ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ,

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование, профиль Математика,
заочной формы обучения, группы 02041556
Друзенко Ксении Михайловны

Научный руководитель
к. ф.-м. н., доцент
Мотькина Н.Н.

БЕЛГОРОД 2019

Оглавление

Введение 3
ГЛАВА 1. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 6
1.1. Понятие «Текстовая задача», ее роль и функции в обучении математики.. 6
1.2. Классификация текстовых задач в школьном курсе математики 10
1.3. Психолого-педагогические основы формирования умений решать текстовые задачи 15
ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ... 19
2.1. Этапы решения текстовых задач и приемы их выполнения 19
2.2. Способы и методы решения текстовых задач 26
2.3. Особенности обучения решению текстовых задач на составление уравнений и их систем в 7 – 9 классах 31
ГЛАВА 3. ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ 37
3.1. Диагностика степени сформированности умений обучающихся решать текстовые задачи по математике 37
3.2. Разработка программы элективного курса: «Решение текстовых задач» 43
Заключение 47
Список использованной литературы 49
Приложение 52

Введение

Актуальность. Вопрос формирования умений и навыков решения задач у учащихся является одним из главных вопросов в методике обучения математики.

Текстовые задачи выполняют разные функции в школьном курсе математики. Главным средством усвоения учениками понятий и методов школьного курса математики считаются задачи. Велика в развитии мышления учащихся роль текстовых задач, также текстовые задачи имеют большое значение в математическом воспитании облучающихся, в формировании у них навыков и умений в использовании математики на практике.

Вопрос по формированию умения решать текстовые задачи на уроках математики в настоящее время очень актуален, потому что у большинства обучающихся основной школы при решении задач возникают трудности. Причин возникновения трудностей очень много и все они взаимосвязаны. У большинства обучающихся это страх перед самой задачей. Это чувство появляется из-за того, что ученики не могут правильно установить, что известно и что нужно найти в задаче, не имеют основных представлений о процессах, которые рассматриваются в задаче, не могут правильно установить, что дано и что надо найти в задаче.

Еще одной не менее важной проблемой является незнание этапов решения задачи непонимание своих действий на каждом из этапов, неумение решать уравнения и системы уравнений. Учащиеся, не справляющиеся с текстовыми задачами обычно не знают общих приемов решения задач.

Индивидуальные особенности ученика, могут стать причиной неумения решать текстовые задачи. Возможно, у него затруднено восприятие, плохая память, а также слабое владение синтезом и анализом.

Обучающиеся, которые интересуются математикой, безусловно, умеют решать задачи. Следовательно, если мы научим детей владеть умениями решать текстовые задачи, то мы окажем влияние на их интерес к математике.

Процесс по решению задач по определенным методикам оказывает положительное влияние на интеллектуальное развитие обучающихся, так как он требует выполнения следующих умственных операций: синтеза и анализа, абстрагирования и конкретизации, обобщения и сравнения.

Текстовые задачи, особенно практически ориентированные, обеспечивают взаимосвязь математики с настоящей жизнью ученика. Умение решать текстовые задачи является показателем способности к дальнейшей самостоятельной учебной деятельности и обучаемости.

В обучении математике задачи выступают как цель и средство обучения. Именно этим и обусловливается их роль в ходе обучения математике. Кроме того задачи служат основным дидактическим целям, творческое мышление обучающихся, выполняют познавательную роль в обучении, формируют всю систему знаний.

Проблема исследования - выявление особенностей решения текстовых задач путем составления уравнений и систем уравнений.

Объект исследования - текстовые задачи в школьном курсе математики.

Предмет исследования - обучение решению текстовых задач обучающихся 9 класса.

Цель дипломной работы: исследовать особенности и пути улучшения у обучающихся умение решать текстовые задачи путем составления уравнений и систем уравнений.

Задачи дипломной работы:

– Определить место и роль текстовых задач в обучении математики;

– Рассмотреть типологию текстовых задач и этапы их решения;

– Изучить психолого-педагогические и учебно-методические материалы по этой теме;

– Выявить уровень сформированности умений обучающихся решать текстовые задачи по математике;

– Разработать программу элективного курса «Решение текстовых задач».

Гипотеза: если использовать разработанную методику обучения решению текстовых задач в основной школе, то уровень умений и навыков учащихся повысится, что в дальнейшем будет способствовать хорошей подготовкой к ОГЭ.

Практической значимостью работы является то, что итоги могут быть применены учителями при обобщении и систематизации знаний обучающихся.

