

УДК: 51:532.783;622.276:532.54

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ К СКВАЖИНЕ С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ ТРЕЩИН ГИДРОРАЗРЫВА ИЛИ БЕСКОНЕЧНО ТОНКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ

А.Д. Жерновой<sup>†\*</sup>, А.Г. Гришаев<sup>1)</sup>, М.И. Сугаков<sup>1)</sup>, А.А. Цевменко<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Северо-Кавказский государственный технический университет,  
355029, г.Ставрополь, пр-т Кулакова, 2

<sup>2)</sup> Средняя школа, Веденская Готня, Белгородская область

В статье приведены модели фильтрации жидкости к круговой скважине в радиально-анизотропной среде при наличии трещин или бесконечно тонких включений. Обсуждаются результаты расчетов. Установлено, что с увеличением числа трещин гидроразрыва или бесконечно тонких включений дебит скважины увеличивается до величины насыщения. Особенности течений жидкости иллюстрируются картами эквипотенциалей.

### Введение

Способы задания двумерного тензора проницаемости среды с выделением главных направлений анизотропии (ГНА) пласта [1, 2], а также трёхмерного тензора с постоянными значениями проницаемостей вдоль ГНА для наиболее распространённых в нефтепромысловой практике случаев [3,4] позволяют формулировать модели фильтрации несжимаемой жидкости в анизотропных средах. В статье рассматриваются математические модели фильтрации однородной несжимаемой жидкости к круговой, центральной скважине с учётом трещин гидроразрыва или бесконечно тонких включений (б.т.в.) с постоянной проницаемостью, которые расположены внутри области фильтрации жидкости. Тип анизотропии пласта — радиальный, центр радиального тензора проницаемости совмещён с системой координат, в которой исследуются особенности течения жидкости.

### Модели и интегральные характеристики фильтрационных течений

Описание моделей:

1) методом конечных разностей с переменным шагом отыскивается решение дифференциального уравнения в частных производных, описывающее фильтрацию жидкости, подчиняющейся закону Дарси, в радиально-анизотропной среде с граничными условиями: потенциалы (давление) на стенке скважины, на контуре питания и вдоль трещин гидроразрыва задаются постоянными. (Отличие от работы [5] — наличие  $K$  симметрично расположенных одинаковых трещин гидроразрыва):

$$\sqrt{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial f}{\partial \rho} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} = 0, \quad (1)$$

с граничными условиями

$$f_{\rho=1} = 1, \quad f \Big|_{\rho=\frac{R}{r_c}} = \frac{\varphi_{\Pi}}{\varphi_c} \equiv \frac{P_{\Pi}}{P_c} = P_{\Pi}', \quad f \Big|_{\frac{l_1}{r_c} \leq \rho \leq \frac{l_2}{r_c}} = \frac{\varphi_{tr}}{\varphi_c} \equiv \frac{P_{tr}}{P_c} = P_{tr}',$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, 1 < \rho < \frac{l_1}{r_c}, \frac{l_2}{r_c} < \rho < \frac{R}{r_c}} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\pi} = 0,$$
(2)

где  $\rho$  и  $\theta$  – полярные координаты,  $f$  – безразмерный потенциал (давление),  $\varepsilon = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  – отношение проницаемостей, вдоль радиуса  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – в трансверсальном направлении,  $l_2 - l_1$  – длина трещины гидроразрыва,  $r_c$  и  $R$  – радиусы скважины и контура питания соответственно,  $P_c$  – давление на стенке скважины,  $P_{\Pi}$  – давление на контуре питания,  $P_{tr}$  – давление на трещине.

2) методом конечных разностей с переменным шагом отыскивается решение системы дифференциальных уравнений в частных производных: а) в радиально-анизотропной среде с постоянными проницаемостями вдоль радиуса и трансверсальном направлении и б) с постоянной проницаемостью вдоль б.т.в. с граничными условиями: потенциалы (давление) на стенке скважины и на контуре питания принимаются постоянными, на границе раздела сред задаётся равенство потенциала (давления) и нормальных скоростей. (Отличие от работы [6] — наличие  $K$  симметрично расположенных одинаковых б.т.в.)

$$\sqrt{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial f}{\partial \rho} + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} = 0 \quad \text{и} \quad \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial f}{\partial \rho} = 0, \quad \left( \frac{l_1}{r_c} \leq \rho \leq \frac{l_2}{r_c} \right) \quad (3)$$

с граничными условиями:

$$f_{\rho=1} = 1, \quad f \Big|_{\rho=\frac{R}{r_c}} = \frac{\varphi_{\Pi}}{\varphi_c} \equiv \frac{P_{\Pi}}{P_c} = P_{\Pi}', \quad \frac{\partial f}{\partial \theta} \Big|_{\theta=0, 1 < \rho < \frac{l_1}{r_c}, \frac{l_2}{r_c} < \rho < \frac{R}{r_c}} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\pi} = 0,$$

$$\sqrt{\varepsilon} \frac{\partial f}{\partial \rho} \Big|_{\frac{l_1}{r_c}} = \gamma \frac{\partial f}{\partial \rho} \Big|_{\frac{l_1}{r_c}}, \quad \gamma \frac{\partial f}{\partial \rho} \Big|_{\frac{l_2}{r_c}} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial f}{\partial \rho} \Big|_{\frac{l_2}{r_c}}, \quad f^{(1)} \Big|_{\frac{l_1}{r_c}} = f^{(2)} \Big|_{\frac{l_1}{r_c}}, \quad f^{(2)} \Big|_{\frac{l_2}{r_c}} = f^{(1)} \Big|_{\frac{l_2}{r_c}} \quad (4)$$

(последние два условия — равенство потенциала (давления) на границе раздела сред), где  $\rho$  и  $\theta$  – полярные координаты,  $f$  – безразмерный потенциал (давление),  $\varepsilon = \frac{\lambda_1^{(2)}}{\lambda_2^{(2)}}$

– отношение проницаемостей среды в области фильтрации: вдоль радиуса  $\lambda_1^{(2)}$ ,  $\lambda_2^{(2)}$  – в трансверсальном направлении,  $\gamma = \gamma_0 \cdot \sqrt{\varepsilon}$  — безразмерный коэффициент,

$\gamma_0 = \frac{\lambda_1^{(1)}}{\sqrt{\lambda_1^{(2)} \cdot \lambda_2^{(2)}}}$  — соотношение проницаемости  $\lambda_1^{(1)}$  бесконечно тонкого включения и

проницаемости  $\sqrt{\lambda_1^{(2)} \cdot \lambda_2^{(2)}}$  однородной среды,  $l_2 - l_1$  – длина бесконечно тонкого включения,  $r_c$  и  $R$  – радиусы скважины и контура питания соответственно,  $P_c$  – давление на стенке скважины,  $P_{\Pi}$  – давление на контуре питания. Формулы, по которым вычисляются дебиты, а также гидродинамические потери в случае, если рассматривается трёхмерная задача с этими же параметрами (цилиндрический случай), приведены в работе [5]. Отличие от работы [5] — наличие  $K$  симметрично расположенных одинаковых трещин гидроразрыва или б.т.в.

