Е. М. Пугачев

К ИЗУЧЕНИЮ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В СПЕЦИАЛЬНОМ ФАКУЛЬТАТИВНОМ КУРСЕ "ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ" (IX класс)

Программой спецкурса "Избранные главы молекулярной физики" в IX классе предусматривается ознакомление учащихся с некоторыми статистическими закономерностями, имеющими важное значение для расширения физического кругозора учащихся и формирования у них мировоззрения. Однако, методика изучения этих вопросов недостаточно разработана и учителя физики испытывают определенные затруднения в их преподавании.

В настоящей статье рассматриваются вопросы, связанные с содержанием и возможной методикой изучения некоторых статистических закономерностей в спецкурсе "Избранные главы молекулярной физики" (вероятность состояния и статистическое распределение, распределение частиц по высоте в поле силы тяжести, статистический характер броуновского движения)

1. Вероятность состояния. Статистическое распределение.

В молекулярной физике изучение поведения огромного числа молекул ~~[illegible]~~ является с помощью особого математического метода – статистического метода, который основан на теории массовых явлений – теории вероятностей. Рассмотрение таких вопросов как давление газа, температура, распределение частиц по высоте в поле силы тяжести, броуновское движение и других вопросов молекулярной физики проводится на основе статистического метода.

Что же такое вероятность ? Понятием вероятности пользуются тогда, когда речь идет о случайных событиях, т.е. таких, наступление которых неизвестно, нельзя с уверенностью предсказать. Например, приобретая билет в автобусе, мы заранее не знаем, будет ли его номер четным или нечетным. В данном случае приобретение билета с четным номером будет случайным событием. Если в течение некоторого времени поездки на автобусе мы приобрели I2 билетов, то в их числе могут оказаться и 3, и 5, и 7, и 9 билетов с четными номерами. Но может случиться, что среди этих I2 билетов не окажется ни одного с четным номером или наоборот четными окажутся все I2 билетов.

В подобной случайности событий (в нашем примере - приобретение билетов с четными номерами) проявляется и определенная (статистическая) закономерность. Она состоит в том, что при многократном повторении опыта (приобретение билетов) в половине случаев будут иметь место билеты с четными номерами. В этом случае вероятность приобретения билета с четным номером равна I/2.

Анализ подобных опытов дает возможность дать следующее определение понятия математической вероятности: математической вероятностью события называют характеризующее его число, около которого колеблется частота появления события при сохранении неизменных условий опыта. Приведенное определение называют статистическим определением вероятности.

Выяснив понятие математической вероятности события, можно перейти к рассмотрению понятия вероятности состояния и статистического распределения.

Рассмотрим сосуд, в котором находится одна молекула газа (a), движущаяся хаотически, беспорядочно. Мысленно разделим сосуд на две равные части (рис.I). Вследствие хаотического дви-

рис. I

ния эта молекула может оказаться в данный момент времени, как в левой, так и в правой части сосуда. Поскольку общее число распределений молекулы в левой и правой частях сосуда равно двум, а число распределений молекулы только в левой или только в правой частях сосуда равно единице, то вероятность состояния того, что молекула окажется в левой или в правой части сосуда равна I/2. В дальнейшем вероятность состояния будем обозначать буквой $\mathcal{P}$.

Очевидно, что с увеличением числа молекул газа в сосуде картина распределения их между двумя частями сосуда будет усложняться. Например, при наличии двух молекул газа (a и $б$) в сосуде они могут распределиться между двумя частями сосуда четырьмя способами (см.рис.2), а вероятность каждого состояния $\mathcal{P} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$

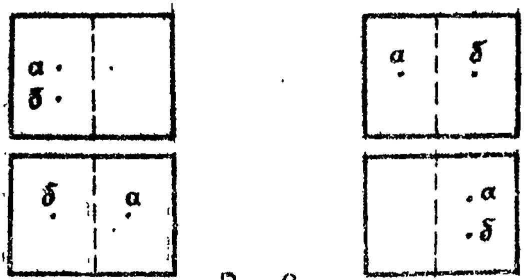

Рис.2

Если в сосуде будет три молекулы газа (a, $б$, $в$), то число способов (число состояний) их распределения между двумя частями сосуда возрастет до $N = 8 = 2^3$, а вероятность каждого состояния уменьшится и будет равна $\mathcal{P} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$ (см.рис.3)