Дипломная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы и приложения.

ГЛАВА 1. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1. Понятие «Текстовая задача», ее роль и функции в обучении математики

Текстовые математические задачи в российском школьном образовании практически всегда занимали особое место. Издавна обученными считались обучающиеся, которые могли решать задачи определенных типов, которые встречаются на практике. Предполагалось, что наиболее результативным средством формирования математической деятельности обучающихся являлось обучение «через задачи» [13]. Решение текстовых задач выступает и как цель и как средство обучения. Одним из основных критериев уровня математической подготовки обучающихся является умение решать текстовые задачи.

В учебнике Ивановой Т.А. и статье Шаровой О.П. [30, 33] текстовые задачи являются подразделом сюжетных.

«Задача, в которой зависимость между условием и требованием сформулирована словами, называется *текстовой*. Если в текстовой задаче речь идет о реальных объектах, процессах, связях и отношениях, то задача называется *сюжетной*» [33].

В методико-математической и психолого-педагогической литературе выделяют различные трактовки понятия «текстовая задача».

• «Под текстовыми задачами подразумевают задачи, имеющие житейское, физическое содержание» [22, С. 5].

• «Задача – это сформулированный словами вопрос, ответ на который можно получить арифметическим...», алгебраическим или графическим способом [21, С. 111].

• «Текстовая задача есть описание некоторой ситуации (ситуаций) на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между его компонентами или определить вид этого отношения» [26, С. 43].

• Любая задача «представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в ней» [31, С. 6].

Из данных трактовок видно, что в задаче обязательно должен быть заключен какой-то вопрос, а само условие текстовой (сюжетной) задачи является примером какой-либо практической ситуации, встречающейся в жизни. Если нет вопроса, то нет и задачи. Так как ответ на вопрос задачи может быть получен путем совершения некоторых арифметических действий или с помощью уравнений и неравенств, то в ней должно заключаться требование найти то или иное число (или числа). Кроме того, в условии задачи должны быть указаны те числа, с помощью действий над которыми будет найдено искомое. Выбор действия будет зависеть от связей между данными, которые также в явном или неявном виде даны в условии задачи.

Заинтересованность к текстовым задачам в целом понятна. Решение связано с формированием наблюдательности, сообразительности, логического мышления.

Благодаря умению решать текстовые задачи у обучающихся развивается не только логическое мышление, но и образное, повышалось общее развитие учеников, и это все повышало эффективность обучения математике и смежных с ней наук.

К тому, что в условиях научно-технического прогресса труд приобретает более творческий характер обучающихся необходимо готовить с начальной ступени. Одной из целей обучения математики является научить обучающихся решать текстовые задачи. Целенаправленное и систематическое формирование умения решать задачи является одной из целей обучения математики.

Решить задачу – это значит провести логическую верную последовательность операций и действий, с имеющимися в задаче явно или косвенно числами, отношениями, величинами, выполнить требование задачи, т.е. ответить на ее вопрос.

В методических пособиях занижена роль и место задач в обучении математики. Так, например, в книге «Педагогика математики» А. А. Столяра обучение через задачи представляет собой схему «задачи - теория - задачи», в которой задачи рассматриваются автором как источник возникновения теории, а так же как средство ее применения.

Когда ученик решает задачу, важно как он эмоционально воспринимает эту задачу, это восприятие способствует активному воздействию на деятельность творческого воображения. Воображение, проявляющееся в ответ на стремление и побуждение учащихся, находит реализацию в их творческой деятельности. [10].

На уроках математики ученики владеют всеми имеющимися формами мышления, такими как: понятия, суждения, умозаключения [9]. Для того, чтобы научиться решать текстовые задачи нужно решать разные задачи, используя разные способы решения, анализируя решения, сравнивая их, в итоге ученики найдут преимущества и недостатки в любом определенном случае и предпочтут для себя более оптимальный метод для решения задачи.

Как мы уже говорили, роль задач в обучении математики велика. Задачи имеют многостороннее значение в процессе обучения школьников математике. Так же они служат разным конкретным целям обучения, выполняют разнообразные дидактические функции. Любая учебная задача обязана нести в себе вместе с ведущей функцией и другие, реализация которых способствует повышению эффективности использования задач в обучении [8].

Предварение изучения математической теории постановкой задач дает возможность учителю использовать на своих уроках элементы проблемного обучения, для лучшего усвоения материала учащимися. Использование проблемного обучения способствует более осознанному овладению математической теорией, влияет на формирование интереса к изучаемому предмету.

