

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ НА ВХОДЕ В ЩЕЛЕВОЕ ВСАСЫВАЮЩЕЕ ОТВЕРСТИЕ

К.И. Логачев, А.И. Пузанок

Введение

Течение идеальной несжимаемой жидкости на входе в щелевой отсос исследовалось методами конформных отображений и граничных интегральных уравнений [1-3] (безотрывная модель), методом Жуковского [2,4] (отрывное течение) и методом дискретных вихрей [5]. Наиболее перспективным на наш взгляд является метод дискретных вихрей (МДВ), позволяющий определять не только очертание вихревых зон течения, но и распределение скоростей в них, в том числе турбулентные характеристики течения. В работе [5] исследовалось течение на основе суперпозиции МДВ и конформных отображений с точным выполнением граничных условий. Однако, такой строгий подход возможен для узкого класса задач, где возможно найти функцию, отображающую физическую область течения на геометрическую. К таким областям не относятся плоские многосвязные и пространственные области течения.

Целью представляемой работы было решение задачи о течении у щелевого отсоса, где всасывающее сечение расположено на конечном расстоянии от входного проема в отсос и, соответственно граничные условия заданы приближенно. Представляет интерес сопоставить решения, полученные разными способами и определить геометрические параметры, при которых наблюдаются их хорошее согласование.

Построение алгоритма численного расчета

Как известно, скорость движения воздуха в точке $x(x_1, x_2)$ вдоль направления $\vec{n} = \{n_1, n_2\}$, вызванного действием в точке $\xi(\xi_1, \xi_2)$ стока интенсивности $q(\xi)$, определяется из следующей формулы:

$$v_n(x) = -\frac{(x_1 - \xi_1)n_1 + (x_2 - \xi_2)n_2}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2} \frac{q(\xi)}{2\pi}.$$

Получим скорость движения воздуха в той же точке, вызванного отрезком (рис.1) с непрерывно распределенными по нему стоками интенсивностью:

$$q(\xi) = \frac{u_0 \cdot 2B}{2B}.$$

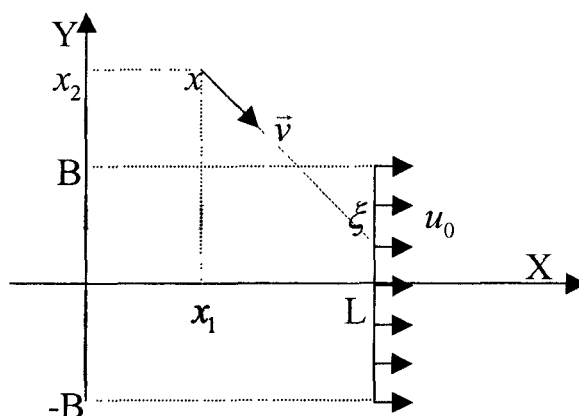


Рис 1. Всасывающий отрезок

Интегрируя по длине отрезка с учетом того, что $\xi_1 = L$; $\xi_2 = \xi$, получим следующее выражение:

$$v_n(x) = -\frac{u_0}{2\pi} \int_{-B}^B \frac{(x_1 - L)n_1 + (x_2 - \xi)n_2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 - \xi)^2} d\xi =$$

$$= -\frac{u_0}{2\pi} \left[n_1 \cdot \left\{ \operatorname{arctg} \frac{x_2 + B}{x_1 - L} - \operatorname{arctg} \frac{x_2 - B}{x_1 - L} \right\} - \frac{n_2}{2} \ln \frac{(x_1 - L)^2 + (x_2 - B)^2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 + B)^2} \right].$$

Рассмотрим течение у щелевидного отсоса (рис 2).