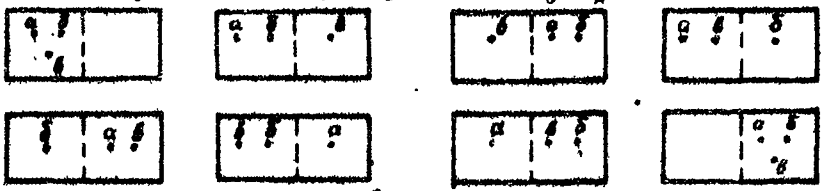

Рис.3

При наличии в сосуде четырех молекул газа ($а, б, в, г$) число случаев размещения их (или число состояний) по двум половинам сосуда возрастет до $N = 16 = 2^4$, а вероятность каждого состояния уменьшится и будет равна $\mathcal{P} = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$ (см.таблицу I).

В общем случае, когда число молекул газа n в сосуде очень велико, то число их распределений по двум частям сосуда будет равно $N = 2^n$, а вероятность каждого состояния $\mathcal{P} = \frac{1}{2^n} \to 0$. Следовательно, с увеличением числа молекул вероятность каждого индивидуального состояния уменьшается.

Таблица №I

№№ состояний	Части сосуда: левая	Части сосуда: правая	Число состояний (N)	Вероятность состояния (P)
I	абвг	–	I	I/I6
2	–	абвг	I	I/I6
3	а б в г	бвг авг абг абв	4	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
4	бвг авг абг абв	а б в г	4	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
5	аб ав аг бв вг	вг бг бв аг аб	6	$\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$
Итого			I6	–

Из таблицы I следует, что из всех пяти состояний наиболее вероятным является равномерное распределение молекул газа по двум частям сосуда. ($\mathcal{P} = \frac{3}{8}$). Такое состояние газа называется равновесным. Оно характеризуется одинаковой плотностью, температурой и давлением во всех точках объема сосуда. Другие же состояния газа (неравновесные) менее вероятны. С увеличением числа молекул вероятность равновесного состояния будет возрастать по сравнению с вероятностью любого неравновесного состояния.

2. Распределение частиц по высоте в поле силы тяжести.

Учащимся известно, что с возрастанием высоты над уровнем моря давление воздуха уменьшается. Чем выше расположен слой воздуха над уровнем моря, тем слабее он сжат и тем меньше давление он должен оказывать на этой высоте. В таблице 2 приведены данные, характеризующие изменение давления воздуха с высотой (над уровнем моря). Пользуясь этими данными, построим график $P = f(h)$ (см.рис.4)

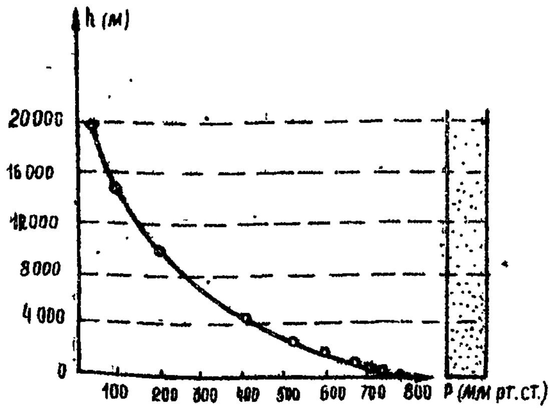

Рис. 4.

Высота над уровнем моря	h (м)	0	200	400	600	$1\cdot10^3$	$2\cdot10^3$	$3\cdot10^3$	$5\cdot10^3$	$1{,}0\cdot10^4$	$1{,}5\cdot10^4$	$2\cdot10^4$
Атмосфер. давление	P (мм рт.ст)	760	741	722	704	574	590	526	405	198	90	41

Приведенную на графике зависимость изменения давления атмосферного воздуха можно использовать для выяснения распределения числа частиц (молекул) по высоте в поле силы тяжести. В самом деле, чем больше вес воздуха, его давление, тем больше и число молекул в единице объема. Следовательно, с возрастанием высоты над уровнем моря будет уменьшаться не только давление воздуха, но и его плотность, и число молекул в единице объема (см.рис.4)

