

2. Волобуев А.В., Ожигов Л.С., Пархоменко А.А. Вопросы Атомной Науки и Техники. Серия: физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение. 1(64), 3 (1996).
3. Неклюдов И.М., Ожигов Л.С., Пархоменко А.А. Заболотный В.Д. Физические явления в твердых телах. Материалы второй научной конференции. – Харьков: Изд-во ХГУ. – 1995. – 132 с.
4. Малыгин Г.А. ФТТ 33, 4, 1069 (1991).
5. Малыгин Г.А. ФТТ 33, 6, 1855 (1991).
6. Малыгин Г.А. ФТТ 34, 11, 3605 (1992).
7. Малыгин Г.А. ФТТ 37, 1, 3 (1995).
8. Попов Л.Е., Пудан Л.Я., Колупаева С.Н., Кобычев В.С., Старенченко В.А. Математическое моделирование пластической деформации. Томск: Из-во Том. ун-та. – 1990. – 184с.
9. Ханнанов Ш.Х. – ФММ 78, 2, 31 (1994).
10. Малыгин Г.А. – ФТТ 38, 8, 2418 (1996).
11. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1986. – 268 с.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 1. Механика. – М.: Наука. – 1965. – 204 с.
13. Fleischer R.L., Acta Metallurgica, 10, 835 (1962); J. Appl.Phys., 33, 3504 (1962).
14. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. – М.: Металлургия, 1984.
15. Троицкий О.А., Штейнберг В.Г. Радиационная физика прочности металлических кристаллов. – М.: Атомиздат. – 1969. – 79 с.
16. Хирт Дж. и Лоте И. Теория дислокаций. – М.: Атомиздат. – 1972. – 599 с.
17. Зеленский В.Ф., Неклюдов И.М., Ожигов Л.С., Резниченко Э.А., Рожков В.В., Черняева Т.П. Некоторые проблемы физики радиационных повреждений материалов. – Киев: Наукова Думка. – 1979. – 330 с.
18. Große M., Böhmert J. and Viehrig H.W. J.Nucl. Mat. 211, 177 (1994).
19. Лихачев В.А., Волков А.Е., Шудегов В.Е. Континуальная теория дефектов. – Л.: Из-во Ленинградского ун-та. – 1986. – 232 с.

УДК 517.5

ПРОСТРАНСТВА ДЕ БРАНЖА, АССОЦИИРОВАННЫЕ С ЗАДАЧЕЙ НЕВАНЛИННЫ–ПИКА В КЛАССЕ СТИЛТЬЕСА

Ю.М. Дюкарев

г. Белгород, Белгородский государственный университет

1. Введение. В этой статье вводятся пространства де Бранжа, порожденные интерполяционной задачей Неванлинны–Пика в классе Стилттьеса. Мы используем некоторые результаты, связанные с общей схемой решения интерполяционных задач для стилтьесовских матриц-функций (см. [1], [2]). В статье показано, что интерполяционным задачам в классе Стилттьеса следует ставить в соответствие не одно пространство де Бранжа, как это ранее делалось в случае интерполяционных задач для неванлинновских матриц-функций (см. [3]-[5]), а два таких пространства. При этом сама интерполяционная задача оказывается эквивалентной задаче о согласованных интегральных представлениях скалярных произведений в соответствующих пространствах де Бранжа.

2. Задача Неванлинны–Пика. В этом разделе мы сформулируем основные результаты по задаче Неванлинны–Пика для случая стилтьесовских матриц-функций. Подробное изложение этих результатов

имеется в работах [1], [2].

Пусть задано целое число $m \geq 1$. Обозначим через S множество всех голоморфных в комплексной плоскости с разрезом по полуоси $[0, +\infty)$ $m \times m$ матриц-функций $s(z)$ таких, что

$$\frac{s(z) - s^*(z)}{z - \bar{z}} \geq 0, \quad s(x) \geq 0, \quad x < 0.$$

Такие матрицы-функции будем называть стилтьесовскими.