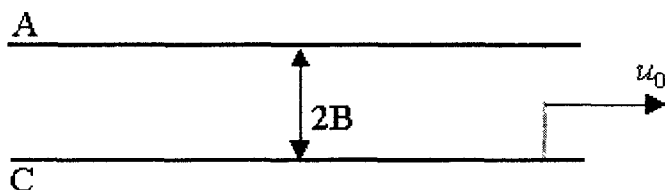


Рис 2 Щелевой отсос, свободно расположенный в пространстве

С точек А и С происходит отрыв потока (сход вихревой пелены). Проследим развитие вихревой структуры с течением времени. Будем считать стенки бесконечно тонкими. Расположим по границе области расчетные точки и точки расположения присоединенных вихрей так, как показано на рис.3.

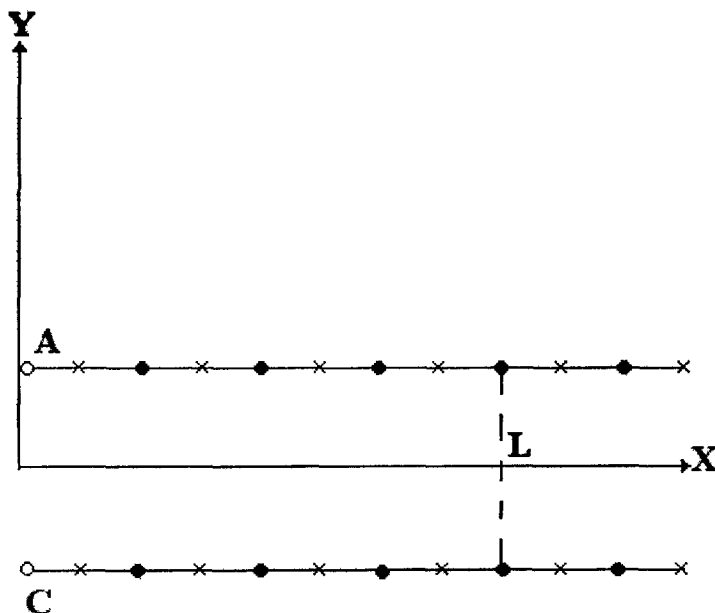


Рис 3 Дискретизация границы области × - расчетные точки,
● - присоединенные вихри, ○ - свободные вихри

Шаг дискретизации - h (расстояние между соседними расчетной точкой и вихрем).
Количество расчетных точек - $2N$, присоединенных вихрей- $2N - 2$, свободных - 2.

Такое расположение вихрей будет наблюдаться в начальный момент времени: $t = 0$.
Неизвестные циркуляции вихрей определяются из условия непротекания на границе:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p = 0, \quad (1)$$

где

$$G^{pk} = \frac{1}{2\pi} \frac{(x_1 - \xi_1)n_2 - (x_2 - \xi_2)n_1}{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2}, \quad (2)$$

$$F^p = -\frac{u_0}{\pi} \left[n_1 \cdot \left\{ \arctg \frac{x_2 + B}{x_1 - L} - \arctg \frac{x_2 - B}{x_1 - L} \right\} - \frac{n_2}{2} \ln \frac{(x_1 - L)^2 + (x_2 - B)^2}{(x_1 - L)^2 + (x_2 + B)^2} \right],$$

$x(x_1, x_2)$ - расчетная точка, $\xi(\xi_1, \xi_2)$ - точка расположения вихря, L - удаленность всасывающего отрезка от начала координат.

В следующий момент времени $t = \Delta t = h/u_0$ первые свободные вихри смещаются внутрь области течения. Их новое положение определяются из формул:

$$x' = x + v_x h, \quad y' = y + v_y h, \quad (3)$$

(x, y) - старое положение свободного вихря, (x', y') - новое, (v_x, v_y) - составляющие вектора скорости в точке (x, y) .