В процессе решения текстовых задач реализуются образовательные, развивающие и воспитательные цели. Решение текстовых задач полноценно сформировывают у ребенка познания, которые установлены в образовательной программе. Учащиеся знакомятся с неизвестными ситуациями, которые описаны в задаче, познают различные способы решения [2]. Тем самым учащиеся приобретают математические знания и увеличивают свое математическое образование.

Текстовые задачи по математике являются очень хорошим образцом, как теория связана с практикой и применение в жизни. Задачи готовят к практической деятельности в будущем, к решению задач, тех, что выдвигает жизнь. Когда ученики решают задачи, они углубляются и расширяют свои представления о жизни. И все это формирует у обучающихся практические навыки и умения, такие как подсчитать ремонт квартиры, рассчитать время от школы до дома, и т.д.[11].

Решая текстовые задачи, ученики формируют у себя внимательность, сосредоточенность и усидчивость. Сложные задачи требуют от учащихся проявления упорства и настойчивости в преодолении трудностей. На интеллектуальное развитие учеников процесс решения задач оказывает только положительное влияние.

Следовательно, решая математические задачи, обучающиеся, помимо активного изучения содержания курса математики, приобретают умения мыслить творчески. Это отражается:

– в умении видоизменить заданную ситуацию с целью создать условия применимости того или иного метода, приема;

– в умении акцентировать и копить потенциально нужную информацию;

– в умении осуществлять самоконтроль, изучать результат решения;

– в умении создавать на основе одной задачи новые

1.2. Классификация текстовых задач в школьном курсе математики

Существуют различные виды текстовых задач. Умение их различать помогает правильно сориентироваться в выборе более эффективного способа ее решения.

В текстовых задачах школьного курса алгебры можно выделить 6 групп: задачи «на движение», задачи «на работу», задачи «на проценты», задачи «на концентрацию» и задачи «на прогрессии», задачи с экономическим содержанием [17].

1. Задачи «на движение»

Системы уравнений, которые составляются на основании условий задач на движение, как правило, содержат такие величины, как скорости движущихся объектов, расстояние, время, ускорение, а также скорость течения воды (движение по реке) [22, 29].

Решая такие задачи для разных типов движения нам нужно выделить некоторые особенности.

1) Движение на отдельных участках считается равномерным, а пройденный путь S определяется по формуле S = t v, где v - скорость, t - время;

2) Повороты движущихся тел считаются мгновенными, т. е. происходят без затрат времени. При этом скорость (если задана в условии) также меняется мгновенно;

3) Скорость считается всегда величиной положительной;

4) При движении объекта по течению реки, скорость течения которой равна u, а собственная скорость объекта в стоячей воде равна v, скорость объекта относительно берега будет равна $u+v$. При движении объекта против течения реки, его скорость относительно берега будет равна $v-u$, при этом должно выполняться неравенство $v>u$;

5) Когда в условии задачи говорится о движении плотов, то можно считать, что плот имеет ту же скорость, что и течение реки [16, 21, 26].

2. Задачи «на работу»

Задачи такого типа содержат в себе информацию о выполнении некоторой работы несколькими субъектами (рабочими, насосами, механизмами и т. п.). Объём работы в таких задачах обычно не указывается и не является искомым, а также предполагается, что выполняемая работа проводится равномерно, т.е. с постоянной производительностью для каждого субъекта [22, 27].

В задачах на работу системы уравнений содержат следующие величины: t – время выполнения работы; p – производительность, т.е. работа, производимая за единицу времени; A – работа, выполняемая за время.

Эти три величины связаны соотношением . p = A/t

В подобных задачах в качестве работы может выступать объём жидкости, выливаемой из бассейна или наливаемой в бассейн. Обычно величина выполняемой работы нас не интересует, поэтому удобнее принимать объём всей работы или бассейна за единицу, т. е. A=1 [16, 21, 26].

3. Задачи «на концентрацию»

В задачах этого типа основным является понятие «концентрация». Решение задач основано на использовании следующих определений:

– массовая концентрация вещества в смеси;

– процентное содержание вещества в смеси;

– объёмная концентрация вещества в смеси;

– объёмное процентное содержание компоненты.

Также необходимо знать следующие допущения:

1) все рассматриваемые смеси (растворы, сплавы) однородны;

2) не делается различия между литром как единицей ёмкости и литром как единицей массы;

3) отсутствуют химические и другие реакции между компонентами раствора [16, 21, 26].

