерности решаемой задачи конкретизируем матрицу $A^{\mathrm{T}} \cdot A = C$. С учетом (7) эту матрицу можно записать в виде

$$\boldsymbol{C} = \left\| \begin{array}{ccc} n + \sum_{i=1}^{n} t_{i\varepsilon}^2 & -\sum_{i=1}^{n} t_{i\beta} & -\sum_{i=1}^{n} t_{i\varepsilon} \sin\beta_i \\ -\sum_{i=1}^{n} t_{i\beta} & -\sum_{i=1}^{n} t_{i\beta}^2 & 0 \\ -\sum_{i=1}^{n} t_{i\varepsilon} \sin\beta_i & 0 & -\sum_{i=1}^{n} t \ \sin^2\beta_i \end{array} \right\| ; \qquad (11)$$

$t_{i\beta} = \mathrm{tg}\beta_i$, $t_{i\varepsilon} = \mathrm{tg}\varepsilon_i$.

Аналогично найдем также вектор $A^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{B} = \boldsymbol{D}$. С учетом (7) и (8) получим

$$\boldsymbol{D} = \left\| \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n} [(x_i - t_{i\beta} y_i) + t_{i\varepsilon}(x_i t_{i\varepsilon} - z_i \sin\beta_i)] \\ -\sum_{i=1}^{n} t_{i\beta}(x_i - t_{i\beta} y_i) \\ \sum_{i=1}^{n} \sin\beta_i (x_i t_{i\varepsilon} - z_i \sin\beta_i) \end{array} \right\| . \qquad (12)$$

С учетом матрицы $\boldsymbol{C}$ и вектора $\boldsymbol{D}$ выражение для искомого вектора $\boldsymbol{P}$ запишется в виде

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{C}^{1} \cdot \boldsymbol{D}. \qquad (13)$$

На основе рассчитанных оценок прямоугольных координат x, y, z цели можно затем рассчитать ее полярные координаты относительно произвольного пункта, в том числе относительно произвольно выбранной точки в УС с координатами x_i, y_i, z_i. Имеем

$$r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}, \qquad (14)$$

$$\beta_i = arctg[(x - x_i) \ + (y - y_i)] + \varphi, \qquad (15)$$

где

$$\varphi = (\pi/2)\cdot[2-\mathrm{sgn}(x-x_i) \;\; -\mathrm{sgn}(y-y_i)],$$

$$\varepsilon = \arcsin[(z-z_i)/r_i]. \qquad (16)$$

Соотношение (13) для оценки прямоугольных координат является достаточно универсальным, оно может быть использовано для решения как пространственных, так и плоскостных задач.

В соответствии с общепринятыми представлениями, точность определения пространственных координат будем оценивать по величине дисперсии или среднеквадратических ошибок измерений. За исходные для оценок СКО σ_x, σ_y, σ_z примем соотношения (1) и (2), разрешенные относительно параметров β_i и ε_i:

$$\beta_i = arctg\left[(x-x_i)/(y-y_i)\right] = h1_i(x,y), \quad i=\overline{1,n}, \qquad (17)$$

$$\varepsilon_i = arctg\left[(z-z_i)/r_{i\text{г}}\right] = h2_i(z), \quad i=\overline{1,n}, \qquad (18)$$

где $r_{i\text{г}}$ – горизонтальная дальность до цели относительно приемных пунктов,

$$r_{i\text{г}} = \sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2} \qquad (19)$$

Здесь β_i и ε_i – наблюдаемые оценки азимутов и углов места в n приемных пунктах с заданными значениями СКО $\sigma_{\beta i}$ и $\sigma_{\varepsilon i}$. Оцениванию подлежат СКО σ_x, σ_y, σ_z вектора состояния $\boldsymbol{\alpha} = \left\|x \quad y \quad z\right\|^T$.