В этот момент времени система уравнений (1), с учетом появившихся 2-х свободных вихрей будет иметь следующий вид:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p + G_1^{p1} \gamma_1^1 + G_2^{p1} \gamma_2^1 = 0, \quad (4)$$

где γ_1^1, γ_2^1 - циркуляции двух сорвавшихся свободных вихрей в 1-й момент времени, равные циркуляциям свободных вихрей в точках А и С в предыдущий момент времени. Эти циркуляции не будут изменяться в последующие моменты времени. Величины G_1^{p1}, G_2^{p1} определяются из формулы (3), в которой (x_1, x_2) - координаты p -й расчетной точке, (ξ_1, ξ_2) - координаты соответственно 1 или 2 свободного вихря. Решив систему (4) получим новое распределение циркуляций граничных вихрей. С острых кромок срываются еще 2 вихря с циркуляциями γ_1^2, γ_2^2 . Вихри γ_1^1, γ_2^1 приобретают новое положение.

В момент времени $t = m \cdot \Delta t$ система уравнений (1) преобразуется к виду:

$$\sum_{k=1}^{2N} G^{pk} \Gamma^k + F^p + \sum_{k=1}^m (G_1^{pk} \gamma_1^k + G_2^{pk} \gamma_2^k) = 0. \quad (5)$$

В величинах G_1^{pk}, G_2^{pk} нижние индексы обозначают, что вихри срываются соответственно с 1 и 2 кромок (верхней и нижней). Индекс k обозначает, что вихрь сорвался в k -ый момент времени.

Решив эту систему получим распределение граничных вихрей в m -й момент времени. С острых кромок вновь срываются вихри. Остальные вихри приобретают новые положения. Если вихри достигают всасывающего отрезка - то они исчезают.

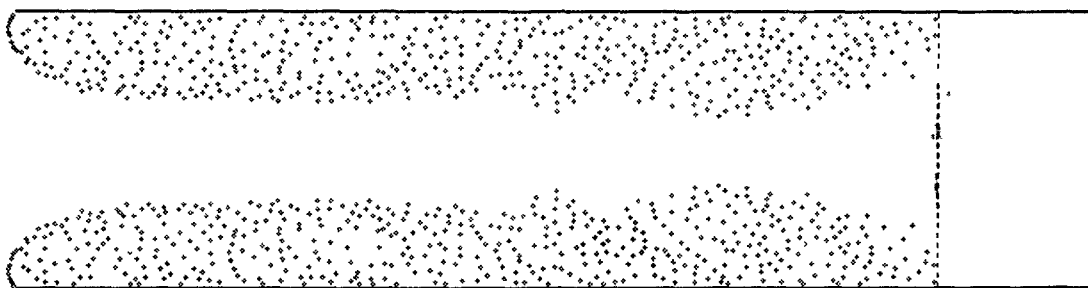
Результаты расчетов

По построенным алгоритмам разработана компьютерная программа, при расчетах по которой было обнаружено, что симметрия расположения свободных вихрей нарушается с течением времени. Такой эффект обусловлен наличием погрешности при выполнении вычислений. Например, циркуляции симметричных присоединенных вихрей после первого их вычисления отличаются на величину порядка $10^{-14} - 10^{-16}$. Это приводит к тому, что первые свободные вихри имеют также различные циркуляции и на примерно такой же порядок отличающиеся координаты. В результате после секунды моделирования отличия в расположении вихрей в верхней и нижней половине начинают наблюдаться визуально. Поэтому было решено поддерживать симметрию расположения вихрей искусственно путем модификации алгоритма. При этом реально вычислялись координаты только верхних вихрей, а нижние вихри располагались симметрично относительно оси Ox .

