

УДК 621.396.96

АДАПТИВНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ ПРИ СОСТАВНОЙ ГАУССОВСКОЙ ПОМЕХЕ С БЛОЧНОЙ-ЦИРКУЛЯНТНОЙ МАТРИЦЕЙ КОВАРИАЦИЙ.

В.С. Голиков, О.М. Лебедева

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальные и теоретические исследования [1-3] отраженных сигналов в современных радарх с высоким уровнем разрешения показывают, что помехи представляют собой негауссовский случайный процесс, который можно аппроксимировать, например, составным гауссовским процессом. Экспериментальные результаты показывают, что плотность вероятности распределения амплитуд такого процесса может быть представлена К-распределением. Это теоретически согласуется с моделью помехи как составного гауссовского процесса.

Первый детектор для такого типа помехи был предложен [4] и обеспечивал постоянную вероятность ложной тревоги, но требовал знания матрицы ковариации помехи, что на практике редко достижимо. В [4,5] было предложено использовать оценку ковариационной матрицы помехи по вторичным данным выборки помехи. Этот адаптивный детектор использовал нормализованные вторичные данные и обеспечивал робастность вероятности ложной тревоги по отношению к матрице ковариаций помех.

В настоящей статье мы рассматриваем новый алгоритм детектирования, основанный на теплицевой структуре матрицы ковариации помех. На основе теории блочно-циркулянтных матриц вместо оценки выборочных матриц ковариаций и их нормализации предлагается оценивать нормализованные собственные числа этих матриц. Такой детектор имеет следующие преимущества перед известными. Во-первых, его эффективность близка к оптимальному и, во-вторых, минимизируется вычислительная сложность алгоритма обнаружения. Результаты работы [6] могут рассматриваться здесь как частный случай использования циклических матриц.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Проблема обнаружения в радарх может быть сформулирована в терминах проверки бинарных гипотез

$$\begin{cases} H_1 : \mathbf{r} = \mathbf{u} + \mathbf{c} \\ H_0 : \mathbf{r} = \mathbf{c} \end{cases}, \quad (1)$$

где \mathbf{r} , \mathbf{u} и \mathbf{c} обозначают комплексные выборочные векторы размером N , обозначающие принятый сигнал, отраженный от цели сигнал и помеховый сигнал соответственно. Полезный сигнал \mathbf{u} моделируется как когерентно импульсная последовательность, т.е. $\mathbf{r} = \alpha \mathbf{p}$, где \mathbf{p} - вектор излученного сигнала, нормированный на единицу, α - неизвестная комплексная величина, зависящая от свойств среды, где распространяется электромагнитная волна. Помеха моделируется составным гауссовским процессом

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{s}(t)\mathbf{g}(t), \quad (2)$$

где $g(t)$ - комплексный гауссовский процесс с нулевым средним, $s(t)$ – реальный неотрицательный случайный процесс, причем время корреляции последнего много больше времени корреляции $g(t)$. Как показано в [3], вектор $\mathbf{c} = sg$ является выборкой из сферически инвариантного случайного процесса.

Полагая, что нормализованная матрица ковариаций помехи известна \mathbf{M} , оптимальный детектор [6], полученный из обобщенного отношения правдоподобия, имеет вид

$$\frac{|p^T M^{-1} r|^2}{(r^T M^{-1} r)(p^T M^{-1} p)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} T_1 \quad (3)$$

где индекс T обозначает комплексное сопряжение и транспонирование. Заметим, что компонента помехи $s(t)$ выносится и сокращается в левой части (3) и, значит, не влияет на порог T_1 , т.е. этот тест гарантирует постоянство вероятности ложной тревоги относительно этой компоненты помехи.

Для случая неизвестной матрицы ковариаций помехи будем использовать оценку нормированной матрицы ковариаций помехи, которую можно получить из анализа вторичных данных. Эти данные могут быть получены как отражения от ячеек поверхности, прилегающей к ячейке поверхности, от которой поступает помеха в данный момент времени. Если приемник принимает N отраженных импульсов, то предполагается, что в распоряжении имеется дополнительно $K - N$ -мерных векторов ($K > N$) $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_K$, представляющие собой вторичные данные о помехе, причем $\mathbf{M} = E(\mathbf{c}\mathbf{c}^T) = E(\mathbf{c}_k\mathbf{c}_k^T)$, $k=1, \dots, K$, где E -знак статистического усреднения. Полагаем, что $\mathbf{c}_k = s_k \mathbf{g}_k$, $k=1, \dots, K$, где $\{\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_K\}$ - последовательность независимых одинаково распределенных гауссовских векторов, $\{s_1, \dots, s_K\}$ – последовательность выборочных чисел, взятых из коррелированного случайного процесса.