4. Задачи «на проценты»

Существуют три основных вида задач «на проценты»:

1) найти число a, составляющее n процентов от числа b.

Решение: $a = 0{,}01n \cdot b$.

2) обратная задача: найти число b, если n процентов от него равно a.

Решение:

$$b = \frac{a}{0{,}01n}.$$

3) найти, сколько процентов составляет числоa от числа b.

Решение:

$$n = \frac{100a}{b}$$

5. Задачи «на прогрессии»

Арифметическая прогрессия – числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом d (разность арифметической прогрессии):$a_{n+1} = a_n + d$

Формула разности:

$$d = a_{n+1} - a_n$$

Формула n-го (общего) члена арифметической прогрессии:

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

Формулы суммы n первых членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} * n$$

Геометрическая прогрессия – числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля, а каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число q (знаменатель геометрической прогрессии), не равное нулю:

$$b_{n+1} = b_n * q, q \neq 0, b_1 \neq 0, n \in N$$

Формула знаменателя:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

Формула n-го (общего) члена геометрической прогрессии:

$$b_n = b_1 * q^{n-1}$$

Формулы суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$$

6. Задачи с экономическим содержанием

Задачи условно можно разделить на два вида, использующих соответственно дискретные модели (проценты, погашения кредитов, прибылях и убытках) и непрерывные модели (различные производства, протяженные во времени, объемы продукции).

При чтении условия экономической задачи можно встретить такие величины как сумма кредита, процентная ставка, периодическая выплата по кредиту, стоимость ценной бумаги и другие [9, 10].

Так же выделяют еще одну классификацию текстовых задач *по способу решения*:

– арифметический способ (решение текстовой задачи с помощью чисел и знаков арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления, т. е. с помощью нескольких действий над числами, связанными между собой);

- алгебраический способ (решение с помощью введения новых переменных и составления уравнения или неравенства);

- геометрический способ (решение задачи путем построения геометрических фигур и использования их свойств);

- графический способ (решение текстовой задачи с помощью графика в системе координат);

- схематический способ (решение задачи с помощью схемы).

Эта классификация условна, так как одна и та же задача может быть решена различными способами.

Таким образом, текстовые задачи представляют собой традиционный раздел элементарной математики. Решение данных задач содействует формированию сообразительности, логического мышления, наблюдательности. В текстовых задачах речь идёт о конкретных ситуациях из практической деятельности. Они позволяют проверить не только навыки в решении уравнений и их систем, но и умение описывать с помощью математических соотношений реальные события. Задачи оказывают положительное влияние на умственное развитие школьников, так как они требуют выполнения умственных операций: анализа и синтеза, сравнения и обобщения.

1.3. Психолого-педагогические основы формирования умений решать текстовые задачи

Математика может сыграть большую роль в формировании некоторых качеств, необходимых современному человеку.

Человек обучается мыслить постепенно в процессе практики в жизни, в общении, но в обучении особенно. Важным качеством мышления считается его логичность. Это ценное качество возникает и развивается в процессе обучения математики [19].

Решение текстовых задач требует применения разных мыслительных умений. Ученики должны суметь: проанализировать заданную ситуацию, сопоставить данные и искомые данной задачи с решенными ранее, выявить скрытые свойства данной ситуации; сконструировать простейшие математические модели, осуществлять мысленно эксперимент; синтезировать, выбирать полезную для решения задачи информацию, систематизировать ее четко и кратко, в виде текста, графически, символически и т.д. По этой причине во время обучения учащихся решению текстовых задач нужно учитывать свершения нынешней педагогики и психологии.

Задачей общеобразовательного учреждения является то, что нужно привить обучающимся умения и навыки, которые позволяют им стремительно включаться в исследовательскую и творческую деятельности, а кроме того создавать и совершенствовать у них данные умения [3].

Вся математика начинается с некоторой проблемы загадки, а не со счета, как многие привыкли думать. И обычно эта загадка предполагает математическую текстовую задачу, в которой присутствуют не только математические сведения, но и еще определенный сюжет [3].

К сожалению, решению текстовых задач по математике в школьной программе выделяется мало внимания. Во время решения математической задачи развивается способность догадываться, просчитывать предварительно результат, искать верные пути даже в самых непонятных условиях.

Умение решать такие задачи является одним из основных в жизни человека, следовательно, способность решать некоторые математические задачи имеет практическое использование [13].