В обоих случаях дебиты центральной круговой скважины определяются как среднее арифметическое величин, вычисленных по формуле:

$$Q_i = \frac{K \frac{r}{r_c} \ln\left(\frac{R}{r_c}\right) \sqrt{\varepsilon}}{\pi \left(\frac{P_n}{P_c} - 1\right)} \int_0^\alpha \left[ \frac{\partial f}{\partial \rho} \right]_{\rho=\frac{r}{r_c}} d\theta, \quad (5)$$

где  $\alpha = \frac{\pi}{K}$ ,  $i = 1, 2, \dots, \frac{l_1}{r_c} - 1$ .

Расход жидкости в области фильтрации от контура питания до трещин гидроразрыва (б.т.в.) определяется как среднее арифметическое величин, вычисленных по формуле:

$$Q_i = \frac{K \frac{r}{r_c} \ln\left(\frac{R}{r_c}\right) \sqrt{\varepsilon}}{\pi \left(\frac{P_n}{P_c} - 1\right)} \int_0^\alpha \left[ \frac{\partial f}{\partial \rho} \right]_{\rho=\frac{r}{r_c}} d\theta, \quad (6)$$

где  $i = \frac{l_2}{r_r} + 1, \frac{l_2}{r_c} + 2, \dots, N$ ;

Потери жидкости вычисляются по формуле:

$$Q_{tr} = \frac{K \cdot \ln\left(\frac{R}{r_c}\right)}{\pi \sqrt{\varepsilon} \left(\frac{P_n}{P_c} - 1\right)} \int_{\frac{l_1}{r_c}}^{\frac{l_2}{r_c}} \left[ \frac{\partial f}{\partial \theta} \right]_{\theta=0} \frac{d\rho}{\rho}. \quad (7)$$

Следует отметить, что математическая модель позволяет не только вычислить дебиты, гидродинамические потери, но и найти распределение потенциала (давления) вдоль бесконечно тонких включений.

### 3. Результаты расчётов по математическим моделям

Для решения дифференциального уравнения (1) с граничными условиями (2) и системы дифференциальных уравнений (3) с граничными условиями (4), вычисления дебитов и гидродинамических потерь составлены программы на алгоритмических языках ПАСКАЛЬ, СИ++, среде Delphi.

**3.1.** В работах [7, 9] (см. рис. 1) подробно приведены результаты серии расчётов расхода  $Q_{tr}$  вдоль трещины гидроразрыва (при определённых давлениях вдоль трещины гидроразрыва  $Q_{tr}$  — гидродинамические потери) с параметрами  $R = 51, l_1 = 4, l_2 = 17$ , где  $R, l_1, l_2$  — безразмерные величины, отнесенные к радиусу скважины  $r_c, R$  — радиус контура питания,  $l_1$  и  $l_2$  — координаты трещины гидроразрыва. Значения анизотропии радиально-анизотропной среды  $\varepsilon = 100; 20; 10; 1,0; 0,1; 0,05; 0,01$ . Значение  $\varepsilon = 1$  соответствует однородной среде. Давление на стенке скважины  $P_{skw} = 1$ , давление на контуре питания  $P_{R\Pi} = 10$  (обозначения приведены в соответствии с [5]). В этой серии расчётов, полученной посредством математической модели фильтрации жидкости с учётом влияния трещины гидроразрыва, давление  $P_{tr}^*$ , ниже которого трещину можно рассматривать как сток, выше которого — как источник — равны для указанных значений анизотропии соответственно  $P_{tr}^* = 5,86; 5,83; 5,87; 5,88; 5,91; 5,92; 5,97$ . Давление  $P_{tr}^*$  определено согласно [10].

Подчеркнём, что в данной серии расчётов дебитов центральной круговой совершенной скважины с учётом влияния трещины гидроразрыва зависимость  $Q_{tr}$  от давления вдоль трещины гидроразрыва линейна.

Результаты интересны тем, что в данной серии расчётов давление  $P_{tr}^*$  имеет одно и то же значение:  $P_{tr}^* = 5,89 \pm 0,06$  (погрешность  $\approx 1\%$ ). Следовательно, в этом случае определяющей для величины  $P_{tr}^*$  являются расположение и длина трещины, а не анизотропия радиально-анизотропной среды.

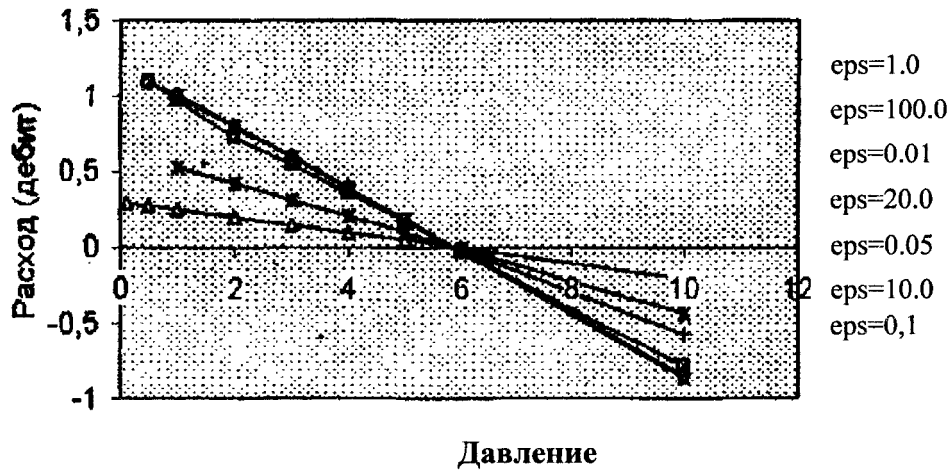


Рис.1 Зависимость расхода  $Q_{tr}$  от давления  $P_{tr}$  на трещине гидроразрыва.  $P_{tr}$  (Параметры – 51, 4, 17, число узлов – 81x41). Давление на трещине  $P_{tr} = const$

В работах [8, 9] приведены результаты серии расчётов расхода  $Q_{tr}$  от давления  $P_{tr}$  с параметрами  $R = 21, l_1 = 2, l_2 = 17$ , (число узлов – 81x41). Значения давления  $P_{tr}^*$ , соответствующие значениям  $\epsilon = 100; 20; 10; 1,0; 0,1; 0,05; 0,01$ . (см. Рис. 2) равны  $P_{tr}^* = 6,55; 6,65; 6,68; 6,73; 6,91; 7,08; 7,51$ .