Оценка нормированной матрицы ковариации помехи [4-6] вычисляется по формуле

$$\hat{\mathbf{M}} = 1/K \sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^T}{1/N \|\mathbf{c}_k\|^2}, \quad (4)$$

которая интерпретируется как выборочная ковариационная матрица нормализованных вторичных данных

$$\frac{\mathbf{c}_k}{\sqrt{1/N \|\mathbf{c}_k\|^2}}, \quad k=1, \dots, K.$$

В этом случае получаем [4-6] следующий адаптивный тест

$$\frac{|p^T \hat{\mathbf{M}}^{-1} r|^2}{\left(r^T \hat{\mathbf{M}}^{-1} r \right) \left(p^T \hat{\mathbf{M}}^{-1} p \right)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} T_1 \quad (5)$$

Основным недостатком теста (5) является необходимость оценивать $N(N-1)/2$ неизвестных параметров матрицы ковариации помех \mathbf{M} . Альтернативной стратегией обнаружения сигналов при неизвестной матрице ковариаций помех является стратегия, предусматривающая существенное уменьшение количества оцениваемых параметров и уменьшение вычислительной сложности получения таких оценок. В настоящей работе предлагается использовать, как и в работах [4-6], вместо оценки $N(N-1)/2$ неизвестных параметров матрицы ковариаций помех только оценку N неизвестных параметров – собственных чисел матрицы ковариаций помех. Причем, с целью дополнительного упрощения предлагается использовать вместо теплицевых матриц ковариаций помех наиболее близкие к ним матрицы блочно-циркулянтной структуры. В этом случае собственные векторы этих матриц заранее известны и проблемы состоит только в том, чтобы оценить N неизвестных собственных чисел выборочной матрицы ковариации помех по наблюдаемым вторичным данным.

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ

Мы будем искать правило получения оценки блочно-циркулянтной матрицы \mathbf{V} наиболее близкой к оценке реальной теплицевой матрице ковариаций \mathbf{M} [7-8]. Мы будем использовать три основных отличия блочно-циркулянтной действительной матрицы \mathbf{V} от теплицевой \mathbf{R} . Во-первых, любой столбец матрицы \mathbf{V} размера $N \times N$ может быть получен из первого путем перестановок его элементов. Другими словами, матрица \mathbf{V} допускает разложение вида:

$$\mathbf{V} = v_0 \mathbf{G}_0 + v_1 \mathbf{G}_1 + \dots + v_{N-1} \mathbf{G}_{N-1}, \quad (6)$$

где \mathbf{G}_i - матрица перестановок, имеющая в каждом столбце только по одному элементу равному 1, остальные элементы равны 0, v_k - элементы первого столбца \mathbf{V} . Тип перестановки определяется выбранным модулем сложения m для номеров столбцов i и строк k :

$$i \oplus k, \text{ где } i, k \in [0, N-1], \quad i = \sum_{p=1}^n i_p m^{p-1}, \quad k = \sum_{p=1}^n k_p m^{p-1}, \quad i \oplus k = \sum_{p=1}^n (i_p + k_p) m^{p-1} = \sum_{p=1}^n c_p m^{p-1},$$

$c_p = ((i_p + k_p))_m$ - вычет по модулю m , $c_p, i_p, k_p \in [0, m-1]$, $N = m^n$, знак \oplus - сложение по модулю m без переноса единицы в старший разряд. Во-вторых, матрица \mathbf{V} может быть диагонализирована с использованием известной матрицы \mathbf{H} : $\mathbf{V} = \mathbf{H}^T \mathbf{D} \mathbf{H}$, где $\mathbf{H} = \{\mathbf{h}_0 \dots \mathbf{h}_{N-1}\} = \{\sqrt{1/N} \text{Nad}(i, k)\}$ - собственные функции матрицы \mathbf{V} , функции Виленкина-