Расчет указанных значений СКО будем производить по методике, изложенной в [2], применительно к наблюдаемым оценкам разностей расстояний R_i. При этом учтем, что в данном случае наблюдается не один, а два вектора $\boldsymbol{\beta} = \left\|\beta_i\right\|$ и $\boldsymbol{\varepsilon} = \left\|\varepsilon_i\right\|$, $i=\overline{1,n}$. При этом матрица статистического пересчета параметров $\boldsymbol{H}$ имеет размерность (2n x 3). Общую структуру этой матрицы можно записать в виде

$$\boldsymbol{H} = \begin{Vmatrix} \dfrac{\partial h1^{(i)}}{\partial \alpha^{(j)}} \\ \dfrac{\partial h2^{(i)}}{\partial \alpha^{(j)}} \end{Vmatrix}. \qquad (20)$$

При этом значения $\alpha^{(j)}$ для различных значений j будут равны:

$$\alpha^{(1)} = x,\ \alpha^{(2)} = y,\ \alpha^{(3)} = z.$$

С учетом обозначений

$$\partial h1^{(i)}/\partial x = h1_{i,1} \quad h1^{(i)}/\partial y = h1_{i,2}, \quad \partial h1^{(i)}/\partial z = h1_{i,3},$$

$$\partial h2^{(i)}/\partial x = h2_{i,1}, \quad h2^{(i)}/\partial y = h2_{i,2}, \quad \partial h2^{(i)}/\partial z = h2_{i,3}$$

матрицу $\boldsymbol{H}$ можно свести к более конкретному виду:

$$\boldsymbol{H} = \begin{Vmatrix} h1_{i,1} & h1_{i,2} & h1_{i,3} \\ h2_{i,1} & h2_{i,2} & h2_{i,3} \end{Vmatrix}. \qquad (21)$$

В соответствии с (17) и (18) для элементов матрицы (21) получим выражения

$$h1_{i,1} = (y-y_i)/r_{i\text{г}}^2, \quad h1_{i,2} = -(x-x_i)/r_{i\text{г}}^2, \quad h1_{i,3} = 0,$$

$$h2_{i,1} = 0, \qquad h2_{i,2} = 0, \qquad h2_{i,3} = r_{i\text{г}}/r_i^2, \qquad (22)$$

где r_i – наклонная дальность до цели относительно приемных пунктов,

$$r_i = \sqrt{r_{iz}^2 + (z - z_i)^2}\,.$$

Совокупности элементов $h1_{i,j}$ и $h2_{i,j}$ (j=1,2,3) поставим в соответствие следующие векторы:

$$h11 = \left\|h1_{i,1}\right\|,\quad h12 = \left\|h1_{i,2}\right\|,\quad h13 = \left\|h1_{i,3}\right\| = 0, \tag{23}$$

$$h21 = \left\|h2_{i,1}\right\|,\quad h22 = \left\|h2_{i,2}\right\|,\quad h23 = \left\|h2_{i,3}\right\| = 0,\ i = \overline{1,n}.$$

С учетом введенных обозначений матрицу $\boldsymbol{H}$ можно записать в виде

$$\boldsymbol{H} = \left\|\frac{H_1}{H_2}\right\|, \tag{24}$$

где $\boldsymbol{H}_1$, $\boldsymbol{H}_2$ – матрицы (n x 3),

$$\boldsymbol{H}_1 = \left\|h_{11} \quad h_{12} \quad 0\right\|^T,$$

$$\boldsymbol{H}_2 = \left\|0 \quad 0 \quad h_{23}\right\|^T. \tag{25}$$

Как показано в [2], для определения искомых значений СКО σ_x, σ_y, σ_z необходимо вычислить матрицу точности $\boldsymbol{C}_\alpha$. При этом искомые значения дисперсий $\sigma^2{}_x$, $\sigma^2{}_y$, $\sigma^2{}_z$ соответствуют элементам главной диагонали корреляционной матрицы ошибок $\boldsymbol{C}_\alpha{}^{-1}$, обратной по отношению к матрице $\boldsymbol{C}_\alpha$.

В данном случае матрица точности $\boldsymbol{C}_\alpha$ имеет вид

$$\mathbf{C}_\alpha = \boldsymbol{H}^T \boldsymbol{C}_{\beta\varepsilon} \boldsymbol{H}, \tag{26}$$

где $\boldsymbol{C}_{\beta\varepsilon}$ – матрица точности, соответствующая ошибкам измерения азимутов и углов места.

В дальнейшем будем полагать, что измерения азимутов β_i и углов места ε_i являются равноточными. Кроме того, учитываем, что ошибки являются независимыми как между собой, так и между приемными пунктами. В этом случае матрицу точности $\boldsymbol{C}_\alpha$ можно представить в виде

$$\boldsymbol{C} = \left\|\boldsymbol{I}/\sigma_\beta^2\, \boldsymbol{I}/\sigma_\varepsilon^2\right\|, \tag{27}$$

где $\boldsymbol{I}$ – единичная (n x n) матрица.