Распределение частиц по высоте в поле силы тяжести было исследовано австрийским физиком Л.Больцманом. В результате этих исследований им был открыт закон, выражающий изменение числа частиц в единице объема на высоте $h=0$, масса частицы и температура среды. Указанное распределение частиц по высоте в поле силы тяжести, выражаемое законом Больцмана, можно изобразить графически (см.рис.5)

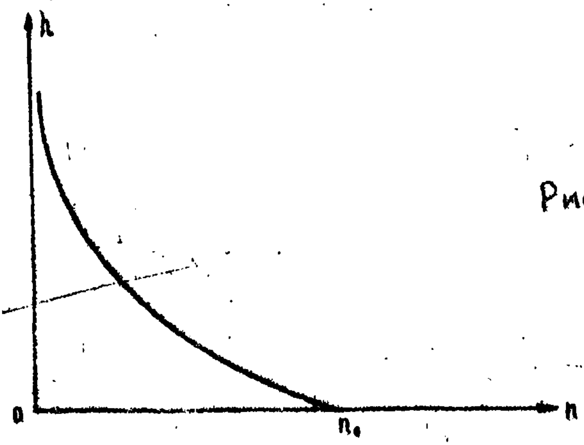

Рис. 5

По оси абсцисс откладываем число частиц (молекул) n в единице объема, а по оси ординат - высоту h ; n_0 - число частиц в единице объема на высоте $h=0$. Сравнивая кривые распределения на рис.4 и рис.5, заключаем, что характер убывания давления атмосферного воздуха и числа частиц в единице объема с высотой в поле силы тяжести одинаков.

Следует обратить внимание учащихся на то, что распределение частиц (молекул) по высоте, выражаемое законом Больцмана, устанавливается в результате действия двух факторов: земного тяготения и теплового (хаотического) движения молекул. Закон Больцмана распределения молекул (частиц) по высоте в однородном поле тяготения является следствием неупорядоченности движения огромного числа молекул. Поэтому этот закон представляет собой статистический закон. Он остается справедливым до тех пор, пока число молекул достаточно велико.

3. Статистический характер броуновского движения

Теория вероятностей, на которую опирается статистический метод, применяется к изучению таких молекулярно-тепловых процессов, как броуновское движение. Оно представляет собой беспорядочное движение мельчайших частиц (например, частиц туши), взвешенных в жидкости или газе. Такие частицы называются броуновскими. Это явление обусловлено толчками (ударами), которые сообщают броуновским частицам молекулы окружающей среды (жидкости или газа), и являются одним из проявлений теплового движения молекул.

Каждая броуновская частица, находящаяся в жидкости или газе, испытывает огромное число ударов со стороны молекул окружающей среды. Если частица достаточно велика, то действия случайных толчков, получаемых ею со всех сторон, уравновешиваются. Когда же частица мала, то в течение небольших промежутков времени равновесие нарушается. В этом случае частица получает большое число ударов со стороны молекул то с одного, то с другого направления и в результате перемещается из одного положения в другое. (рис.6)

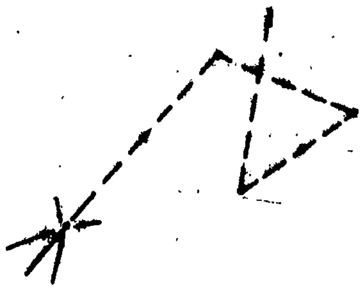

рис.6

Броуновское движение хорошо наблюдается в микроскоп при 400-600-кратном увеличении. Оно тем интенсивнее, чем выше температура среды и чем меньше размеры броуновских частиц. К броуновскому движению применимы газовые законы и закон Больцмана распределения частиц по высоте в поле силы тяжести.

Вследствие непрерывного столкновения броуновской частицы с хаотически движущимися молекулами среды величина ее перемещения за ряд равных интервалов времени в общем случае не будет одинакова. Отклонения от среднего перемещения частицы в ту или иную сторону будут иметь различные значения, но большие отклонения от среднего значения маловероятны. Откладывая по оси абсцисс численные значения перемещений x броуновской частицы (по абсолютной величине), а по оси ординат - число случаев Z, соответствующее этим перемещениям, можно получить кривую распределения перемещений этой частицы (рис.7). Из этого графика следует, что число случаев, когда перемещения броуновской частицы значительно отличаются от среднего значения, мало по сравнению с числом случаев, когда перемещения частицы не очень сильно отличаются от среднего перемещения. Следовательно,рассмотренный график указывает на статистический характер броуновского движения.

