УДК 303.732.4

СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ КЛАССА ГАММЕРШТЕЙНА

Капалин В.И. [1], *Фам Суан Зыонг* [2], *Ле Куок Тиен* [2]

1 – Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)
2 – Вьетнамский морской университет, г. Хайфон

Для непараметрических идентификации объектов разработан метод использования дискретного аналога оператора Вольтера.

Проблема разработки алгоритмов управления обеспечивающих желаемое качество процессов в системах с обратной связью требует разработки методов моделирования реальных нелинейных свойств объектов. Одним из наиболее общих методов теории нелинейных систем является метод функциональных рядов Вольтерра [1]. Этот метод разработан как для аппарата многомерных передаточных функции, так и для аппарата аналитического конструирования регуляторов [2]. Однако практическое применение метода функциональных рядов Вольтерра ограничивается отсутствием конкретных алгоритмов синтеза, подобных классическим частным алгоритмам и методам пространства состояний теории линейных систем.

Рассматриваемый ниже подход дает возможность синтезировать линейные модели для практически важного случая нелинейных систем, представимых функциональными рядами Волтерра – систем класса Гаммерштейна [3]. Эти модели позволяют проводить расчет нелинейных систем с обратной связью по их линейным моделям, обеспечивающим более высокую точность, чем обычная линеаризация по - Тейлору.

Рассмотрим общую модель нелинейной системы, задаваемую нечетным функциональным полиномом Вольтерра пятого порядка

$$y(t) = y_1(t) + y_3(t) + y_5(t) \tag{1}$$

Здесь:

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau)u(t-\tau)d\tau\,, \tag{2}$$

т.е линейная часть модели и

$$y_3(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)u(t-\tau_1)u(t-\tau_2)u(t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3\,, \tag{3}$$

$$y_5(t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_5(\tau_1,\ldots,\tau_3)u(t-\tau_1)\ldots u(t-\tau_3)d\tau_1\ldots d\tau_3 \tag{4}$$

задают нелинейную часть модели. Ядра Вольтерра $h_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)$ и $h_3(\tau_1,\ldots,\tau_5)$без ограничения общности можно полагать симметричными по всем аргументам [1].

Для представления этой модели в частотной области используются формулы прямого и обратного многомерного преобразования Фурье:

$$F(j\omega_1,\ldots,j\omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} f(t_1,\ldots,t_n)e^{-j\sum_{r=1}^{n}\omega_r t_r} dt_1\ldots dt_n\,, \tag{5}$$

$$f(t_1,\ldots,t_n) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^n \int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega_1,\ldots,j\omega_n)e^{j\sum_{r=1}^{n}\omega_r t_r} d\omega_1\ldots d\omega_n\,. \tag{6}$$

Составляющие (2)-(4) функционального полинома Вольтерра (1) при этом запишутся так:

$$y_1(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H_1(j\omega_1)U(j\omega_1)e^{jt\omega_1}d\omega_1\,, \tag{7}$$

$$y_3(t)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}H_3(j\omega_1,j\omega_2,j\omega_3)U(j\omega_1)U(j\omega_2)U(j\omega_3)e^{jt(\omega_1+\omega_2+\omega_3)}d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3\,, \tag{8}$$

$$y_5(t)=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^5\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}H_5(j\omega_1,\dots,j\omega_5)U(j\omega_1)\dots U(j\omega_5)e^{jt(\omega_1+\ \ +\omega_5)}d\omega_1\dots d\omega_5\,. \tag{9}$$

Здесь многомерные передаточные функции

$H_3(j\omega_1,j\omega_2,j\omega_3)$ и $H_5(j\omega_1,\dots,j\omega_5)$ - изображения ядер Вольтерра – тоже без ограничения общности можно считать симметричными по всем аргументам.