Задача Неванлинны–Пика для стилтьесовских матриц-функций ставится так: задана последовательность не вещественных и не совпадающих комплексных чисел (узлов интерполяции)

$$z_1, z_2, \dots, z_n, \quad z_j \neq \bar{z}_k, \quad 1 \leq j, k \leq n$$

и последовательность квадратных матриц порядка $m \times m$ (интерполируемые значения)

$$s_1, s_2, \dots, s_n.$$

Требуется выяснить, при каких условиях существует матрица-функция $s(z) \in S$ та-

кая, что

$$s(z_j) = s_j, 1 \leq j \leq n. \quad (1)$$

С задачей (1) свяжем следующие блочные матрицы:

$$T = \begin{bmatrix} z_1^{-1}I & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2^{-1}I & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & z_n^{-1}I \end{bmatrix},$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix}, \quad u_2 = \begin{bmatrix} z_1 s_1 \\ z_2 s_2 \\ \vdots \\ z_n s_n \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ I \end{bmatrix}.$$

$$K_1 = T^{-1} \begin{bmatrix} \frac{s_1 - s_1^*}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_1 - s_n^*}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s_n - s_1^*}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_n - s_n^*}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} T^{-1*},$$

$$K_2 = T^{-1} \begin{bmatrix} \frac{z_1 s_1 - \bar{z}_1 s_1^*}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{z_1 s_1 - \bar{z}_n s_n^*}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{z_n s_n - \bar{z}_1 s_1^*}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{z_n s_n - \bar{z}_n s_n^*}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} T^{-1*}.$$

В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением вполне неопределенной задачи (1):

$$K_1 > 0, \quad K_2 > 0.$$

Во вполне неопределенном случае интерполяционная задача Неванлинны-Пика (1) имеет бесчисленное множество решений. Вся их совокупность описывается с помощью дробно-линейного преобразования над так называемыми неванлинновскими параметрами следующего вида

$$s(z) = \{\gamma(z)p(z) + \delta(z)q(z)\} \times \{\alpha(z)p(z) + \beta(z)q(z)\}^{-1}. \quad (2)$$

Матрица коэффициентов этого дробно-линейного преобразования называется резольвентной матрицей задачи (1) и имеет вид

$$U(z) = \begin{bmatrix} \alpha(z) & \beta(z) \\ \gamma(z) & \delta(z) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} I + z v^* R(z) K_2^{-1} u_2 & -z v^* R(z) K_1^{-1} v \\ u_2^* R(z) K_2^{-1} u_2 & I - z u_1^* R(z) K_1^{-1} v \end{bmatrix}.$$

Здесь

$$R(z) = (I - zT)^{-1}.$$

Пара $p(z)$, $q(z)$ мероморфных в комплексной плоскости с разрезом по полуоси $[0, +\infty)$ матриц-функций является свободным параметром в дробно-линейном преобразовании (2), удовлетворяющим следующим условиям

1. $p^*(z)p(z) + q^*(z)q(z) > 0$,
2. $[p^*(z) \ q^*(z)] \frac{J}{i(\bar{z} - z)} \begin{bmatrix} p(z) \\ q(z) \end{bmatrix} \geq 0$,
3. $[p^*(z) \ \bar{z}q^*(z)] \frac{J}{i(\bar{z} - z)} \begin{bmatrix} p(z) \\ zq(z) \end{bmatrix} \geq 0$.

Здесь матрица

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -iI \\ iI & 0 \end{bmatrix}$$

(0 и I обозначают соответственно нулевую и единичную матрицы порядка $m \times m$).

Пары, удовлетворяющие трем последним условиям, называются стилтесовскими.

3. Пространства де Бранжа. Символом V обозначим линейное пространство над полем комплексных чисел, элементами которого являются вектор-функции следующего вида

$$F(z) = \frac{\bar{z}_1 f_1}{z - \bar{z}_1} + \frac{\bar{z}_2 f_2}{z - \bar{z}_2} + \dots + \frac{\bar{z}_n f_n}{z - \bar{z}_n}. \quad (3)$$

Здесь f_1, f_2, \dots, f_n — m -мерные комплексные вектор-столбцы.