Подставляя далее матрицы $\boldsymbol{H}$ (24) и (27) в (26), матрицу точности $\boldsymbol{C}_\alpha$ можно записать в виде

$$\boldsymbol{C}_\alpha = \begin{Vmatrix} S_{11}/\sigma_\beta^2 & S_{21}/\sigma_\beta^2 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}/\sigma_\varepsilon^2 \end{Vmatrix}, \tag{28}$$

где

$$S_{11} = h^T{}_{11} \cdot h_{11},\quad S_{12} = h^T{}_{12} \cdot h_{12},\quad S_{21} = S_{12},$$
$$S_{22} = h^T{}_{12} \cdot h_{12},\quad S_{33} = h^T{}_{23} \cdot h_{23}. \tag{29}$$

Обращая матрицу $\boldsymbol{C}_\alpha$, получим корреляционную матрицу ошибок $\boldsymbol{C}_\alpha{}^{-1}$ в виде

$$C_\alpha^{-1} = \begin{Vmatrix} S_{22}/\Delta\sigma_\beta^2 & -S_{12}/\Delta\sigma_\beta^2 & 0 \\ -S_{21}/\Delta\sigma_\beta^2 & S_{11}/\Delta\sigma_\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\varepsilon^2/S_{33} \end{Vmatrix}, \qquad (30)$$

где $\Delta = \sigma_\beta^{-4} S_{11} \cdot S_{22} \cdot (1-\rho^2)$, (31)

где $\rho = S_{12}\, S_{21}/S_{11}\, S_{22}$ – коэффициент корреляции. (32)

На основе (30) можно непосредственно записать выражения для дисперсий ошибок измерения прямоугольных координат *x, y, z*:

$$\sigma_x^2 = S_{22}/\Delta\sigma_\beta^2,\ \ \sigma_y^2 = S_{11}/\Delta\sigma_\beta^2,\ \sigma_z^2 = \sigma_\varepsilon^2/S_{33}. \qquad (33)$$

Подставляя далее в (33) значение параметра Δ (31), получим соответствующие выражения для СКО измерения координат *x, y, z* в виде

$$\sigma_x = \sigma_\beta / \sqrt{S_{11}(1-\rho^2)}, \qquad (34)$$

$$\sigma_y = \sigma_\beta / \sqrt{S_{22}(1-\rho^2)}, \qquad (35)$$

$$\sigma_z = \sigma_\varepsilon / \sqrt{S_{33}}. \qquad (36)$$

Конкретизируем далее входящие в (34) - (36) параметры S_{11}, S_{22}, S_{33} и ρ. С учетом введенных обозначений (22), (23) и(29) можно записать

$$S_{11} = \sum_{i=1}^{n}(y-y_i)^2/r_{iz}^4,\ S_{22} = \sum_{i=1}^{n}(x-x_i)^2/r_{iz}^4,\ \ S_{33} = \sum_{i=1}^{n} r_{iz}^2/r_i^2, \qquad (37)$$

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y-y_i)\cdot(x-x_i)/r_{iz}^4}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y-y_i)^2/r_{iz}^4 \cdot \sum_{i=1}^{n}(x-x_i)^2/r_{iz}^4}}. \qquad (38)$$

Подставляя далее (37) в (34) – (36), получим окончательные расчетные значения для СКО σ_x, σ_y, σ_z:

$$\sigma_x = \sigma_\beta / \sqrt{(1-\rho^2)\sum_{i=1}^{n}(y-y_i)^2/r_{iz}^4}, \qquad (39)$$

$$\sigma_y = \sigma_\beta / \sqrt{(1-\rho^2)\sum_{i=1}^{n}(x-x_i)^2/r_{iz}^4}, \qquad (40)$$

$$\sigma_z = \sigma_\varepsilon / \sqrt{\sum_{i=1}^{n} r_{iz}^4/r_i^4}. \qquad (41)$$

Как следует из анализа полученных соотношений, значения СКО σ_x и σ_y полностью определяются параметрами плоскостной задачи. Это означает, что в случае решения плоскостной задачи для вычисления СКО σ_x и σ_y можно непосредственно пользоваться соотношениями (39) и (40), в которых r_{iz} – горизонтальные дальности относительно приемных пунктов

$$r_{iz} = \sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}. \qquad (42)$$