Используем представление изображений ядер Вольтерра в экспоненциальной форме для $i=1,3,5$:

$$H_i(j\omega_1,\dots,j\omega_i)=A_i(\omega_1,\dots,\omega_i)e^{j\varphi(\omega_1,\ \ ,\omega_i)}, \tag{10}$$

где

$$A_i(\omega_1,\dots,\omega_i)=\left|H_i(j\omega_1,\dots,j\omega_i)\right| - \tag{11}$$

амплитудно- частотная характеристика и

$$\varphi_i(\omega_1,\dots,\omega_i)=\arg H_i(j\omega_1,\dots,j\omega_i) - \tag{12}$$

фазовая частотная характеристика. Из свойств симметричности ядер Вольтерра вытекают следующие свойства этих функции:

$$\left.\begin{aligned}&A_i(\omega_1,\dots,\omega_i)=A_i(-\omega_1,\dots,-\omega_i)\\&A_i(\omega_1,\dots,\omega_{k-1},-\omega_k,\omega_{k+1},\dots,\omega_i)=\\&=A_i(-\omega_1,\dots,-\omega_{k-1},\omega_k,-\omega_{k+1},\dots,-\omega_i)\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned}&\varphi_i(\omega_1,\dots,\omega_i)=-\varphi_i(\omega_1,\dots,\omega_i)\\&\varphi_i(\omega_1,\dots,\omega_{k-1},-\omega_k,\omega_{k+1},\dots,\omega_i)=\\&=-\varphi_i(-\omega_1,\dots,-\omega_{k-1},\omega_k,-\omega_{k+1},\dots,-\omega_i)\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Используя формулы (7)-(9) и свойства (13) и (14) проведем построение линейной модели для нелинейной системы, задаваемой функциональным полиномом Вольтерра (1). Как и в методе гармонической линеаризации [4] для этой цели будем использовать гармонический входной сигнал $u(t)=c\cos(\varpi t)$, обобщенное преобразование Фурье для которого задается формулой

$$U(j\omega)=c\pi\left[\delta(\omega-\varpi)+\delta(\omega+\varpi)\right]. \tag{15}$$

Подстановка (15) в (7) дает известный результат для лилейной части модели (1)

$$y_1(t)=cA_1(\omega)\cos(\varpi t+\varphi_1(\varpi)). \tag{16}$$

Подстановка (15) в (8) и интегрирование с учетом «фильтрующего» свойства δ-функции дает, с учетом симметричности изображения ядра Вольтерра, следующий результат:

$$\begin{aligned}y_3(t)=&\frac{c^3}{4}A_3(\varpi_1,\varpi_1,\varpi_1)\cos(3\varpi t+\varphi_3(\varpi_1,\varpi_1,\varpi_1))+\\&+\frac{3c^3}{4}A_3(\varpi_1,\varpi_1-\varpi)\cos(\omega t+\varphi_3(\varpi_1,\varpi_1-\varpi\ ))\end{aligned} \tag{17}$$

Подстановка (15) в (9), после промежуточных выкладок, дает

$$y_5(t) = \frac{c^5}{16} A_5(\varpi,\ldots,\varpi)\cos(5\varpi t + \varphi_5(\varpi,\ldots,\varpi)) +$$
$$+\frac{5c^5}{16} A_5(-\varpi,\varpi,\ldots,\varpi)\cos(3\varpi t + \varphi_5(-\varpi,\varpi,\ldots,\varpi)) + \tag{18}$$
$$+\frac{10c^5}{16} A_5(-\varpi,-\varpi,\varpi,\varpi,\varpi)\cos(\varpi t + \varphi_5(-\varpi,-\varpi,\varpi,\varpi,\varpi))$$

Полученные формулы (16) – (18), используются для построения линейной модели системы (1) и оценки её точности. Линейная модель, после группировки слагаемых основной частоты ϖ получается в виде

$$y_\varpi(t) = cA_1(\varpi)\cos(\varpi t + \varphi_1(\varpi)) + \frac{3c^3}{4} A_3(\varpi,\varpi,-\varpi)\cos(\varpi t + \varphi_3(\varpi,\varpi,-\varpi)) +$$
$$+\frac{10c^5}{16} A_5(\varpi,\varpi,\varpi,-\varpi,-\varpi)\cos(\varpi t + \varphi_5(\varpi,\varpi,\varpi,-\varpi,-\varpi)) \tag{19}$$

Для кратной частоты 3ϖ из (17) и (18) получаем:

$$y_3(t) = \frac{3c^3}{4} A_3(\varpi,\varpi,\varpi)\cos(3\varpi t + \varphi_3(\varpi,\varpi,\varpi)) +$$
$$+\frac{5c^5}{16} A_5(\varpi,\varpi,\varpi,\varpi,-\varpi)\cos(3\varpi t + \varphi_5(\varpi,\varpi,\varpi,\varpi,-\varpi)) \tag{20}$$