В этом множестве мы зададим два скалярных произведения с помощью следующих формул

$$\langle F(z), G(z) \rangle_r = f^* K_r g, \quad r = 1, 2. \quad (4)$$

Здесь

$$f = \text{col}(f_1, f_2, \dots, f_n), \quad g = \text{col}(g_1, g_2, \dots, g_n).$$

Линейное пространство V с первым скалярным произведением обозначим символом B_1 , а со вторым скалярным произведением — символом B_2 . Ясно, что мы построили два унитарных пространства. Эта пара пространств называется парой пространств де

Бранжа, ассоциированных с задачей Неванлинны-Пика (1).

Всякая матрица-функция $s(z)$, являющаяся решением задачи Неванлинны-Пика (1), допускает интегральное представление следующего вида

$$s(z) = \gamma + \int_0^{\infty} \frac{d\sigma(t)}{t-s}. \quad (5)$$

Здесь $m \times m$ матрица-функция $\sigma(t)$ монотонно возрастает и принимает значения во множестве эрмитовых матриц. Кроме того, выполняются условия

$$\int_0^{\infty} \frac{d\sigma(t)}{t-z} - \text{сходится, } \gamma \geq 0.$$

Всюду в дальнейшем эти условия считаются выполненными.

Теорема 1. Пусть матрица-функция $s(z)$ является решением интерполяционной задачи (1) и, следовательно, допускает интегральное представление (5). Тогда, участвующие в этом интегральном представлении γ и $\sigma(t)$ являются решениями следующей задачи о согласованном интегральном представлении скалярных произведений в пространствах де Бранжа B_1 и B_2 , ассоциированных с задачей Неванлинны-Пика (1)

$$\begin{aligned} \langle F(z), G(z) \rangle_1 &= \int_0^{\infty} F^*(z) d\sigma(t) G(z), \\ \langle F(z), G(z) \rangle_2 & \\ &= \int_0^{\infty} F^*(z) t d\sigma(t) G(z) + f^* T^{-1} v^* \gamma v T^{-1} g. \end{aligned} \quad (6)$$

2. Пусть при некоторой эрмитовой монотонно возрастающей матрице-функции $\sigma(t)$ и при некоторой матрице $\gamma \geq 0$ интегральные представления скалярных произведений в ассоциированных пространствах де Бранжа допускают интегральные представления (6). Тогда построенная с помощью формулы (5) по этим $\sigma(t)$ и γ матрица-функция $s(z)$ является решением интерполяционной задачи Неванлинны-Пика (1).

Доказательство. 1. Пусть матрица-функция $s(z)$ является решением задачи Неванлинны-Пика (1) и $\gamma, \sigma(t)$ участвуют в

ее интегральном представлении (4). Докажем первое из равенств (7). Имеем

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} F^*(t) d\sigma(t) G(t) &= f^* \int_0^{\infty} \begin{bmatrix} \frac{z_1 I}{t-z_1} \\ \frac{z_2 I}{t-z_2} \\ \vdots \\ \frac{z_n I}{t-z_n} \end{bmatrix} d\sigma(t) \\ &\times \begin{bmatrix} \frac{\bar{z}_1 I}{t-\bar{z}_1} & \frac{\bar{z}_2 I}{t-\bar{z}_2} & \dots & \frac{\bar{z}_n I}{t-\bar{z}_n} \end{bmatrix} g \\ &= f^* T^{-1} \times \\ &\begin{bmatrix} \int_0^{\infty} \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^{\infty} \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^{\infty} \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^{\infty} \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_n)} \end{bmatrix} \\ &\times T_1^{-1} g = \\ &f^* T^{-1} \begin{bmatrix} \frac{s(z_1) - s^*(z_1)}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s(z_1) - s^*(z_n)}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s(z_n) - s^*(z_1)}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s(z_n) - s^*(z_n)}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} T^{-1} g \\ &= f^* T^{-1} \begin{bmatrix} \frac{s_1 - s_1^*}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_1 - s_n^*}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s_n - s_1^*}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_n - s_n^*}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} T^{-1} g \\ &= f^* K_1 g = \langle F(z), G(z) \rangle_1. \end{aligned}$$

В этой цепочке равенств первое равенство следует из (3), второе равенство – из определения T , третье – из определения $s(z)$ с помощью формулы (5), четвертое – из предположения, что $s(z)$ является решением задачи Неванлинны-Пика (1), пятое – из определения K_1 , шестое – из формулы (4). Таким образом, мы доказали первое из равенств (6). Второе из равенства (6) доказывается аналогичным образом.