Крестенсона $\text{Nad}(i, k) = \prod_{p=1}^n \beta^{i_p j_p}$, $\beta = \exp(j(2\pi/m))$, $j = (-1)^{1/2}$, \mathbf{D} - диагональная матрица,

состоящая из элементов d_i , являющихся собственными числами матрицы \mathbf{V} . Необходимо подчеркнуть, что матрица \mathbf{H} в отличие от случая теплицевых матриц не зависит от конкретных элементов матрицы \mathbf{V} , а зависит только от выбираемого заранее модуля m . Это свойство инвариантности матрицы \mathbf{H} относительно элементов матрицы \mathbf{V} значительно упрощает системы адаптивной обработки сигналов, где заранее не известны элементы матрицы \mathbf{V} . В-третьих, матрица обратная блочно циркулянтной также является блочно циркулянтной.

Теперь найдем такую блочно-циркулянтную матрицу \mathbf{V} чтобы ошибка, вычисляемая по правилу

$$e^2 = \text{tr}[(\mathbf{M} - \mathbf{V})^T (\mathbf{M} - \mathbf{V})], \quad (7)$$

была бы минимальной. Обозначим матрицу \mathbf{V} как $\mathbf{V}(\mathbf{v})$ и минимизируем e^2 относительно \mathbf{v}_i : $\frac{\partial(e^2)}{\partial v_i} = \text{tr}[(\mathbf{M}-\mathbf{V}) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial v_i}] = 0$. Найдем неизвестные элементы $\{v_i\}_0^{N-1}$, используя соотношение (6). Производная от \mathbf{V} по v_i равна \mathbf{G}_i . Следовательно, уравнение регрессии имеет вид $\text{tr}[(\mathbf{M}-\mathbf{V})\mathbf{G}_i] = 0$ или $\text{tr}[\mathbf{V}^T \mathbf{G}_i] = \text{tr}[\mathbf{M} \mathbf{G}_i]$. Используя определения \mathbf{M} , \mathbf{V} , and \mathbf{G}_i , получим решение для первого столбца $v_i = 1/N \sum_{t=0}^{N-1} R_{t\oplus i, t}$ и для элементов матрицы

$$V_{i,k} = 1/N \sum_{t=0}^{N-1} M_{t\oplus i, t\oplus k} \quad \text{или} \quad \mathbf{V} = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \mathbf{M} \mathbf{G}_t, \quad (8)$$

т.е. матрица \mathbf{V} формируется усреднением \mathbf{M} по группе перестановок. Более удобно использовать это соотношение, представленное в спектральной форме в базисе функций Виленкина-Крестенсона \mathbf{H} . Используя соотношение для матрицы \mathbf{M} (4), можно записать

$$\mathbf{H}^T \mathbf{V} \mathbf{H} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \frac{\mathbf{H}^T \mathbf{G}_t \mathbf{c}_k \mathbf{c}_k^T \mathbf{G}_t \mathbf{H}}{\frac{1}{N} \|\mathbf{c}_k\|^2}, \quad (9)$$

здесь $\|\cdot\|$ - евклидова норма вектора. Обозначим через $|\mathbf{C}_k| = |\mathbf{H}^T \mathbf{G}_t \mathbf{c}_k|$ модуль спектра вектора \mathbf{c}_k в базисе \mathbf{H} . Заметим, что $|\mathbf{C}_k|$ не зависит от параметра перестановок t . От него зависит только фазовый спектр \mathbf{C}_k . Тогда уравнение (9) перепишем в виде

$$\text{diag}(d_i) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{|\mathbf{C}_k|^2}{\frac{1}{N} \|\mathbf{c}_k\|^2}, \quad (10)$$

где d_i - диагональные элементы матрицы $\mathbf{H}^T \mathbf{V} \mathbf{H}$. Следовательно, элементы блочно-циркулянтной матрицы \mathbf{V} , наиболее близкой в смысле минимума ошибки (7) к матрице (4), могут быть найдены по формуле (10).