При этом СКО измерения дальности σ_r относительно опорного пункта может быть оценена с помощью соотношения

$$\sigma_{r_z} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}\,. \qquad (43)$$

Далее, СКО σ_z при заданном значении СКО первичных измерений угла места σ_ε определяется функциональным отношением двух видов дальностей до цели относительно приемных пунктов, горизонтальных r_{iz} и наклонных r_i. Чем больше это отношение, тем меньше СКО σ_z. Это означает, что с увеличением высоты цели и, соответственно, угла ее места значение σ_z при той же горизонтальной дальности будет уменьшаться. И, наконец, из полученных соотношений для СКО σ_x, σ_y, σ_z наглядно видна зависимость последних от числа пунктов n. С увеличением n значения указанных СКО будут уменьшаться. Последнее обстоятельство является особенно существенным при измерении угла места целей ввиду относительно широких диаграмм направленности антенн СПРЛ в вертикальной плоскости. Существенно также отметить, что СКО σ_x, σ_y, σ_z (39) - (41), как и в случае оценок точностных характеристик в РДС, линейно зависят от СКО первичных измерений азимута σ_β и угла места σ_ε .

На основе полученных соотношений оценим далее СКО измерения наклонной дальности до цели относительно опорного пункта в пространственном случае. Наклонную дальность с учетом горизонтальной r_z определим соотношением

$$r = \sqrt{r_z^2 + (z - z_0^2)}, \qquad (44)$$

где z_0 – высотная координата опорного пункта.

Для вычисления СКО σ_r воспользуемся неравенством, которое обычно имеет место на практике $(z - z_0)/r \ll 1$. В этом случае функцию $r(r_z, z)$ можно приближенно представить в виде

$$r(r_z, z) \approx r_z + (z - z_0)^2 / 2r_z\,. \qquad (45)$$

Далее линеаризуем функцию $r(r_z, z)$ по параметрам r_z и z вблизи оценок $\hat{r}_z$ и $\hat{z}$:

$$r(r_z, z) \approx r(\hat{r}_z, \hat{z}) + (r_z - \hat{r}_z)\partial r / \partial r_z + (z - \hat{z})\partial r / \partial z.$$

Введем обозначения для ошибок по r, r_z и z:

$$\partial R = r(r_z, z) - r(\hat{r}_z, \hat{z}), \quad \partial r = r - \hat{r}_z \quad и \quad \partial z = z - \hat{z}.$$

С учетом (45) получим выражения для производных

$$\partial r / \partial r_z = a_l = 1 - (z - z_0)^2 / 2r^2, \qquad \partial r / \partial z = a_r = (z - z_0)/r_z\,.$$

В результате получим уравнение для ошибок

$$\partial R = a_l \partial r + a_r \partial z.$$

Учитывая далее независимость ошибок σ_R и σ_z, получаем соотношение для СКО σ_r измерения наклонной дальности r в виде

$$\sigma_r = \sqrt{\sigma_{r_z}^2 \cdot a_1^2 + \sigma_z{}^2 \cdot a_2^2}\,, \qquad (46)$$

где $\sigma_{r_z}^2$ и σ_z^2 – дисперсии ошибок измерения горизонтальной дальности и координаты z.

С учетом неравенства $(z - z_0)/r \ll 1$, коэффициенты примерно равны $a_1 \approx 1$, $a_2 \ll 1$. В этом случае СКО $\sigma_R = \sigma_r$.

Последнее означает, что в целом ряде практических случаев в целях упрощения анализа СКО измерения наклонной дальности до цели σ_r в пространственной УС можно определять по соотношениям, справедливым для плоскостной УС (43), где σ_x, и σ_y определяются (39) и (40), а ρ^2- (38). В общем же случае указанное значение σ_r для пространственной УС можно уточнять по (46).

ЛИТЕРАТУРА

1. Черняк, В.С. Многопозиционная радиолокация / В.С. Черняк. М.: Радио и связь, 1993.

2. Симаков, В.А. Построение адаптивных систем пассивной радиолокации на принципах разностно-дальномерной координатометрии / В.А. Симаков (в наст. сб.).

ADAPTIVE PASSIVE LOCATION SYSTEMS BASED ON ANGULAR COORDINATOMETRY PRINCIPES

R.K. Davletkaliev

Belgorod State University

Possibility of design of adaptive passive location systems based on bearing measurement principes is considered. Method of analysis of RMS measurements of elevation angle is proposed.