Для кратной частоты 5ϖ из (18) получаем:

$$y_5(t) = \frac{c^3}{16} A_5(\varpi,\varpi,\varpi,\varpi,\varpi)\cos(5\varpi t + \varphi_3(\varpi,\varpi,\varpi,\varpi,\varpi)) + . \tag{21}$$

Формулы (20) и (21) позволяют оценить точность линейной модели (19) и сделать выводы о допустимости её применения для моделирования исходной нелинейной системы (1).

Для нахождения передаточной функции соответствующей линейной модели (19), используя формулу Эйлера, запишем эту модель в виде

$$y_\varpi(t) = \frac{c}{2}\left[H_1(j\varpi)e^{j\varpi t} + H_1(-j\varpi)e^{-j\varpi t}\right] +$$
$$+\frac{3c^3}{8}\left[H_3(j\varpi,j\varpi,-j\varpi)e^{j\varpi t} + H_3(-j\varpi,-j\varpi,j\varpi)e^{-j\varpi t}\right] + \tag{22}$$
$$+\frac{10c^5}{32}\left[H_5(j\varpi,j\varpi,-j\varpi,-j\varpi,-j\varpi)e^{j\varpi t} + H_5(-j\varpi,-j\varpi,j\varpi,j\varpi,j\varpi)e^{-j\varpi t}\right]$$

Окончательно, линейная модель полинома Вольтерра (1) представляется частотной передаточной функцией

$$W(j\varpi) = H_1(j\varpi) + \frac{3c^2}{4} H_3(j\varpi,j\varpi,j\varpi) + \frac{10c^4}{16} H_5(j\varpi,j\varpi,-j\varpi,-j\varpi,-j\varpi). \tag{23}$$

точнее – однопараметрическим семейством частотных передаточных функции. Параметром здесь является амплитуда гармонического входного сигнала, т.е. уровень входного сигнала на нелинейную систему. Величина этого параметра в совокупности с амплитудно-частотных характеристиками ядер и определят область допустимого применения линейной модели системы.

В приложениях обычно встречается случаи, когда в нелинейной системе можно выделить линейную часть, задаваемую передаточной функцией и безынерционную нелинейность.

К этому виду систем относятся системы класса Гаммерштейна, структурная схема которых показана на рис. 1.

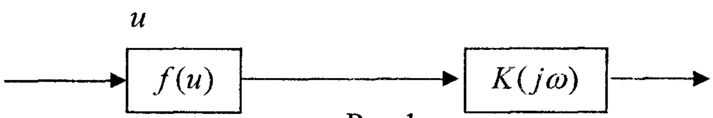

Рис.1

Пусть безынерционная нелинейность $f(u)$ задается нечетным полиномом пятой степени

$$f(u) = a_1 u + a_3 u^3 + a_5 u^5 .$$

Для этого случая изображения ядер модели (1), с учетом свойств многомерного преобразования Фурье [1], получаются в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} &H_1(j\omega) = a_1 K(j\omega), \\ &H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = a_3 K(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3), \\ &H_3(j\omega_1, \ldots, j\omega_5) = a_5 K(j\omega_1 + \ldots + j\omega_5). \end{aligned}\right\}. \tag{24}$$

В этом случае из формул (19)-(21) получаем следующие выражения

$$y_{\varpi}(t) = (a_1 c + a_3 \frac{3c^3}{4} + a_5 \frac{10c^5}{16}) A(\varpi)\cos(\varpi t + \varphi(\varpi)), \tag{25}$$

$$y_3(t) = (a_3 \frac{c^3}{4} + a_5 \frac{5c^5}{16}) A(3\varpi)\cos(3\varpi t + \varphi(3\varpi)), \tag{26}$$

$$y_5(t) = a_5 \frac{10c^5}{16} A(5\varpi)\cos(5\varpi t + \varphi(5\varpi)), \tag{27}$$

где $A(\omega)$ - амплитудно-фазовая и $\varphi(\omega)$ - фазовая частотная характеристики, соответствующие частотной передаточной функции $K(j\omega)$ линейной части модели Гаммерштейна.