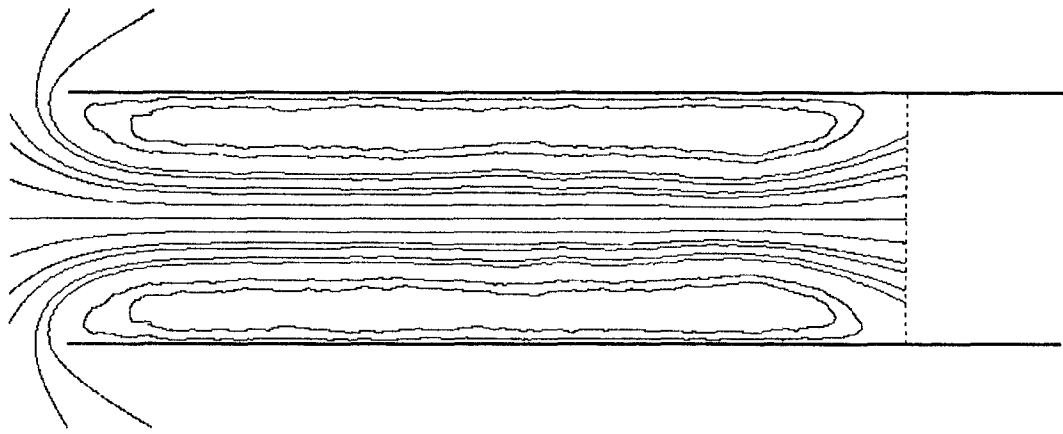
Исследовался случай, когда расстояние между соседними расчетными точками $h = 0,0075$ м; общее количество расчетных точек - 320 (т.е. на каждом отрезке по 160); полуширина отсоса - 0,15 м, абсцисса всасывающего отрезка - 1 м, скорость воздуха, протекающего через всасывающий отрезок - 1 м/с; шаг по времени $\Delta t = 0,005$ секунд.

Расположение свободных вихрей и линии тока после 3 секунд моделирования показаны на рис. 5.

Построение очертания вихревой области, полученной разными методами (рис.6), показывает их практическое совпадение при удалении от входного проема на расстояние $L/2B = 10$. Различие величин осевой скорости, полученных методом Жуковского и МДВ не превышает 5% (табл.1).

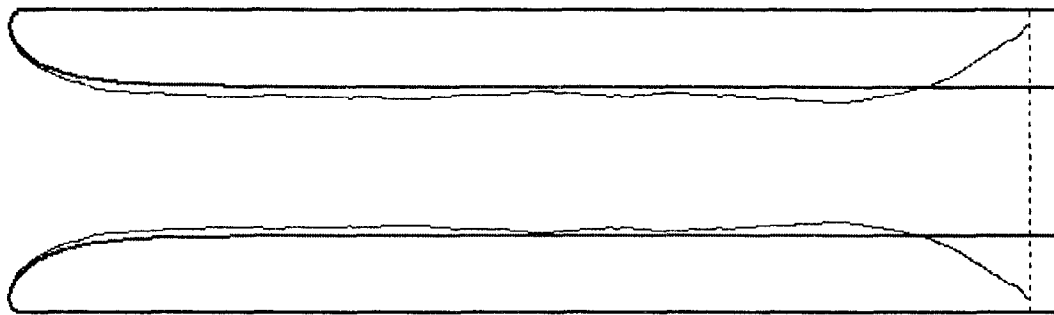


а)

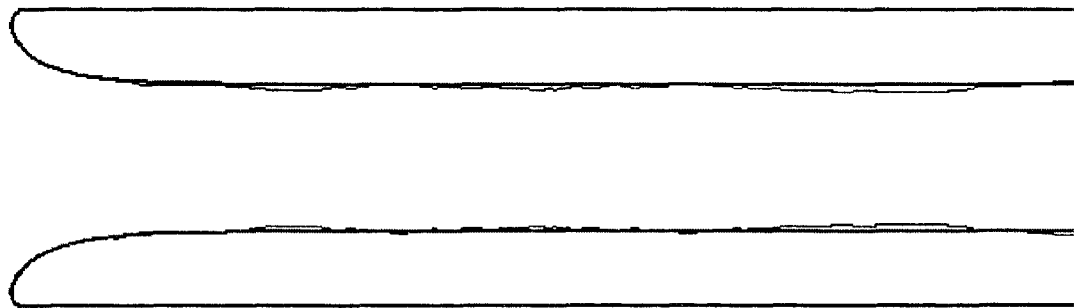


б)

