ВЛАДИМИР МИХАЙЛОВ
ВЛАДИМИР МОСКОВКИН

ХАРЬКОВ

УДК 330.43

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ ПРИ ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЕ ПРЕДПРИЯТИЯ

Логистическая кривая, описывающая самоограниченный процесс роста какого-либо показателя в социально-экономических или производственно-экономических системах, впервые была предложена в 1838 г. бельгийским математиком Пьером-Франсуа Верхульстом [1 – 3] при изучении динамики численности населения. В 1920 г. эта кривая была переоткрыта Пирлом и Ридом [3, 4] при изучении роста численности населения США, начиная с 1790 г. Позднее она стала широко использоваться во многих областях науки и техники, там, где наблюдаются процессы самоограниченного роста, обусловленные внутривидовой конкуренцией [3]. История вопроса использования логистической кривой при изучении инновационных процессов (Кондратьев, Мэнсфилд, Сахал и др.) подробно рассмотрена в работе [2]. Р. Фостер [5] предлагал использовать эту кривую в качестве инструмента технологического прогнозирования и стратегического управления технологическими разрывами. Он рассматривал эту кривую в координатах: затраты на НИОКР – интегральная технологическая характеристика.

В классическом менеджменте и маркетинге торговой деятельности эта кривая находит отражение в функциях ответной реакции на рекламу и численность торгового персонала [6]. Эти функции предлагается использовать и в фармацевтическом маркетинге [7], но, к сожалению, без отождествления их с логистической кривой. Отметим, что они хорошо вписываются в известную экономическую модель типа «затраты – результат (выпуск)». Помимо логистической кривой, здесь используется также кривая Гомперца. Обе эти кривые в экономической литературе называются S-образными кривыми, они наиболее адекватны вышеуказанной модели «затраты – выпуск» при анализе инновационного процесса в контексте жизненного цикла продукта [7].

В рамках этой модели на основе вышеуказанных S-образных кривых в работе [9] выделены зоны (участки) экстенсивного и интенсивного роста результатов инновационной деятельности. В этой работе на основе статистического анализа инновационной деятельности 21 фармацевтического предприятий Украины было получено следующее уравнение эмпирической логистической кривой:

$$Y_{вр}=\frac{1975{,}558}{0{,}040958+exp(-0{,}013067X)}, \qquad (1)$$

где X – объем затрат на разработку и внедрение новых препаратов, тыс. долл. США; $Y_{вр}$ – выручка от реализации продукции, тыс. долл. США; коэффициент корреляции равнялся 0,996.

Прежде чем обсуждать уравнение (1), необходимо выяснить сущность логистической кривой и математический метод ее получения. При статистической аппроксимации различных социальных и экономических индикаторов с помощью логистической кривой часто забывают о том, что эта кривая получается из решения простейшего нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка [1 – 3]. В контексте, например, популяционной динамики это балансовое по своей сущности уравнение можно записать в виде [1 – 3]

$$\frac{dx}{dt}=a_0x-a_1x^2, \qquad (2)$$

где x – численность популяции; t – время; a_0 – коэффициент роста; a_1 – коэффициент внутривидовой конкуренции.

Решение этого уравнения, впервые полученное в 1838 г. Верхульстом, методами разделения переменных и интегрирования, имеет вид:

$$x(t)=\frac{a_0}{a_1}\left[1+\left(\frac{a_0}{a_1x_0}-1\right)exp(-a_0t)\right]^{-1}, \qquad (3)$$

где $x(t=0)=x_0$ – начальное условие, используемое при решении уравнения (2).

Учитывая, что $\frac{a_0}{a_1}=x_{cm}$ является устойчивым стационарным состоянием уравнения (2): $\lim\limits_{t\to\infty}x(t)=x_{cm}$, перепишем решение (3) в виде

$$x(t)=x_{cm}\left[1+\left(\frac{x_{cm}}{x_0}-1\right)exp(-a_0t)\right]^{-1}. \qquad (4)$$

Кривая, описываемая уравнениями (3) или (4), является классической логистической кривой, предложенной впервые Верхульстом.

Логистическая кривая, описываемая уравнением (3), имеет три параметра: a_0, a_1, x_0, имеющие вполне определенный экологический, экономический или другой смысл в зависимости от области исследования.