Линейная модель всей системы на рис. 1 при этом будет задаваться формулой

$$W(j\omega) = (a_1 + a_3 \frac{3}{4} c^2 + a_5 \frac{10}{16} c^4) K(j\omega). \tag{28}$$

Точность этой модели может быть оценена с помощью формул (26) и (27).

Полученную частотную передаточную функции можно использовать для синтеза управления для модели Гаммерштейна пространств состояний. Метод синтеза в этом случае осуществляется в следующей последовательности. Сначала для заданного рабочими условиями диапазона входных сигналов находится по формуле (28) линейная модель системы. Оценивается по формулам (26) и (27) точность этой модели. Если эта точность удовлетворительная, то осуществляется переход от передаточной функции (28) к уравнениям в пространстве состояний в управляемой форме [5]. Задаются коэффициенты желаемого характеристического полинома, определяющие требуемое количество переходных процессов и рассчитывается регулятор. Далее проводится расчет асимптотического наблюдателя желаемые корни для которого рассчитываются левее корней, выбранных для регулятора. На последнем этапе проверятся качество синтезированной линейной обратной связи для исходной нелинейной системы класса Гаммерштейна.

Библиографический список

1 Пупков К , Капалин В И , Ющенко А С Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М · «Наука», 1976.

2. Лукашин О.В., Ловчаков В.И. К синтезу квазиоптимальных систем управления устойчивых в большом для объектов с несимметричными полиномиальными характеристиками. Из. Тульского государственного университета. Сер. «Проблемы управления электротехническими объектами», вып. 3, Тула, 2005.
3. Капалин В.И., Прокопов Б.И. Методы идентификации. М.: МИЭМ, 1989.
4. Попов Е.П., Пальтов И.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. М.: «Физмат », 1960
5. Капалин В.И. метод пространства состояний в теории управления. М.: МИЭМ, 2000

SYNTHESIS OF LINEAR MODELS FOR NONLINEAR SYSTEMS OF HAMMERSTEIN CLASS.

V.I.Kapalin, Fam Suan Zyong, Le Kuok Tien

A method of discrete analogue of Volterra operator has been worked out for nonparametric identification of objects.

УДК 519.233.2

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДАХ ОЦЕНКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ МУЛЬТИСЕРВИСНЫХ СЕТЕЙ СВЯЗИ

Кузнецов В.В. [1]***, Чудинов С.М.*** [2]***, Жиляков Е.Г.*** [3]

1 - государственное образовательное учреждение Московская академия рынка труда и информационных технологий
2 - Зам. Генерального директора по научной работе открытого акционерного общества «НИИ суперЭВМ»
3 - Белгородский государственный университет Российская Федерация, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85

В статье рассматривается ряд методов оценки надежности мультисервисных сетей связи, носящих в основном, прикладной характер. Наряду с точными методами расчета приведены и приближенные методы, но гарантирующие заданную точность оценки надежности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Результатом бурного развития телекоммуникаций за последние годы явилось создание и широкое внедрения мультисервисных сетей связи (МСС). Это дает мощный стимул к быстрому развитию инфокоммуникационного сообщества в стране за счет доступности предлагаемых этими сетями услуг широким слоям населения, органам власти, предприятиям производственной и непроизводственной сфер. Появление глобальной сети Internet, также использующей средства МСС, и растущее громадными темпами количество ее пользователей становится планетарным явлением.

Таким образом, существование общества в настоящее время существенно зависит от функционирования информационных сетей. Это кроме очевидных достоинств имеет и обратную сторону. Отказ сети связи может иметь последствия, превосходящие последствия аварий энергосистемы. В связи с этим проблема оценки и обеспечения надежности сетей является весьма актуальной.

В настоящее время известно большое количество работ, посвященных проблеме исследования надежности сложных систем связи. Однако подавляющее большинство из них носят теоретический характер, демонстрируют алгоритмы и модели оценки надежности и, как правило, для достаточно больших систем и сетей не имеют практического значения. Данная статья носит в основном прикладной характер, то есть в ней делается попытка рассмотрения, анализа и использования в основном известных методов расчета сетевой надежности к практической деятельности операторов МСС.