2. Пусть теперь $\gamma \geq 0, \sigma(t) \square$ таковы,

что для любых $F(z)$ и $G(z)$ из ассоциированных пространств де Бранжа скалярные произведения допускают интегральные представления (6). И пусть $s(z)$ построена по заданным $\gamma \geq 0, \sigma(t)$ с помощью формулы (5). Покажем, что $s(z)$ является решением задачи Неванлинны-Пика (1). Действительно, из определения (4) скалярных произведений в ассоциированных пространствах де Бранжа и представлений (6) имеем

$$f^* T^{-1} \begin{bmatrix} \frac{s_1 - s_1^*}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_1 - s_n^*}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s_n - s_1^*}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_n - s_n^*}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} T^{-1} g =$$

$$= f^* T^{-1} \times$$

$$\begin{bmatrix} \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_n)} \end{bmatrix}$$

$$\times T^{-1} g.$$

И, аналогичным образом,

$$f^* T^{-1} \begin{bmatrix} \frac{z_1 s_1 - \bar{z}_1 s_1^*}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{z_1 s_1 - \bar{z}_n s_n^*}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{z_n s_n - \bar{z}_1 s_1^*}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{z_n s_n - \bar{z}_n s_n^*}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} T^{-1} g =$$

$$= f^* T^{-1} \times$$

$$\begin{bmatrix} \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_n)} \end{bmatrix}$$

$$\times T^{-1} g + f^* T^{-1} \gamma \gamma v^* T^{-1} f.$$

В силу произвольности векторов f и g и невырожденности матрицы T имеем

$$\begin{bmatrix} \frac{s_1 - s_1^*}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_1 - s_n^*}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{s_n - s_1^*}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{s_n - s_n^*}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_n)} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{z_1 s_1 - \bar{z}_1 s_1^*}{z_1 - \bar{z}_1} & \dots & \frac{z_1 s_1 - \bar{z}_n s_n^*}{z_1 - \bar{z}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{z_n s_n - \bar{z}_1 s_1^*}{z_n - \bar{z}_1} & \dots & \frac{z_n s_n - \bar{z}_n s_n^*}{z_n - \bar{z}_n} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_1)(t-\bar{z}_n)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_1)} & \dots & \int_0^\infty \frac{td\sigma(t)}{(t-z_n)(t-\bar{z}_n)} \end{bmatrix}$$

$$+ \gamma \gamma v^*. \quad (8)$$

Умножим обе части равенства (7) слева на матрицу $-T^{-1}$ и затем сложим равенства (7) и (8). Получим

$$\begin{bmatrix} s_1 & \dots & s_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n & \dots & s_n \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)} + \gamma & \dots & \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)} + \gamma \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_1)} + \gamma & \dots & \int_0^\infty \frac{d\sigma(t)}{(t-z_n)} + \gamma \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} s(z_1) & \dots & s(z_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s(z_n) & \dots & s(z_n) \end{bmatrix}.$$

Таким образом, мы получили следующие равенства

$$s(z_j) = s_j, \quad j = 1 \dots n.$$

Теорема доказана.

4. Пары де Бранжа. Важную роль в теории пространств де Бранжа играют пары де Бранжа (см. 5). Мы покажем, что интерполяционные задачи в классе Стильеса приводят к замечательной особенности соответствующих пар де Бранжа. А именно, в контексте интерполяции стилъесовских матриц-функций появляются две пары де Бранжа. Эти пары связаны одна с другой простыми соотношениями и позволяют дать внутреннее описание введенных выше пространств де Бранжа B_1 и B_2 .