Одной из основных функций решения текстовых задач считается роль развития и формирования у учеников единых ключевых навыков и умений решения разных математических задач. Только с помощью решения большого количества задач можно развить единые умения. Многие учителя так и делают, предлагают обучающимся большое количество задач и тратят много времени на объяснение и решение этих задач. К сожалению, не всегда можно добиться нужного результата. Больше половины учеников решают однотипные задачи, с малознакомой задачей они не имеют представления, что с ней делать.

Это говорит о том, что сами обучающиеся недостаточно прилагают усилий [10]. Еще может быть, что учитель не смог понятно и доступно донести материал ученику. Для достижения хорошего итога, нужно больше практики, чтобы учащиеся сумели отработать всё вплоть до автоматизма имеющиеся методы решения задач, но еще и предложить свои комбинации.

Учителю нужно создать все необходимые условия для формирования умения решения текстовых задач, обучающемуся в свою очередь нужно приложить максимум стараний с целью овладения нужными методами решения таких задач.

Теоретические познания о типологии и стадиях решения задач нужны обучающимся с целью решать разнообразные задачи целенаправленно и осознанно, а не только по аналогии с ранее решенными задачами.

Сами задачи следует расценивать как объекты для анализа, а решение, как изобретение способа решения. Для этого нужно применять следующие принципы дидактики [18]:

Принцип научности. Данный принцип заключается в постепенном введении научных терминов в учебный процесс. В основе данного принципа педагог обязан ориентировать учащихся на проведение анализа собственной работы, а также на умение доказывать свою точку зрения.

Принцип последовательности и систематичности. Данный принцип подразумевает обучение и овладение знаний в определенной системе, порядке. Содержание и процесс обучения выстроен логически, с соблюдением ряда правил. Обучающиеся постепенно овладевают навыками и знаниями и одновременно происходит применение этих знаний на практике.

Принцип связи обучения с практикой. Этот принцип предусматривает возможность учащихся использовать полученные знания в решении практических задач. Для этого нужно проводить анализ и преобразовывать некоторые примеры из жизни, а также формировать личные взгляды.

Для того, чтобы уметь проводить анализ того или иного вида деятельности, в том или ином возрасте, нужно учитывать возрастные особенности [10].

Обычно у обучающихся 7-9 классов изучение нового материала вызывает равнодушие и тяготит их. Они пытаются излагать материал «своими словами», протестуют, если педагог требует от него четкого воспроизведения определений и формул[6].

Нужно знать особенности подросткового возраста, его физиологические и психические особенности развития, чтобы найти правильные средства и приемы воспитания и обучения. Нужно учитывать то, что в этом возрасте происходит интенсивное и неравномерное физическое развитие. Прослеживается определенное возрастное расхождение в развитии сердечно - сосудистой системе. Результатом чего является головная боль, головокружения, быстрая утомляемость, нервозность. Подростки нарушают дисциплину в классе, иногда могут совершить несвойственные им поступки [6].

Один из важных факторов физического развития в этом возрасте является половое созревание. В данном возрасте подростки не могут контролировать свои чувства и поступки, сдерживать и верно направлять свои стремления. При организации учебно-воспитательной работы с подростками необходимо учитывать один из важных психологических новообразование данного возраста - половое созревание.

Повышенная возбудимость, резкие и частые смены настроения, неуравновешенность характера, всё это является характерными чертами подросткового возраста.

В 7 классе происходит формирование теоретического рефлексивного мышления. Ученик начинает рассуждать в чисто словесном плане. У подростка 7-ого класса активное развитие получают письменная и монологическая речь, чтение.

У обучающегося 8-ого класса с формированием воображения развивается теоретическое рефлексивное мышление, что дает толчок к творчеству.

При переходе из 8-го в 9-тый класс у обучающихся появляется овладение такими операциями, как аналогия, обобщение, классификация и т.п., устойчиво выражается рефлексивный характер мышления: ребята активно анализируют действия, которые они совершают.

В целом, общая картина работы подростков на уроках ухудшается. Обучающиеся могут не выполнить домашнее задание. У многих происходит изменение в почерке, он становится небрежным и непонятным. Некоторые ученики при решении математических задач не проявляют нужного прилежания и настойчивости. Попытки педагога заинтересовать учащихся интересными формами работы не приносят ожидаемого результата [19].

Математические задачи отображают разнообразные стороны жизни, они вносят полезную информацию, поэтому их решение является одним из основных звеньев в концепции воспитания, нравственного, трудового и патриотического в частности [19].