Сравнивая эмпирическую зависимость (1) с теоретической (3) или (4), становится ясно, что исходное дифференциальное уравнение для первой кривой должно иметь вид

$$\frac{dY_{вр}}{dX}=a_0Y_{вр}-a_1Y_{вр}^2. \qquad (5)$$

Решение этого уравнения по аналогии с решением (4) запишем в виде

$$Y_{вр}(x)=Y_{вр.cm}\left[1+\left(\frac{Y_{вр.cm}}{Y_0}-1\right)exp(-a_0x)\right]^{-1}. \qquad (6)$$

Чтобы определить конкретные значения параметров модели (5), приведем решение (6) к виду (1):

$$Y_{вр}(x)=\xi Y_{вр.ст}\left[\xi+exp\left(-a_0x\right)\right]^{-1}. \qquad (7)$$

где $\xi=Y_0\left(Y_{вр.ст}-Y_0\right)^{-1}$.

Следовательно, $\xi=0{,}040958$, $a_0=0{,}013067$ (тыс. долл.)$^{-1}$, $Y_{вр.ст}=1975{,}558/0{,}040958=48233{,}75$ (тыс. долл.).

Таким образом, мы определили коэффициент роста исходной логистической модели (5): $a_0=0{,}013067$ (тыс. долл.)$^{-1}$ и ее стационарный уровень (уровень насыщения): $Y_{вр.ст}=48{,}2$ млн долл., который характеризует максимальный уровень выручки от реализованной продукции для рассматриваемой совокупности фармацевтических предприятий. Смысл коэффициента роста продаж состоит в том, что при ничтожно малых объемах продаж, когда $Y^2_{\hat{a}\eth}\approx 0$, каждый доллар затрат на НИОКР приводит к росту выручки от продаж на 1,3%. Коэффициент a_1 в модели (5) можно назвать коэффициентом сдерживания роста продаж, и в нашем случае он равен $a_1=\frac{a_0}{x_{ст}}=2{,}71\cdot10^{-7}$ (тыс. долл.)$^{-2}$.

Дифференциальное уравнение (5), в отличие от самой логистической кривой (6), позволяет количественно оценивать эффективность инновационных затрат и более строго выделять участки экстенсивного и интенсивного роста продаж на логистической кривой, рассмотренные в работе [9]. Действительно, инновационные затраты X будут считаться эффективными, если $\frac{dY_{вр}}{dx}>1$, то есть когда прирост инновационных затрат приводит к большему приросту выручки от реализации продукции.

Вышеуказанный критерий эффективности затрат на НИОКР примет вид:

$$a_0Y_{вр}-a_1Y_{вр}^2>1\Leftrightarrow Y_{вр}^2-\frac{a_0}{a_1}Y_{вр}+\frac{1}{a_1}<0,$$

откуда

$$\frac{a_0}{2a_1}-\frac{\sqrt{a_0^2-4a_1}}{2a_1}<Y_{вр}<\frac{a_0}{2a_1}+\frac{\sqrt{a_0^2-4a_1}}{2a_1}. \qquad (8)$$

Отсюда следует, что область эффективности затрат на НИОКР существует при $a_0^2>4a_1$, так как в противном случае $\frac{dY_{вр}}{dx}<1$. Отметим, что в нашем случае $a_0^2>4a_1$ выполняется. Неравенство (8) в нашем конкретном случае примет вид: $77{,}5<Y_{вр}<48140{,}2$.

Следовательно, эффективность затрат на НИОКР достигается в очень широком диапазоне показателя $Y_{вр}$. Поэтому целесообразно использовать более сильный критерий, например в случае, когда $\frac{dY_{вр}}{dx}>10$, получим $778{,}6<Y_{вр}<47140{,}2$, а при $\frac{dY_{вр}}{dx}>100$ получим $9540{,}6<Y_{вр}<38677{,}1$. Теперь на основе уравнения (1) можно определить соответствующие интервалы изменения показателя x.

Например, для последнего интервала значений $Y_{вр}$ при $\frac{dY_{вр}}{dx}>100$ получим $137{,}4<x<351{,}5$. Здесь x так же, как и $Y_{вр}$, измеряется в тыс. долл.

В общем случае критерий $\frac{dY_{вр}}{dx}>n$, где $n>1$, сводится к следующей системе неравенств:

$$\frac{a_0-\sqrt{a_0^2-4a_in}}{2a_i}<Y_{вр}<\frac{a_0+\sqrt{a_0^2-4a_in}}{2a_i}. \qquad (9)$$

Из системы неравенств (9) видим, чем больше n, тем уже интервал эффективности затрат на НИОКР. Этот интервал вырождается в точку $Y_{вр}=\frac{a_0}{2a_1}$, которая соответствует точке перегиба логистической кривой при $n=\frac{a_0^2}{4a_1}$. Для эмпирической логистической кривой (1) получим $n=158$.