Пара рациональных $m \times m$ матриц-функций $E(z)$ и $F(z)$ называется парой де Бранжа, если выполняются следующие четыре условия:

- 1) $E(z)E^{\#}(z) = F(z)F^{\#}(z)$;
 - 2) $\det E(z) \neq 0$, при z изменяющемся в замкнутой верхней полуплоскости;
 - 3) $\det F(z) \neq 0$, при z изменяющемся в замкнутой нижней полуплоскости;
 - 4) $V(z) = E^{-1}(z)F(z)$ является внутренней в открытой верхней полуплоскости.
- Здесь и в дальнейшем используется обозначение

$$E^{\#}(z) = E^*(\bar{z}).$$

С парой де Бранжа свяжем линейное пространство B m -мерных рациональных вектор-функций f таких, что

$$E^{-1}f \in H_m^2 \exists V H_m^2. \quad (9)$$

В этом пространстве введем скалярное произведение следующей формулой

$$\langle f, g \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f^*(t)E^{-1}(t)E^{-1}(t)g(t). \quad (10)$$

Можно доказать, что таким образом получено некоторое унитарное пространство.

Теорема. Пусть рациональные $m \times m$ матрицы-функции $\alpha(z)$ и $\beta(z)$ являются элементами резольвентной матриц-функции $U(z)$.

Тогда обе пары матриц-функций

$$\begin{aligned} & \{E_1(z), F_1(z)\} \\ & = \{\alpha(z) + i\beta(z), \alpha(z) - i\beta(z)\}, \\ & \{E_2(z), F_2(z)\} \end{aligned}$$

$$= \{\alpha(z) + iz^{-1}\beta(z), \alpha(z) - iz^{-1}\beta(z)\},$$

являются парами де Бранжа.

Доказательство этой теоремы может быть проведено по схеме доказательства аналогичных утверждений в статье [5].

Теперь рассмотрим пространства де Бранжа, построенные по соответствующим парам де Бранжа с помощью формул (9) и (10). Можно доказать, что два эти пространства совпадают с ранее введенными пространствами (см. (3) и (4)).

Таким образом, мы приходим к следующим выводам.

1. Интерполяционным задачам в классе Стильеса следует ставить в соответствие не одно (как в случае интерполяции неванлинновскими матрицами-функциями), а два пространства де Бранжа. Эти пространства содержат в себе всю интерполяционную информацию. Особенности соответствующих матриц-функций находятся в узлах интерполяции.

2. В пространствах де Бранжа, ассоциированных с задачей Неванлинны-Пика в классе Стильеса можно поставить задачу о согласованных интегральных представлениях скалярных произведений. При этом интерполяционная задача оказывается эквивалентной задаче о согласованных представлениях скалярных произведений в соответствующих пространствах де Бранжа.

Библиографический список

1. Dyukarev Yu. Integral representations of a pair of nonnegative operators and interpolations problems on the Stieltjes class // *Operator Theory: Advances and Applications*. – 1997. – Vol. 95. – P. 165-184.
2. Дюкарев Ю.М. Общая схема решения интерполяционных задач в классе Стильеса, основанная на согласованных интегральных представлениях пар неотрицательных операторов. I // *Математическая физика, анализ, геометрия*. – 1999. – Т. 6. – 1/2. – С. 30-54.
3. Сахнович Л.А. Метод операторных тождеств // *Алгебра и анализ*. – 1993. – Т.5, 1. – С.3-80.
4. Ivanchenko T.S., Sakhnovich L.A. An operator approach to the Potapov scheme for the solution of interpolation problems. // *Operator Theory: Advances and Applications*. – 1994. – Vol.72. – P. 48-86.
5. Dym H. On Hermitian Block Hankel Matrices, Matrix Polynomials, the Hamburger Moment Problem, Interpolation and Maximum Entropy // *Integral Equations and Operator Theory*. – 1989. – Vol.12. – P.757-812.