

ПРИЛОЖЕНИЯ ОПЕРАТОРОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ БУШМАНА — ЭРДЕЙИ

С. М. Ситник

(России, Воронеж; ВИ МВД)

Теория операторов преобразования составляет самостоятельный раздел современной математики, имеющий многочисленные приложения [1–4]. Важным классом операторов преобразования являются операторы Бушмана — Эрдейи. Название «операторы Бушмана — Эрдейи» было предложено автором, в последнее время оно стало общепринятым.

Изучение разрешимости и обратимости данных операторов было начато в 1960-х гг. в работах Р. Бушмана и А. Эрдейи. Операторы Бушмана–Эрдейи или их аналоги изучались также в работах Т. Р. Higgins, Та Li, E. R. Love, G. M. Habibullah, K. N. Srivastava, Динь Хоанг Ань, В. И. Смирнова, Н. А. Вирченко, И. Федотовой, А. А. Килбаса, Б. Рубина, О. В. Скоромник и ряде других работ. При этом изучались задачи о решении интегральных уравнений с этими операторами, их факторизации и обращения [5].

Важность операторов Бушмана — Эрдейи во многом обусловлена их многочисленными приложениями [6–10]. Например, они встречаются в следующих вопросах теории уравнений с частными производными: при решении задачи Дирихле для уравнения Эйлера — Пуассона — Дарбу в четверти плоскости и установлении соотношений между значениями решений уравнения Эйлера — Пуассона — Дарбу на многообразии начальных данных и характеристике, теории преобразования Радона, так как в силу результатов Людвиг действие преобразования Радона при разложении по сферическим гармоникам сводится как раз к операторам Бушмана — Эрдейи по радиальной переменной, при исследовании краевых задач для различных уравнений с существенными особенностями. Автором было впервые показано [8], что операторы Бушмана — Эрдейи являются операторами преобразования для дифференциального выражения Бесселя и изучены их специальные свойства именно как операторов преобразования.

В докладе рассматриваются приложения операторов преобразования Бушмана — Эрдейи различных классов к вложению пространств И. А. Киприянова в весовые пространства С. Л. Соболева, формулам для решений уравнений с частными производными с операторами Бесселя, уравнениям Эйлера — Пуассона — Дарбу, включая лемму Копсона, построению операторов обобщенного сдвига, операторам Дункла, преобразованию Радона, построению обобщенных сферических гармоник и B -гармонических полиномов, а также доказательству унитарности в пространстве Лебега обобщений классических операторов Харди. Приведен обзор результатов В. В. Катрахова по приложению операторов преобразования Бушмана — Эрдейи к построению нового класса псевдодифференциальных операторов и изучению введенного им класса краевых задач с K -следом с существенными особенностями в решениях.

Литература

1. *Carroll R. W.* Transmutation, Scattering Theory and Special Functions.—North Holland, 1982.—457 p.
2. *Carroll R. W.* Transmutation Theory and Applications.—North Holland, 1986.—351 p.
3. *Ситник С. М.* Операторы преобразования и их приложения // Исследования по современному анализу и математическому моделированию / Ред. Ю. Ф. Коробейник, А. Г. Кусраев.—Владикавказ, 2008.—С. 226–293.
4. *Sitnik S. M.* Transmutations and Applications: a survey.—arXiv:1012.3741.—2012.—141 p.
5. *Samko S. G., Kilbas A. A., Marichev O. I.* Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications.—Gordon and Breach Science Publ., 1993.—1014 p.
6. *Sitnik S. M.* Buschman–Erdelyi Transmutations, Classification and Applications.—arXiv:1304.2114.—2013.—67 p.
7. *Sitnik S. M.* Buschman–Erdelyi transmutations, classification and applications // Analytic Methods Of Analysis And Differential Equations: AMADE 2012 / Ed. by M. V. Dubatovskaya, S. V. Rogosin.—Cottenham: Cambridge Sci. Publ., 2013.—31 p.
8. *Ситник С. М.* Унитарность и ограниченность операторов Бушмана — Эрдейи нулевого порядка гладкости // Препринт.—Институт автоматизации и процессов управления ДВО АН СССР, 1990.—44 с.
9. *Ситник С. М.* Решение задачи об унитарном обобщении операторов преобразования Сонина — Пуассона // Науч. вестн. Белг. гос. ун-та.—2010.—вып. 18, № 5 (76).—С. 135–153.
10. *Sitnik S. M.* Some problems in the modern theory of transmutations // Spectral Theory and Differential Equations (STDE-2012): Intern. conf. in honor of Vladimir A. Marchenko's 90th birthday. V. Verkin Institute for low temperature and engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine, V. Karazin Kharkiv National University. Book of abstracts.—Kharkiv, 2012.—P. 101–102.