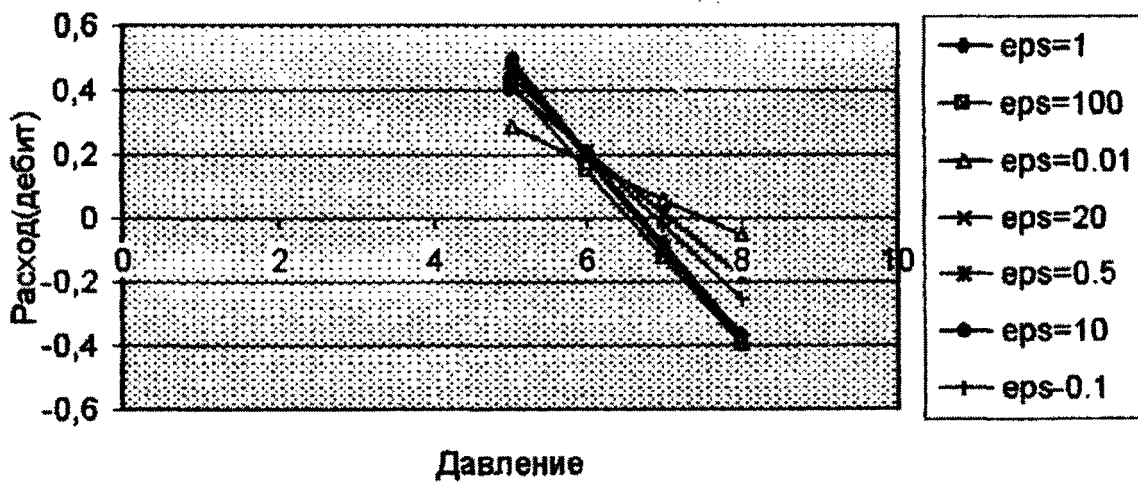


Рис.2. Зависимость расхода  $Q_{tr}$  на трещине от давления на трещине  $P_{tr}$ . (Параметры – 21, 2, 17, число узлов – 81x41). Давление на трещине  $P_{tr} = const$

В этом случае давление  $P_r^*$  следует определять согласно [10] для каждого значения анизотропии среды, поскольку оценку этой величины произвести можно лишь с погрешностью  $\approx 13\%$  ( $7,03 \pm 0,96$ ).

На рис. 3 приведены зависимости расхода  $Q_r$  от давления вдоль трещины гидроразрыва  $P_r$  в том случае, когда давление на трещине гидроразрыва рассматривалось как функции: а)  $y = a * x + b$ ; б)  $y = \ln x$ . Давление  $P_2$ , соответствующее координате  $l_2$ , принимается равным  $P_2 = 8$ , а давление  $P_1$ , соответствующее координате  $l_1$ , меняется ( $P_1 \leq P_2$ ). Параметры:  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ , (число узлов –  $321 \times 21$ ),  $\varepsilon = 0.1$ .

Показано (см. рис. 3), что в этом случае зависимость расхода  $Q_r$  от давления  $P_r$  вдоль трещины гидроразрыва линейна. Следовательно, для определения давления  $P_r^*$ , ниже которого трещину можно рассматривать как сток, выше которого – как источник – также можно применять метод, изложенный в работе [10]. Давление  $P_r^*$  в случаях:

а)  $P_r^* = 5,75$ , б)  $P_r^* = 5,12$  ниже давления  $P_r^* = 6,91$ .

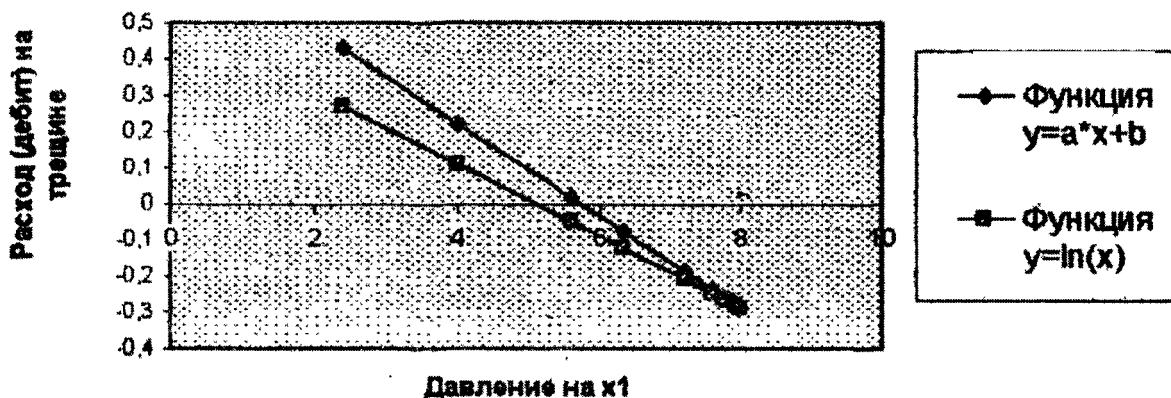


Рис.3. Зависимость расхода  $Q_r$  на трещине от давления на трещине  $P_r$ . (Параметры – 21, 2, 17, число узлов –  $321 \times 41$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ) Давление на трещине: а)  $y = a * x + b$ ; б)  $y = \ln x$

На основании работы [9] можно предположить, что с учётом течения жидкости вдоль трещины гидроразрыва следует ожидать, что значение давления  $P_r^*$ , ниже которого трещину можно рассматривать как сток, выше которого – как источник – существенно ниже полученного в том случае, когда давление вдоль трещины гидроразрыва принимается постоянным. В данном случае не учитывается проницаемость вдоль трещины гидроразрыва, задаются только функции давления.