Найденное значение n находится также из уравнения (5) при подстановке в него $Y_{вр.}=a_0/2a_1$. Эти расчеты показывают, что полученная в работе [9] логистическая кривая (1) имеет очень крутой подъем с быстрым выходом (по переменной x) на стационарное значение $Y_{вр.\,ст}$.

Для формализации процедуры выделения участков экстенсивного и интенсивного роста продаж в зависимости от затрат на НИОКР на логистической кривой следует разбить область координат этой кривой $\frac{dY_{вр}}{dx}>1$ на два участка:

$$\mathbf{1.}\ 1<\frac{dY_{вр}}{dx}<n_{кр}\,;\ \mathbf{2.}\ n_{кр}<\frac{dY_{вр}}{dx}<\frac{a_0^2}{4a_1}, \qquad (10)$$

где $n_{кр}$ – некоторый, заранее оговоренный, уклон логистической кривой, который отделяет участок экстенсивного роста продаж от участка интенсивного роста; $\frac{a_0^2}{4a_1}$ — максимальный уклон логистической кривой в точке ее перегиба.

Данный подход позволяет выделить большее количество критических уровней и разработать классификацию инновационной деятельности предприятия по степени ее эффективности. Например, при выделении трех критических уровней: $n_{кр.1}$, $n_{кр.2}$ и $n_{кр.3}$ получим пять участков с различной степенью эффективности роста продаж в зависимости от затрат на НИОКР:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{1.}\ 1<\frac{dY_{вр}}{dx}<n_{кр.1} - \text{очень слабая интенсивность;}\\
&\mathbf{2.}\ n_{кр.1}<\frac{dY_{вр}}{dx}<n_{кр.2} - \text{слабая интенсивность;}\\
&\mathbf{3.}\ n_{кр.2}<\frac{dY_{вр}}{dx}<n_{кр.3} - \text{средняя интенсивность;} \qquad (11)\\
&\mathbf{4.}\ n_{кр.3}<\frac{dY_{вр}}{dx}<n_{кр.4} - \text{сильная интенсивность;}\\
&\mathbf{5.}\ n_{кр.4}<\frac{dY_{вр}}{dx}<\frac{a_0^2}{4a_1} - \text{очень сильная интенсивность}
\end{aligned}$$

Итак, рассмотренная методология оценки эффективности затрат на НИОКР, справедливая для наукоемких предприятий любой отрасли народного хозяйства, состоит в следующих этапах.

1. Проделывается статистическая аппроксимация объемов продаж в зависимости от затрат на НИОКР в виде логистической кривой.

2. По виду эмпирической логистической кривой проводится восстановление параметров уравнения Верхульста (5).

3. На основе уравнения (5), логистической кривой и критериев эффективности затрат на НИОКР (10), (11) определяются соответствующие интервалы эффективности по переменным $Y_{вр}$ и x.

Данная методология имеет достаточно универсальный характер и справедлива для анализа различных видов функций ответной реакции на определенные воздействия (затраты на рекламу, затраты на расширение сети торговых представителей и т. д.), рассматриваемых в контексте модели «затраты – выпуск». ■

ЛИТЕРАТУРА

1. VERHULST P.-F. NOTICE SUR LA LOI QUE LA POPULATION SUIT DANS SON ACCROISSEMENT // CORRESPONDENCE MATHEMATIQUE ET PHYSIQUE.– BRUXELESS, 1838.– TOME 10.– P. 113 - 121.

2. МОСКОВКИН В. ОСНОВЫ КОНЦЕПЦИИ ДИФФУЗИИ ИННОВАЦИЙ // БИЗНЕС ИНФОРМ.– Х., 1998.– № 17-18.– С. 41 - 48.

3. МОСКОВКИН В., ЖУРАВКА А. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРЕНТНО-КООПЕРАЦИОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ (КОНТЕКСТ УРАВНЕНИЙ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ В СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ) // БИЗНЕС ИНФОРМ.– Х., 2002.– № 5-6.– С. 27 - 34.

4. PEARL R., REED L. J. ON THE RATE GROWTH OF THE POPULATION OF THE UNITED STATES SINCE 1790 AND ITS MATHEMATICAL REPRESENTATION // PROC. NAT. ACAD. SCI. USA, 1920.– VOL. 6.– P. 274 - 288.