Рис 4. Вихревая структура течения (а) и линии тока (б)



а)



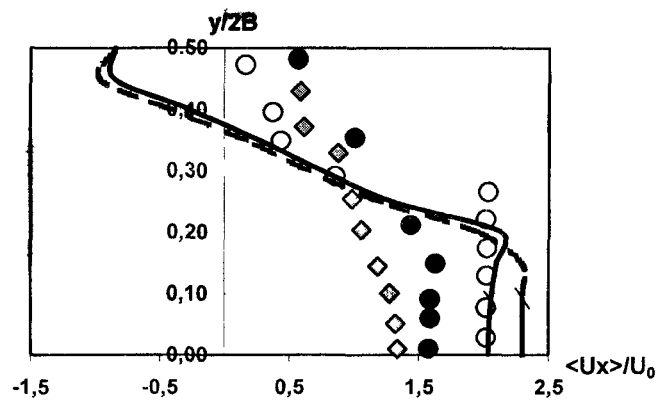
б)

Рис 5. Очертание вихревой области по методу Жуковского и по программе:
а) $t = 3$ с; абсцисса всасывающего отрезка $L = 1$ м; б) $t = 3,5$ с; $L = 1,5$ м.

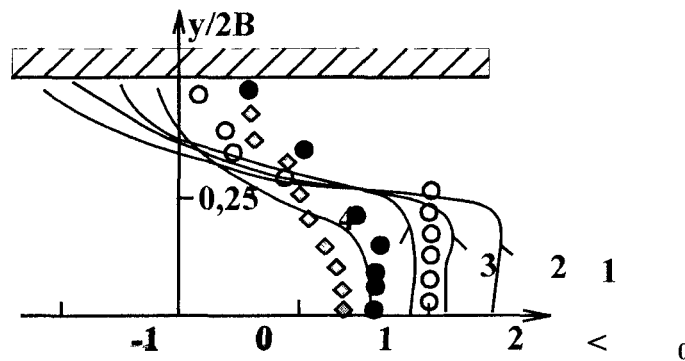
Таблица 1

Сравнение значений осевой скорости при расчете по программе и по методу Жуковского

Абсцисса, м	Осевая скорость, рассчитанная по программе, м/с	Осевая скорость, рассчитанная по методу Жуковского, м/с
0	1,342	1,285
-0,1	0,650	0,646
-0,2	0,350	0,352
-0,3	0,224	0,226
-0,4	0,160	0,163
-0,5	0,124	0,126
-0,6	0,100	0,102



а)



б)

Рис 6 Профили средней скорости в сечениях канала: а) расчет по программе; б) результаты, представленные в [6] Расчет 1 – $x/2B = 0,3$; 2 – $x/2B = 0,6$; 3 – $x/2B = 1,3$; 4 – $x/2B = 2,5$ Эксперимент для круглого канала: \circ – $x/2B = 0,7$; \bullet – $x/2B = 1,5$; \blacklozenge – $x/2B = 2,7$.

Был произведен расчет профилей осредненной по времени скорости в различных сечениях канала. Под средней скоростью в данном случае понималась средняя величина продольной (горизонтальной) составляющей скорости в исследуемых точках (поперечная составляющая мала и не оказывает существенного влияния на величину скорости), вычисляемая следующим образом:

$$\langle u_x \rangle = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} u_x(t) dt,$$

где подынтегральная функция $u_x(t)$ есть продольная составляющая мгновенной скорости в момент времени t ; τ – момент времени начала осреднения; $\tau+T$ – момент времени окончания осреднения.

В дискретной форме осредненная по времени скорость (ее продольная составляющая) вычисляется следующим образом:

$$\langle u_x \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=m}^{m+M} u_x(t_i),$$

где m – начальный момент осреднения, $m+M$ – конечный момент осреднения.