**3.2. Постановка задачи течения жидкости к скважине с учётом проницаемости вдоль б.т.в.** подробно исследуется в работах [12, 13], в которых приведены в виде графиков результаты расчёты двух серий в слабо анизотропных средах со значениями анизотропии  $\varepsilon$  от 10 до 0.1, а особенности течений иллюстрируются картами эквипотенциалей. На основании расчётов сделаны выводы о «характере поведения» бесконечно тонкого включения и детализируется поведение его участков.

Ниже (рис.4-7) для примера приведены карты эквипотенциалей, иллюстрирующие особенности течений жидкости при наличии в области фильтрации одиночного б.т.в. Параметры  $R$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  принимаются равными  $R = 51$ ,  $l_1 = 4$ ,  $l_2 = 17$ . Настоящая статья

дополнена иллюстрациями особенностей течений жидкости с теми же параметрами в области фильтрации в широком диапазоне значений  $\varepsilon$  от 100 до 0.01

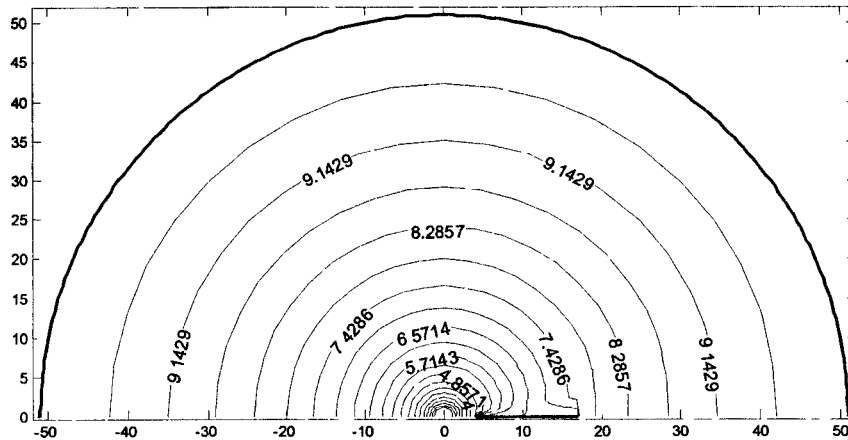


Рис. 4. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 8 \cdot 10^5$ ,  $R = 51$ ,  $l_1 = 4$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K = 1$  в среде с анизотропией  $\varepsilon = 100$

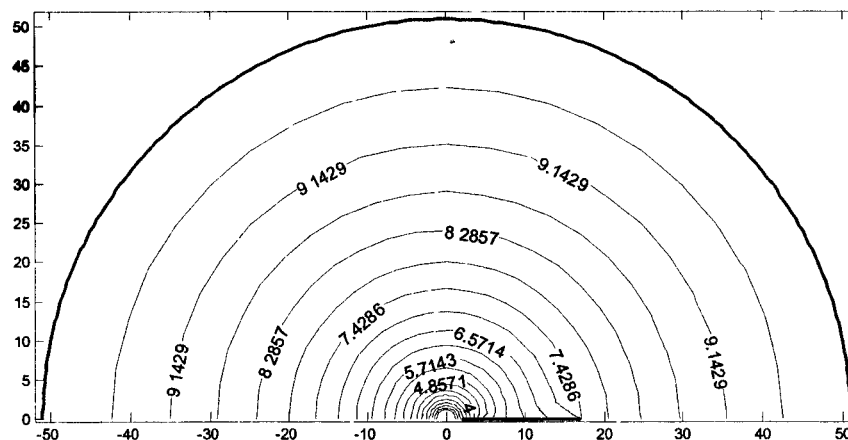


Рис. 5. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 70$ ,  $R = 51$ ,  $l_1 = 4$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K = 1$  в среде с анизотропией  $\varepsilon = 20$

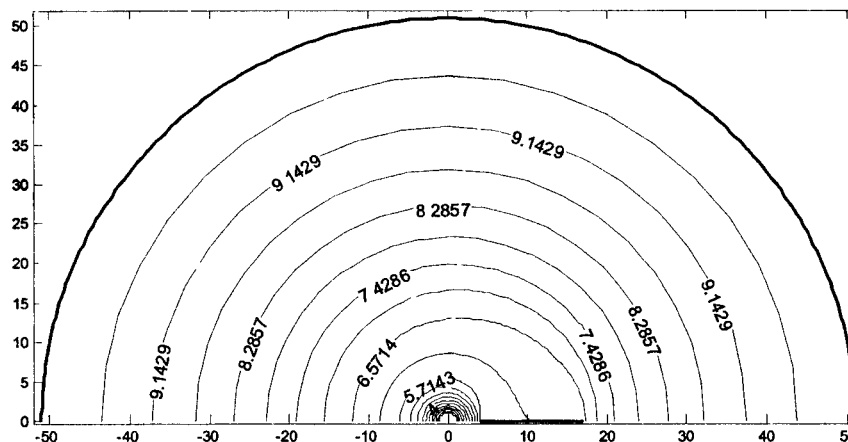


Рис. 6. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 9 \cdot 10^2$ ,  $R = 51$ ,  $l_1 = 4$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K = 1$  в среде с анизотропией  $\varepsilon = 0,05$

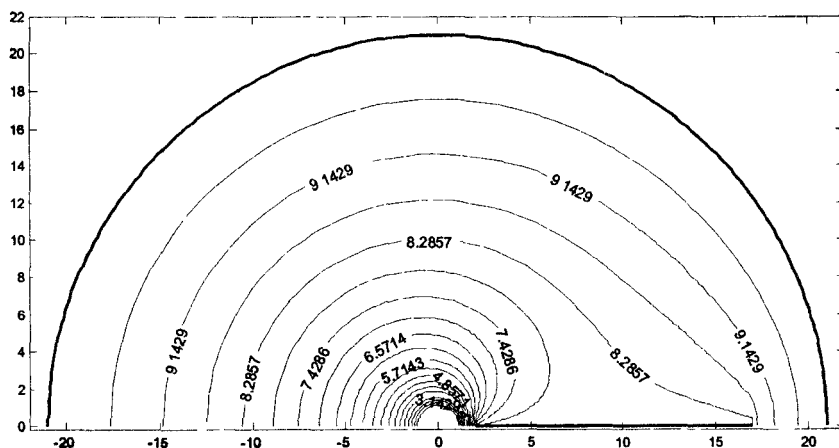


Рис. 7. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 10^6$ ,  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K=1$  в среде с анизотропией  $\varepsilon = 0,5$

В работах [12, 13] приведена ещё одна серия расчётов для слабо анизотропных сред ( $\varepsilon$  от 10 до 0.1) с параметрами  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ .

Рис. 8-11 иллюстрируют особенности течений к скважине при наличии бесконечно тонкого включения. Настоящая статья дополнена иллюстрациями особенностей течений жидкости с теми же параметрами  $R$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  в области фильтрации в диапазоне значений  $\varepsilon$  от 100 до 0.01.

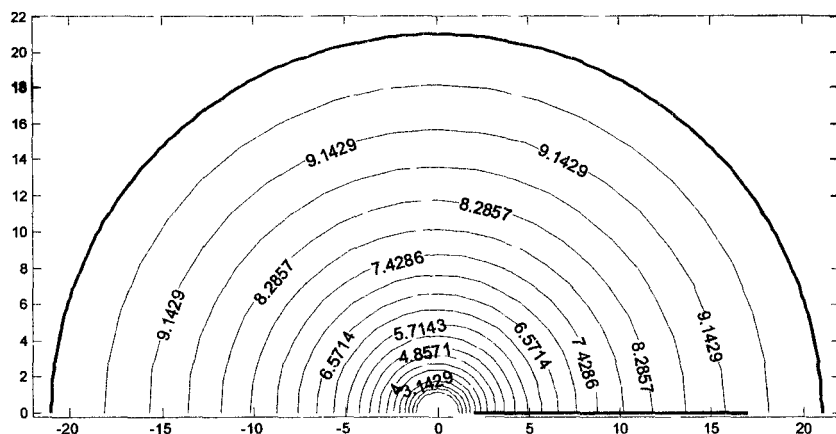


Рис. 8. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 2$ ,  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K=1$  в среде с анизотропией  $\varepsilon = 100$

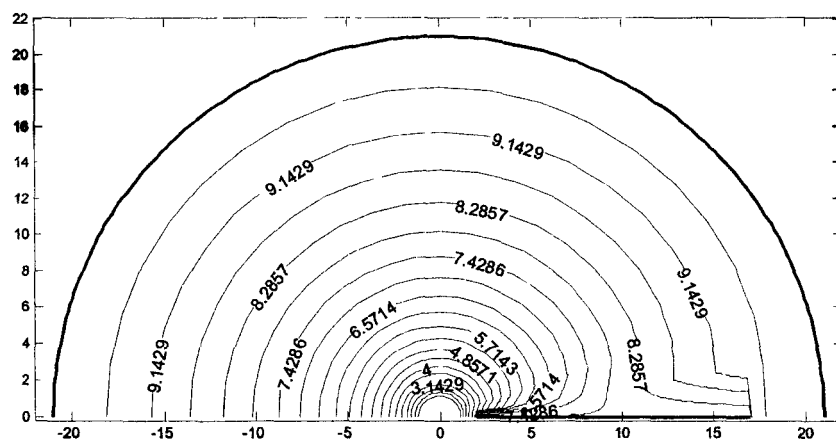


Рис. 9. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 5 \cdot 10^4$ ,  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K=1$  в среде с анизотропией  $\varepsilon = 100$

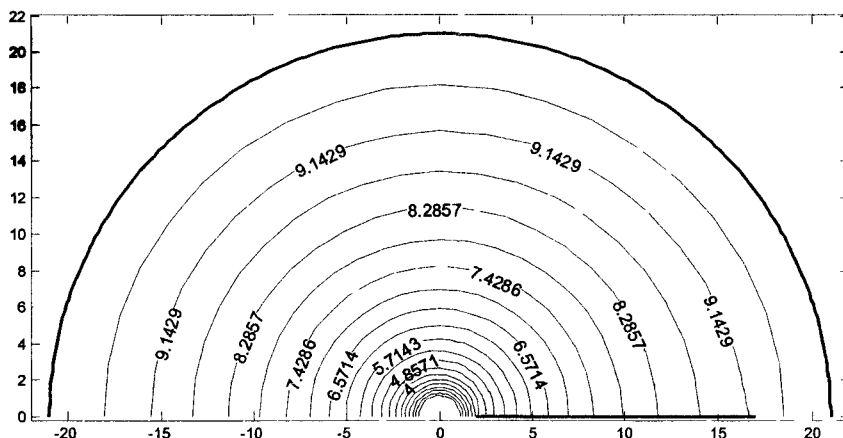


Рис. 10. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 8$ ,  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K = 1$  в среде с анизотропией  $\varepsilon = 0,05$

3.3. Графическая зависимость дебита скважины  $\left(\frac{Q}{Q_0}\right)_{skw}$  от давления вдоль

трещины гидроразрыва  $P_{tr} = const$  представлена на рисунке 13 (число трещин  $K = 3$ ). Установлено, что эта зависимость линейна, а давления  $P_{tr}^*$ , ниже которых трещину можно рассматривать как сток, а выше которых, как источник могут быть вычислены согласно работе [10]. Приведем для сравнения результаты серии расчётов расхода  $Q_{tr}$  от давления  $P_{tr}$  с параметрами  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ , (число узлов –  $321 \times 21$ ). Значения давления  $P_{tr}^*$ , соответствующие значениям  $\varepsilon = 100, 20, 10, 1.0, 0.1, 0.05, 0.01$ . (см. Рис. 12), равны  $P_{tr}^* = 6.47, 6.57, 6.60, 6.82, 7.41, 7.57, 7.84$  (число трещин гидроразрыва  $K = 3$ ). Отметим также количественное совпадение значений давлений  $P_{tr}^*$  со значениями давлений вдоль трещины гидроразрыва, когда в области фильтрации трещина одна ( $K = 1$ ).