Используем полученный алгоритм оценки матрицы ковариации помех для преобразования теста обнаружения (5). Подставив вместо матрицы $\hat{\mathbf{M}}$, оценку матрицы ковариации блочно-циркулянтной структуры (9) и (10), получим тест

$$\frac{|\mathbf{s}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \hat{\mathbf{R}}_0^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x}|^2}{(\mathbf{s}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \hat{\mathbf{R}}_0^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s})(\mathbf{x}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \hat{\mathbf{R}}_0^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x})} = \frac{|\mathbf{S}^T \text{diag}(d_i^{-1}) \mathbf{X}|^2}{[\mathbf{S}^T \text{diag}(d_i^{-1}) \mathbf{S}][\mathbf{X}^T \text{diag}(d_i^{-1}) \mathbf{X}]} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\leq}} T, \quad (11)$$

где $\mathbf{S} = \mathbf{H} \mathbf{u}$ и $\mathbf{X} = \mathbf{H} \mathbf{r}$ – векторы спектров в базисе \mathbf{H} , отраженного от цели и входного сигналов соответственно, T -порог, определяемый вероятностью ложной тревоги. Структура системы обнаружения, соответствующая алгоритмам (9 и 11), приведена на рис.1.

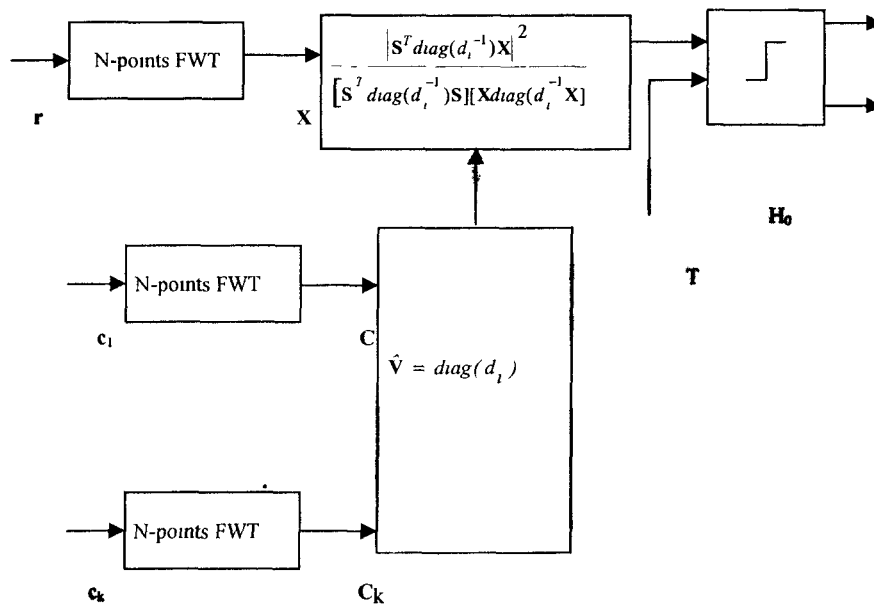


Рис 1. Структура системы обнаружения

Итак, получены алгоритм (11) с учетом (10, 9) адаптивного обнаружения квазидетерминированных сигналов в присутствии аддитивной помехи с неизвестной ковариационной матрицей и мощностью помехи. Если в качестве блочно циркулянтной матрицы выбрать диадную матрицу, собственными векторами которой являются функции Уолша, то можно получить алгоритм (11) не имеющий операций умножения на этапе формирования энергетического спектра Уолша «обучающих» выборок помехи d_i . По сравнению с известным алгоритмом, имеющим $KN \log_2 N$ операций умножения, замена быстрого преобразования Фурье FFT на быстрое преобразование Уолша FWT позволяет не использовать операции умножения. Этап обращения выборочной матрицы при этом помехи требует N операций умножения (деления). На этапе формирования статистики (11) операция N -точечного преобразования Фурье входного сигнала r заменяется операцией N -точечного преобразования Уолша, что позволяет сэкономить еще $N \log_2 N$ операций умножения. Итого, общая экономия состоит в $(K+1)N \log_2 N$ операций умножения. Так например, при $K=N=32$ имеем экономию 5280 операций умножения.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕТЕКТОРА

Основной целью этого раздела является оценка величины потерь детектора от замены реальной матрицы ковариаций помех на блочно-циркулянтную. В связи с тем, что аналитически рассчитать эти потери не удастся, применим моделирование и метод Монте-Карло для оценки вероятности правильного обнаружения при фиксированной вероятности ложной тревоги. Как было упомянуто во введении, для составного гауссовского случайного процесса плотность вероятности распределения амплитуд может быть аппроксимирована K -распределением, т.е.

$$f_A(u) = \frac{a^{v+1} u^v}{2^{v-1} \Gamma(v)} K_{v-1}(au), u \geq 0, a, v > 0 \quad (12)$$

где $\Gamma(\cdot)$ - гамма функция, $K_v(\cdot)$ - функция Бесселя второго рода и порядка v , a - коэффициент шкалы дисперсии квадратурных компонент помехи. В качестве матрицы ковариации помехи использовалась формула

$$\mathbf{M} = \|m_{i,j}\| = 2\sigma^2 \| \rho^{|i-j|} \| \quad (13)$$

Наибольший интерес представляют матрицы с блочно-циркулянтной структурой диадного типа. Эти матрицы имеют собственные функции Уолша и требуют поэтому минимально возможные вычислительные затраты. Был выбран порог, обеспечивающий вероятность ложной тревоги $P_{лт}=10^{-4}$. В таблице приведены усредненные значения вероятности ложной тревоги $P_{лт}/10^{-4}$ для различных объемов вторичных данных при коэффициенте корреляции помехи $\rho=0.9$. Количество испытаний 10^6 .

Таблица.

K=8	K=16	K=32	K=64
1.25	1.2	0.9	0.7

Моделирование показало, что все значения вероятности ложной тревоги находятся внутри $P_{лт} \pm 4\epsilon$, где $\epsilon = 10^{-5}$ есть величина средне квадратичного отклонения вероятности ложной тревоги при 10^6 независимых испытаний и $P_{лт}=10^{-4}$. При этом наблюдался проигрыш в коэффициенте подпомеховой видимости на уровне вероятности правильного обнаружения $P=0.5$ не превышающем величину 3 дБ по сравнению с обнаружителем, использующим оценку обычной теплицевой матрицы обнаружения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный адаптивный детектор обладает робастностью вероятности ложной тревоги по отношению к матрице ковариации помехи. Его эффективность уступает не более 3 дБ по отношению к оптимальному адаптивному детектору, Применение такого детектора целесообразно в условиях ограничений на объем вычислительных затрат и работе в реальном масштабе времени.

Библиографический список

1. Ward K.D., Baker C.J., and Watts S. Maritime surveillance radar. Part 1: Radar scattering from the ocean surface. IEE Proceedings, Pt. F, vol.137, no. 2 (Apr.1990), pp.51-62.
2. Sekine M., and Mao Y. Weibull radar clutter. In IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series 3. London: IEE, 1990.
3. Conte E., Longo M., and Lops M. Modelling and simulation of non-Rayleigh radar clutter. IEE Proceedings, PT. F, vol.138, no. 2 (Apr. 1991), pp.121-130.
4. Conte E., Lops M., and Ricci G. Adaptive matched filter detection en spherically invariant noise. IEEE Signal Processing Letters, vol. 3,no. 8 (Apr. 1996), pp. 248-250.
5. Conte E., Lops M., and Ricci G. Adaptive Detection Schemes in Compound-Gaussian Clutter, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., 1998, vol. 34, no.4, pp.1058-1069.
6. Conte E., De Mario A., and Ricci G. Adaptive CFAR Detection in Compound-Gaussian Clutter with Circulant Covariance Matrix, IEEE Signal Processing Letters, 2000, vol. 3, no. 8, pp. 63-65.
7. V. Golikov, O. Lebedeva, J.L. Orta. The Development of the Invariant Algorithms of Coherent Accumulation of Useful Signal with Unknown Doppler Frequency /Telecommunications and Radio Engineering, v. 56, # 4-5, 2001, pp.62-69.
8. V. Golikov, O. Lebedeva, J.L. Orta The Application of the Permutation Filters for Adaptive Digital Quadratic Detector /Telecommunications and Radio Engineering, v.56, #4-5, 2001, pp.196-201.