На рис. 7 приведено сравнение профилей средней скорости, построенных по программе, с профилями, полученными в [6]. Расчет производился в четырех сечениях при $x/h = 0,3 \div 2,5$. На рис. 7-а профили для сечений $x/h = 0,6$ и $x/h = 2,5$ не показаны, потому что они практически совпадают с профилем при $x/h = 1,3$. Здесь же приведены результаты эксперимента [6] для круглого канала с острой кромкой при $x/h = 0,7; 1,5$ и $2,7$.

Как и в работе [6] в расчетах по разработанной программе наблюдается возвратное течение вблизи стенок.

Среднеквадратичные продольные пульсации скорости определяются из формулы:

$$\left(\langle u_x'^2 \rangle\right)^{1/2} = \left[\frac{1}{M} \sum_{k=m}^{M+m} (u'_{kx})^2 \right]^{1/2},$$

где $u'_{kx} = u_x(k) - \langle u_x \rangle$ - величина продольной пульсации в момент времени k .

Сравнение профилей среднеквадратичных продольных пульсаций скорости $e_u = (\langle u_x'^2 \rangle)^{1/2} / u_0$ в сечении $x/2B=0,6$, полученных по разработанной программе, по данным расчетов [5] и опытным данным [7] показано на рис.8.

Циркуляция срывающегося с острой кромки вихря изменяется существенно только в начальный промежуток времени (рис.9), затем колеблется около определенного значения. Аналогичное наблюдение зафиксировано и в работе [6].

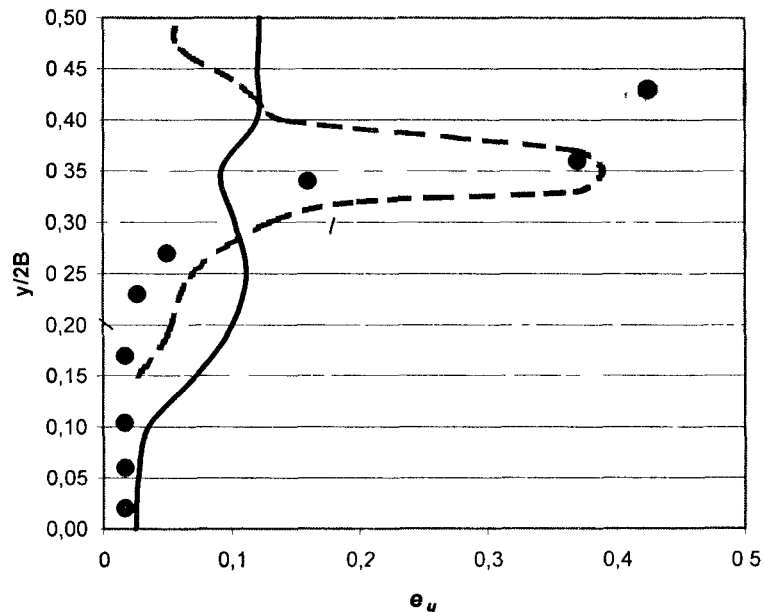


Рис 7 Профиль продольных пульсаций скорости в сечении $x/2B = 0,6$
1 – расчет по программе, 2 – профиль, представленный в [6]; • - эксперимент

Предложенный подход построения решения рассматриваемой задачи с приближенным выполнением граничных условий, позволяет решить ряд новых задач о течениях воздуха вблизи всасывающих отверстий в многосвязных плоских и пространственных областях.