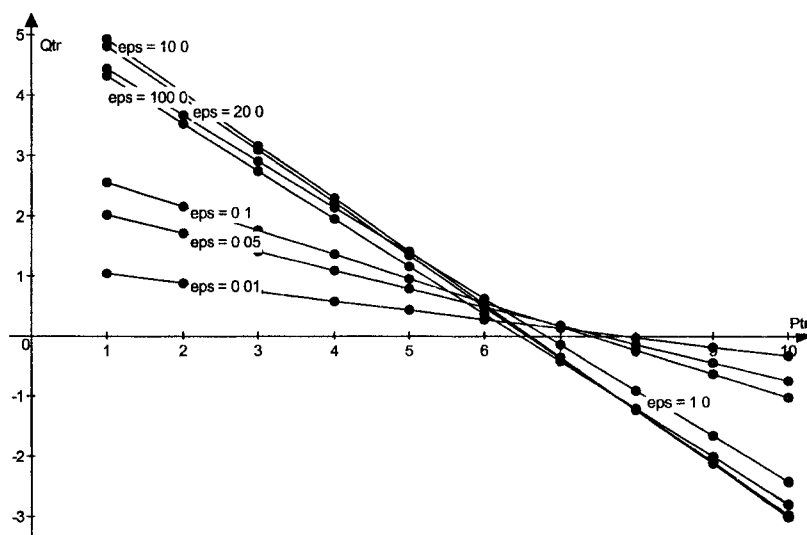


Рис.11. Зависимость расхода  $Q_{tr}$  на трещине от давления на трещине  $P_{tr}$ . (Параметры – 21, 2, 17, число узлов –  $321 \times 21$ ). Давление на трещине  $P_{tr} = const$ . Число трещин гидроразрыва  $K = 3$



На рис. 12-13 приведены зависимости дебита скважины  $\left(\frac{Q}{Q_0}\right)_{skw}$  и гидродинамических потерь  $\left(\frac{Q}{Q_0}\right)_{б.м.в.}$  от числа  $K$  бесконечно тонких включений.

Значения параметров  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $\gamma_0 = 10^2$ . Отметим, что дебит скважины (равно как и гидродинамические потери) увеличивается с ростом числа бесконечно тонких включений до «насыщения», т.е. значения, выше которого увеличение притока незначительно. Карты эквипотенциалей (рис. 14-15) иллюстрируют особенности течения жидкости в средах с радиальной анизотропией в области фильтрации с тремя одинаковыми по длине бесконечно тонкими включениями. Значения параметров  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $\gamma_0 = 10^3$ . На рис. 15-16 видно, что часть каждого бесконечно тонкого включения работает как сток, часть — как источник. Отметим также, что давление вдоль бесконечно тонких включений постоянно при тех же значениях  $\gamma_0$ , что и в случае одного бесконечно тонкого включения в области фильтрации, а именно 8.1.

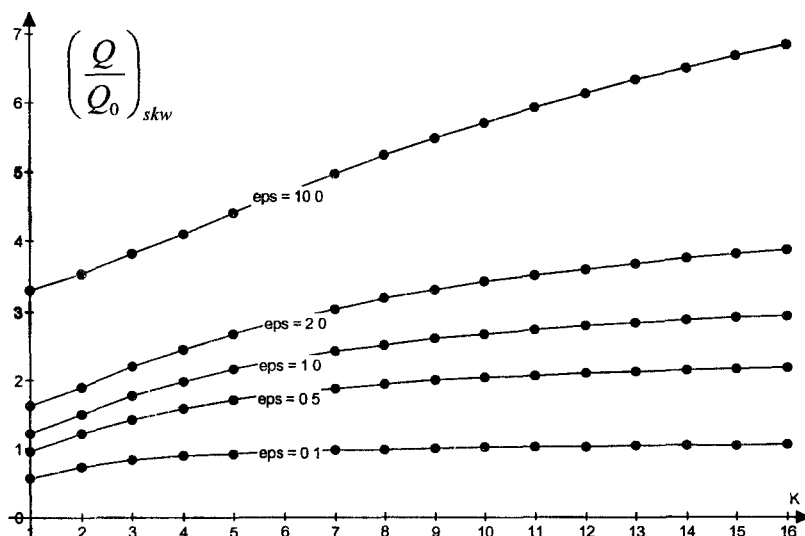


Рис.12. Зависимость дебита скважины  $\left(\frac{Q}{Q_0}\right)_{skw}$  от числа  $K$  бесконечно тонких включений.

(Параметры –  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $\gamma_0 = 10^2$ , число узлов – 321x21)

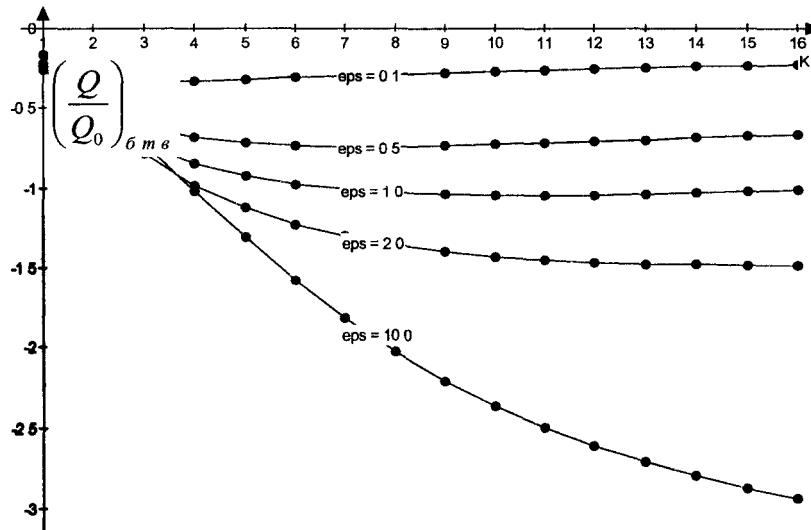


Рис.13. Зависимость расхода  $Q_{бма}$  от числа  $K$  бесконечно тонких включений (Параметры –  $R = 21, l_1 = 2, l_2 = 17, \gamma_0 = 10^2$ , число узлов –  $321 \times 21$ )