Закономерности броуновского движения были исследованы Эйнштейном и Смолуховский в 1905-1909 г.г. на основе статистического метода. Эйнштейном был открыт следующий статистический закон броуновского движения:

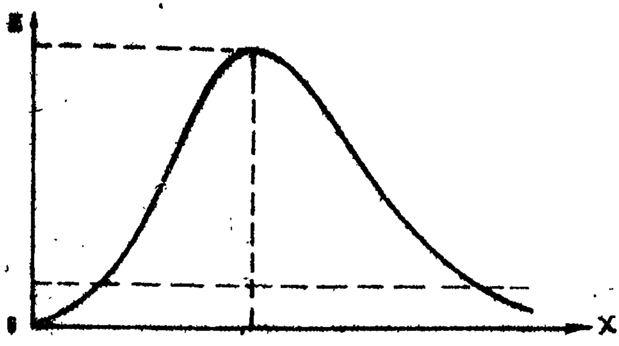

рис.7

Средний квадрат перемещения броуновской частицы в определенном направлении $\overline{x^2}$ прямо пропорционален времени t, за которое это перемещение произошло. Математическое выражение этого закона имеет вид:

$$\overline{x^2} = 2Dt$$

где $\overline{x^2}$ - средний квадрат перемещения броуновской частицы (точнее: средний квадрат проекции перемещения частицы на определенное направление), t - время перемещения броуновской частицы, D - коэффициент диффузии броуновских частиц, равный $D = \frac{RT}{6\pi r \eta N_A}$. Здесь T - абсолютная температура, R - универсальная газовая постоянная, r - радиус броуновской частицы, η - коэффициент вязкости среды, в которой движутся броуновские частицы, N_A - число Авогадро.

С броуновским движением связано явление флуктуаций. Под флуктуациями понимают случайные отклонения наблюдаемых значений физических величин от их средних значений. Причиной броуновского движения являются флуктации давления, обусловленные неравномерностью ударов молекул окружающей среды о броуновские частицы.

Справедливость законов Эйнштейна броуновского движения была подтверждена экспериментально. Среди этих опытов важное значение имеет определение числа Авогадро.

Подводя итог сказанному о броуновском движении, можно сделать следующие выводы:

1. Броуновское движение частиц, взвешенных в жидкости, обусловлено ударами беспорядочно движущихся молекул самой жидкости.
2. Исследования броуновского движения доказали статистический характер этого явления.
3. Броуновское движение является одним из важных доказательств существования молекул и их движения, одним из убедительных обоснований молекулярно-кинетической теории строения вещества.
4. Изучение броуновского движения и других молекулярно-тепловых явлений на основе статистических представлений играет большую роль в расширении научного кругозора учащихся и формировании у них диалектико-материалистического мировоззрения.

На основе статистического метода можно также рассмотреть такие вопросы программы спецкурса, как распределение молекул газа по скоростям (по Максвеллу), второй закон термодинамики и направленность физических процессов и другие (см. литературу 6,7).

Литература.

1. И.К.Кикоин и А.К.Кикоин, Молекулярная физика, М, Физматгиз, 1963, гл.I.
2. Р.В.Телеснин, Молекулярная физика, М, "Высшая школа", 1965, гл.I.
3. Б.Б.Кудрявцев, Курс физики. Теплота и молекулярная физика, М., Учпедгиз, 1960, раздел I.
4. И.В.Радченко, Молекулярная физика, М., "Наука", 1965, гл.I.
5. "Элементарный учебник физики" под редакцией академика Г.С.Ландсберга, М., "Наука", 1966, гл.XII, гл.XIII (§§221, 242 - 244).
6. Л.И.Резников, Э.Е.Эвенчик, В.Ф.Юськович, Методика АПН РСФСР, 1960, т.II, гл.5,6.
7. Э.Е.Эвенчик и Г.И.Батурина, Об изучении статистических закономерностей, "Физика в школе", 1964, № 6., стр.53-59.