5. ФОСТЕР Р. ОБНОВЛЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВА: АТАКУЮЩИЕ ВЫИГРЫВАЮТ.– М.: ПРОГРЕСС, 1987.– 272 С.

6. DOYLE P. MARKETING MANAGEMENT AND STRATEGY.– PRENTICE HALL EUROPE, 1999.

7. УСЕНКО В. А. ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ МАРКЕТИНГ // ПРОВИЗОР.– Х., 2000.– № 4.– С. 6 - 10; № 6.– С. 6 - 10.

8. ТИТОВ А. Б. МАРКЕТИНГ И УПРАВЛЕНИЕ ИННОВАЦИЯМИ.– СПБ.: ПИТЕР, 2001.– 240 С.

9. ПОСИЛКІНА О. В. ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛЕЖНОСТІ ЕФЕКТИВНОСТІ ДІЯЛЬНОСТІ ХІМІКО-ФАРМАЦЕВТИЧНИХ ПІДПРИ□МСТВ ВІД РІВНЯ ЇХ ІННОВАЦІЙНО-ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОТЕНЦІАЛУ // ВІСНИК ФАРМАЦІЇ.– Х., 2002.– № 1 (29).– С. 58 - 63.

Материал предоставлен 10.12.02 г.

ВЛАДИМИР МОСКОВКИН
АНДРЕЙ ЖУРАВКА
ВЛАДИМИР БРУК

ХАРЬКОВ

УДК 330.46

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНКУРЕНТОВ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ БИЗНЕС СИСТЕМАХ

В работе [1] был предложен «закон распределения конкурентов», который носит универсальный характер, так как справедлив для объектов различной природы. В этой работе были рассмотрены около 20 «наборов однотипных объектов», состоящих из мелких и крупных объектов. Сделано предположение, что крупные объекты возникают в результате объединения мелких в процессе «свободной конкуренции», приводящей к определенному закону распределения объектов по их «массе». Роль этой массы в различных наборах объектов играют величины, за которые ведется конкурентная борьба [1]. При рассмотрении примеров из рыночной экономики в вышеуказанной работе отмечалось, что в условиях конкуренции любая фирма стремится увеличить свой доход, сферу деятельности и число своих работников за счет погашения более мелких фирм, так что условно все фирмы можно считать «хищниками», функционирующими в условиях «естественного отбора». Здесь автор работы [1] фактически рассматривает не конкурентные отношения, а отношения типа «хищник-жертва» (или «эксплуататор-жертва»), которые описываются в популяционной динамике различными системами обыкновенных дифференциальных уравнений. В дальнейшем мы будем полагать, что в рассматриваемых бизнес системах происходят как конкурентные взаимодействия, так и взаимодействия типа «хищник-жертва».

Для объяснения «закона распределения конкурентов» в работе [1] была построена физическая теория, основанная на анализе процесса слипания (коагуляции) частиц при взаимных столкновениях с сохранением их массы до и после столкновения. Применимость этой теории, например, к финансовому рынку объяснялась двумя факторами: *1)* экспоненциальным характером прироста состояний («деньги делают деньги»); *2)* потоком денег, вытекающих из обширного «резервуара» мелких владельцев денег ко все более крупным.

В результате действия этих факторов происходит самоорганизация финансового рынка и устанавливается определенное и неравномерное распределение «объектов» по их «финансовому весу» в виде степенной (гиперболической) математической зависимости.

В работе [2] предыдущее исследование было развито более строго в синергетическом аспекте. В этой работе сделан вывод, что состояние банковской системы представляет собой в рамках физической аналогии стационарное, далекое от равновесного, состояние, в котором система поддерживается постоянным потоком денежной массы, что соответствует динамике, а не статике.

При этом причиной неравновесности банковской системы является непрерывная конкурентная борьба, которую банки ведут между собой за увеличение своих доходов.

Ранговый анализ многих сложных иерархических систем с сильными взаимодействиями между их подсистемами показывает, что зависимость изучаемого показателя E от ранга R ($R=1$ соответствует максимальному значению показателя E) с большой степенью точности описывается степенной функцией [1,2].

$$E(R)=\frac{a}{R^{\xi}}, \qquad (1)$$

где величина ξ близка к единице.

В работе [2] было получено ранговое (рейтинговое) распределение коммерческих банков Украины по капиталам на уровень 1997 г. в виде функции (1) со следующи-