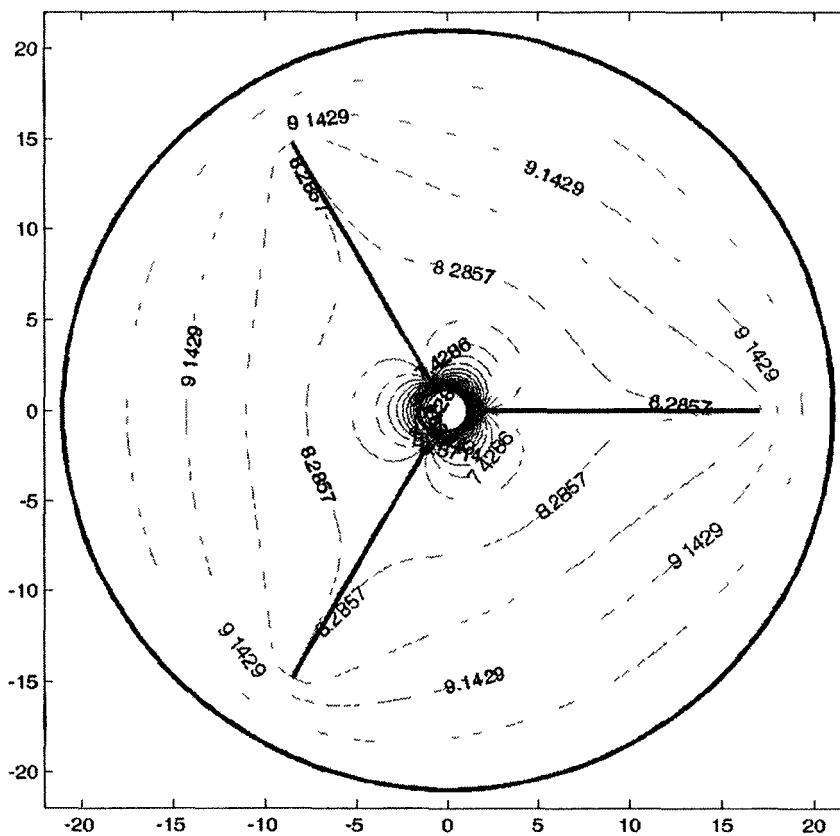


Рис. 14. Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 10^3, R = 21, l_1 = 2, l_2 = 17, K=3$  в среде с анизотропией  $\epsilon = 0.5$

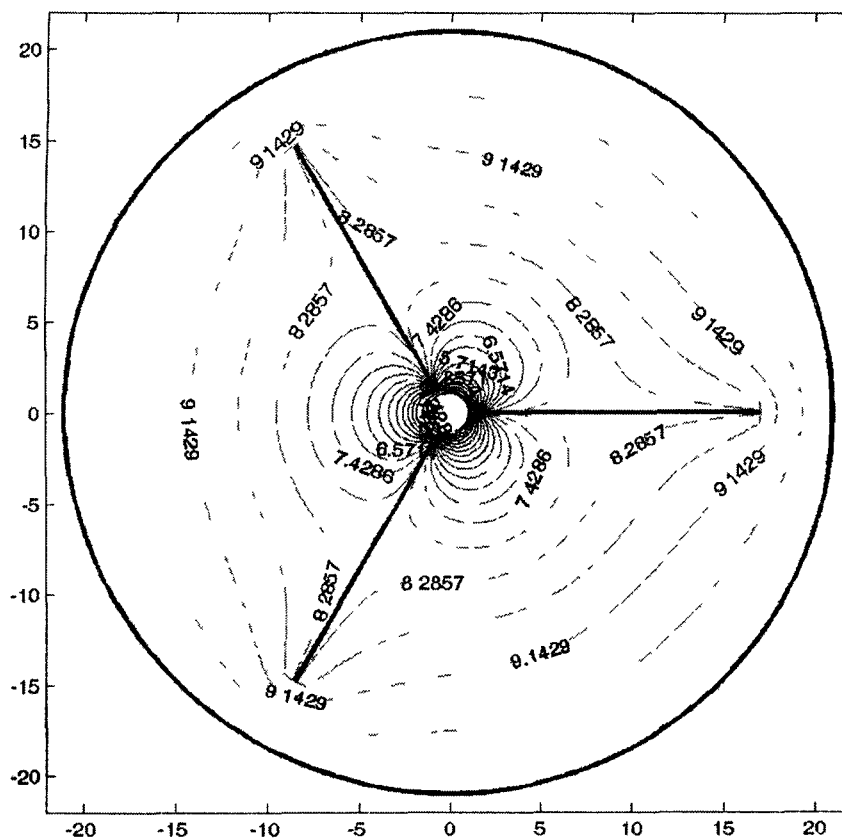


Рис 15 Карта эквипотенциалей для случая  $\gamma_0 = 10^3$ ,  $R = 21$ ,  $l_1 = 2$ ,  $l_2 = 17$ ,  $K = 3$   
в среде с анизотропией  $\varepsilon = 2$

Кроме того, отметим, что параметры  $R$ ,  $l_1$ ,  $l_2$  в расчётах (пп. 3,2-3,3) взяты из лабораторного эксперимента [11], в котором изучалось воздействие циклических нагрузок на терригенные коллектора.

Для контроля результаты расчётов дебитов и гидродинамических потерь в анизотропных средах сравнивались с результатами, полученными по программам (алг. яз. ПАСКАЛЬ) математической модели фильтрации жидкости с учётом влияния трещины гидроразрыва [9], в которой давление вдоль  $l = l_2 - l_1$  принимается постоянным. Отмечается совпадение с погрешностью менее 0,5%.

### Обсуждение результатов и выводы

Прежде всего следует отметить, что в зависимости от знака величины  $Q_{бтв}$  бесконечно тонкое включение можно рассматривать как протяжённый источник ( $Q_{бтв} < 0$ ) либо как протяжённый сток ( $Q_{бтв} > 0$ , в этом случае величина  $Q_{бтв}$  определяют гидродинамические потери).

Далее, результаты расчётов по модели п. 3.2 позволяют утверждать, что бесконечно тонкое включение можно рассматривать только лишь как источник. Результаты расчётов с параметрами  $R = 51$ ,  $l_1 = 4$ ,  $l_2 = 17$  и сделанные на их основе выводы следует считать неверными [12,13], поскольку они выполнены с грубым шагом в области максимального изменения скоростей жидкости. Кроме того, следует отметить, что при  $\gamma_0 \geq 2 \cdot 10^4$  давление вдоль бесконечно тонкого включения является постоянным, более того, постоянным с точностью до 0,02 в каждой серии для всех значений анизотропии слабо анизотропных сред и составляет 6,58 – 6,60 в первой серии и 8,08 – 8,09 во второй серии. Проведенные нами серии расчётов со значениями

анизотропии  $\epsilon$  от 100 до 0.01, показали, что и в этом диапазоне  $\epsilon$  давления принимают те же значения. Приведенные карты эквипотенциалей (рис. 4 – 11 и рис. 15 – 16) позволяют уточнить вывод, сделанный в работах [12, 13], о «характере поведения» бесконечно тонкого включения. Часть б.т.в. «работает» как сток, а часть — как источник, при этом вывод в работах [12, 13], сделанный на основании вычисления интегральных характеристик подтверждается. Уточняется, детализируется лишь поведение участков б.т.в. (а в работе [9] — трещины гидроразрыва).