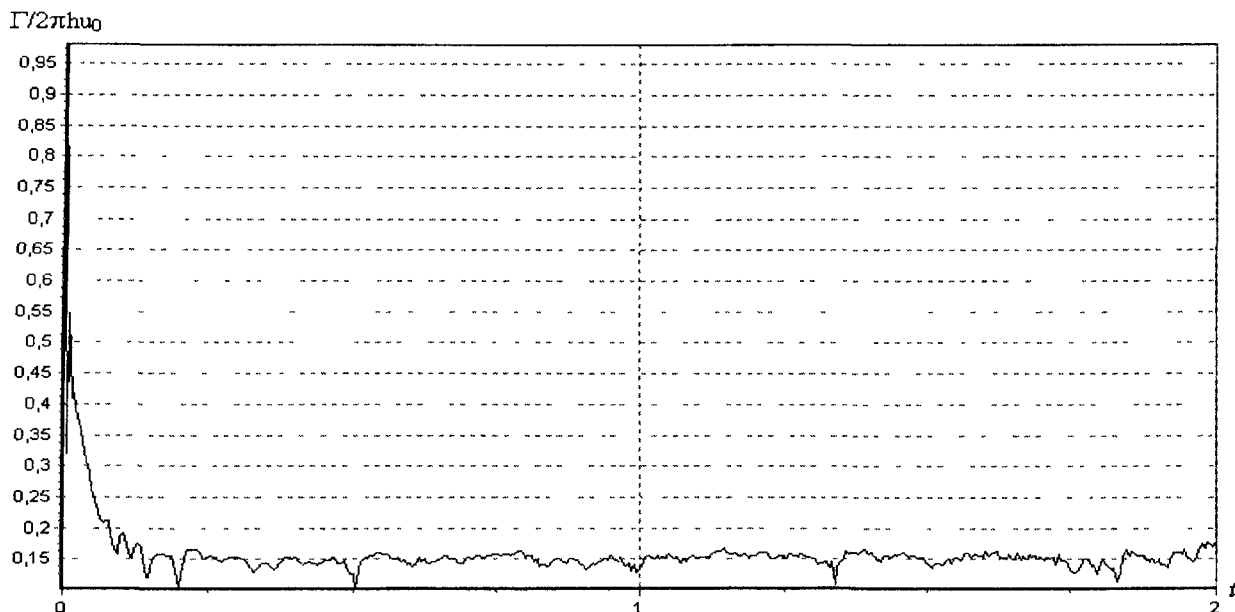


Рис 8. График изменения циркуляции вихрей, срывающихся с кромки отсоса

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ МД-31.2003.08.

Библиографический список

1. Логачев И.Н. Потенциальное движение воздуха у всасывающей щели// Вентиляция и очистка воздуха. - М.: Недра, 1969. - С.143 -150.
2. Посохин В.Н. Расчет местных отсосов от тепло- и газовыделяющего оборудования. - М.: Машиностроение, 1984. - 160 с.
3. Логачев К.И. Аэродинамика всасывающих факелов. - Белгород: Изд-во БелГТАСМ, 2000. - 175с.
4. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. - М.: Физматлит, 1961. - 496с.
5. Сабельников В.А., Смирных Е.А. Численный расчет турбулентного течения на начальном участке плоского канала с острыми кромками методом дискретных вихрей. Ученые записки ЦАГИ, 1985, т.XVI, с.59-64.
6. Белоцерковский С.М., Гиневский А.С. Моделирование турбулентных струй и следов на основе метода дискретных вихрей. М.:Физматлит, 1995.-368с.
7. Зимонт В.Л., Козлов В.Е., Прасковий А.А. Исследование турбулентного течения на начальном участке цилиндрического канала с острыми кромками. Ученые записки ЦАГИ, 1981, т.XII, №1, с.145-152.

УДК 532.5.031:697.921.42

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЫЛЕВОЗДУШНЫХ ТЕЧЕНИЙ В МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЯХ С ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ

К.И. Логачев, А.И. Пузанок

Введение

Одним из основных способов борьбы с выделением пыли и других загрязняющих веществ, образующихся в ходе выполнения различных технологических процессов, является использование местной вытяжной вентиляции, главным элементом которой - местный отсос. Расчет поля скоростей воздуха вблизи местных отсосов от вращающихся