По-видимому, можно сделать вывод, что расположение бесконечно тонкого включения в области фильтрации в анизотропных средах (также как и в слабо анизотропных средах) определяет характер его «поведения» – либо источник, либо сток. Математическая модель (3, 4) позволяет установить, в каких именно случаях детализировать поведение участков бесконечно тонкого включения.

На основании расчётов в качестве предварительного вывода можно отметить, что постоянные давления вдоль бесконечно тонких включений зависят от расположения самих бесконечно тонких включений и соотношения  $\gamma_0$ , т.е. от свойств сред.

Кроме того, наблюдается увеличение дебита скважины в радиально-анизотропной среде от количества трещин гидроразрыва или бесконечно тонких включений. Увеличение дебита скважины при наличии трещины или каверны отмечен в теории фильтрации Пилатовским В.П. (например, в [14]).

Отметим, что дебит скважины (равно как и гидродинамические потери), вычисленный по модели (3, 4), увеличивается с ростом числа бесконечно тонких включений до «насыщения», т.е. значения, выше которого увеличение промышленного притока незначительно. Отметим также, что давление вдоль бесконечно тонких включений ( $K = 3$ ) постоянно при тех же значениях  $\gamma_0$ , что и в случае одного ( $K = 1$ ) бесконечно тонкого включения в области фильтрации, а именно 8.1.

Математическая модель (3, 4) может быть использована также для определения распределения давления вдоль бесконечно тонкого включения и определения давления, когда оно принимает постоянное значение.

## Литература

1. Толпаев В.А., Кутовой А.С. Закон Дарси для фильтрации в среде с обобщённой анизотропией // М., 1987, 30 с., Деп. в ВИНТИ, № 6837-В87.
2. Закон Дарси для фильтрации в среде с обобщённой анизотропией / В.А. Толпаев [и др.]. – М., 1987. – 30 с. – Деп. в ВИНТИ, № 6837-В87.
3. Толпаев, В.А. Численный расчёт ёмкости цилиндрического конденсатора с анизотропным диэлектриком / В.А. Толпаев, А.Д. Жерновой, В.И. Петренко // Изв. вузов. Сер. Электромеханика. – 1989. – № 6. – С. 5-12.
4. Жерновой, А.Д. Развитие математической модели фильтрации в анизотропных средах : автореф. дис. ... канд. тех. наук / А.Д. Жерновой. – М., 1986. – 24 с.
5. Толпаев, В.А. Математические модели двумерной фильтрации в анизотропных, неоднородных и многослойных средах : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук / В.А. Толпаев. – Ставрополь, 2004. – 39 с.
6. Жерновой, А.Д. Математическая модель фильтрации жидкости к круговой совершенной скважине с учётом влияния трещины гидроразрыва / А.Д. Жерновой // Теоретические и прикладные проблемы современной физики. – Ставрополь, 2002. С. 323-327.
7. Жерновой, А.Д. Математическая модель фильтрации жидкости к круговой скважине с учётом влияния бесконечно тонкого включения. / А.Д. Жерновой, А.Г. Гришаев, М.И. Сугаков, А.А. Цевменко // Современные проблемы прикладной математики и математического моделирования. – Воронеж, 2005. – С. 92.

А.А. Цевменко // Вузовская наука — Северо-Кавказскому региону : материалы VIII науч.-техн. конф.; СевКавГТУ. – Ставрополь, 2004. – Т I: Естественные и точные науки, технические и прикладные науки – С. 4.

8. Цевменко, А.А. Серия расчётов по математической модели фильтрации жидкости с учётом влияния трещины гидроразрыва / А.А. Цевменко, В.В. Сатвалова, А.Д. Жерновой // Студенческая наука — экономике России : межрегион. науч. конф. ; СевКавГТУ. – Ставрополь, 2005. – Т I: Естественные и точные науки, технические и прикладные науки С. 21-23.

9. Жерновой, А.Д., Цевменко А.А. Результаты расчётов по математической модели фильтрации жидкости с учётом влияния трещины гидроразрыва, деп. В ВИНТИ, № 509-B2005, 7 с.

10. Жерновой, А.Д. Метод определения давления на трещине гидроразрыва, выше которого трещину можно рассматривать как источник, ниже которого — как сток / А.Д. Жерновой, А.А. Цевменко, Р.В. Крон // Геология, бурение и разработка газовых и газоконденсатных месторождений : сб. науч. тр.; ОАО «СевКавНИПИгаз», Ставрополь, 2004. Вып. 40. – С. 129-132.

11. Дубенко, В.Е., Андрианов Н.И. Провести исследования изменения состояния слабоустойчивых, склонных к разрушению терригенных коллекторов в результате воздействия переменных циклических нагрузок (на примере Щелковского ПХГ) / В.Е. Дубенко, Н.И. Адрианов : отчёт по договору 80/Г93.95, задание 10, 1995, С.112-116.

12. Математическая модель фильтрации жидкости к круговой совершенной скважине в слабо анизотропных средах с учётом влияния бесконечно тонкого включения / А.Д. Жерновой [и др.]. – Ставрополь. – 23 с. – Деп. в ВИНТИ, № 1713-B2005.

13. Результаты расчётов по математической модели фильтрации жидкости к круговой совершенной скважине в слабо анизотропных средах с учётом влияния бесконечно тонкого включения / А.Д. Жерновой [и др.]. – Ставрополь. – 13 с. – Деп. в ВИНТИ, 1714-B2005.

14. Пилатовский, В.П. Основы гидромеханики тонкого пласта / В.П. Пилатовский. М. : Недра, 1966. – 317 с.

## LIQUID FILTRATION TRENDS TOWARDS WELL WITH REGARD OF HYDRO GAP CRACKS OR INFINITE FINE INCLUSIONS RESEARCH

A.D. Gernovoy<sup>1</sup>, A.G. Grishaev<sup>1</sup>, M.I. Sugakov<sup>1</sup>, A.A. Cevmenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup>North-Caucasus state technical university, 355029, Stavropol, Kulakova, 2

<sup>2</sup>Secondary school, Vednenskaya Gotna, Belgorod region

Liquid filtration models towards circular well in the radial-anisotropic environment in a crack or infinite fine inclusion presence are brought in this article. Calculation results are also discussed. It is established that increase number of hydro gap cracks or infinite fine inclusions leads well debet increase till “saturation” value. Liquid trends particularities are illustrated with equipotential charts.