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

2.1. Этапы решения текстовых задач и приемы их выполнения

Л.М. Фридман и Е.Н. Турецкий определяют решение математической задачи, как процесс нахождения такой последовательности общих положений математики (определений, аксиом, теорем, правил, законов, формул), применяя которые к условиям задачи или к их следствиям (промежуточным результатам решения), мы получаем то, что требуется в задаче, то есть - ее результат [17,18].

Г.А. Балл определяет решение задачи, как некое воздействие на предмет задачи, которое в свою очередь определяет ее переход из исходного состояния, в состояние, которое требуется в задаче. Задача у которой предмет приведен в требуемое состояние, считается решенной и больше не является задачей [3].

Процесс решения задачи состоит из определенного количества этапов, которые начинаются с получения задачи до полного окончания решения задачи, одним из этих этапов и является выполнение решения задачи. Покажем и разберем этапы процесса решения задачи [12].

1. Анализ задачи – этап, с которого начинается решение задачи. Основной целью данного этапа является осмысление ситуации, описанной в задаче, а так же процесс выделение условия и требования, выделение всех отношений между объектами задачи.

Анализ задачи может проводиться по 2 направлениям:

– **Предметно-содержательный анализ** – это раскрытие условия задачи в целом, воссоздание реальной ситуации, моделью которой выступает сама задача. Данный анализ обычно проводят устно, и создаваемая на основе анализа задачная ситуация способствует формированию у ученика мыслительного вида сюжетной задачи.

– **Логико-семантический анализ** – это анализ текста задачи, при котором с целью определения величин, их значений и соотношений между ними, совершается разделение текста задачи на отдельные понятные условия и требования. Таким образом, выявляется структура задачи.

Рассмотрим приемы, которые используются на первом этапе решения задач:

• представление жизненной ситуации, описанной в задаче, выполняется при её чтении или слушании.

• постановка специальных вопросов:

- о чем говорится в задача?
- что известно в задаче?
- что неизвестно в задаче?
- что в задаче требуется найти?
- что обозначают те или иные слова в задаче?

• перефразировка текста – это замена данных в задаче описания некоторой ситуации другим описанием, которое сохраняет все отношения и связи. Вся лишняя информация при этом исключается, текст задачи преобразуется в форму, при которой возможен легкий поиск решения задачи.

2. Вторым этапом процесса решения задачи является построение схематической записи задач.

Схематическая запись – это модель, которая помогает переводить текст задачи со словесного в математический язык.

Представление записи схематично может быть в виде:

– схемы;
– таблицы;
– чертежа;
– рисунка;
– ключевых слов.

3. Исследование задачи и создание схематической модели являются нужными в главной мере для того, чтобы отыскать метод решения задачи. На этом этапе происходит осуществление поиска вариантов решения задачи. Третий этап следует закончить установлением взаимосвязей между данными

и разыскиваемыми величинами и упомянуть очередность использования этих взаимосвязей, то есть закончиться этот этап должен планом решения задачи.

Осуществить поиск можно двумя способами: от вопроса к данным задачи – *аналитический путь*; от данных к вопросу – *синтетический путь*. Анализ в форме рассуждения от искомого к данным делится на два вида: восходящий и нисходящий.

Суть общей схемы восходящего анализа состоит в следующем: пусть требуется доказать утверждение А. Подбираем такое утверждение В, из которого следует А. Затем отыскиваем утверждение С, из которого следует В, и т. д. до тех пор, пока находим путь решения задачи.

4. После нахождения способа решения задачи, происходит, собственно, выполнение решения. Четвертым этапом процесса решения будет этап изложения или осуществления решения. Большую значимость играет написание решения.

5. Пятый шаг – это проверка решения задачи. После выполнения решения, надо убедиться, что решение верное и удовлетворяет всем условиям задачи.

Проверка решения текстовых задач бывает двух видов: прямая и косвенная, и та и другая проверка бывает полной или неполной. Суть прямой полной проверки решения заключается в том, что мы убеждаемся в выполнении всех условий задачи, при найденных искомых значениях. Неполная проверка представляет собой проверку выполнения только некоторых условий. Косвенную проверку задачи можно выполнить путем составления и решения обратной задачи. Обратная задача составляется с помощью обмена ролями одного из искомых с каким – либо из данных.

6. Шестым этапом является изучение задачи, точнее необходимо установить, имеются ли у задачи еще решения, либо когда у задачи нет решения и т. д.

7. Седьмым этапом следует выражение ответа задачи.

8. Определение более рационального способа решения задачи (если таковой имеется) является восьмым этапом решение задачи.

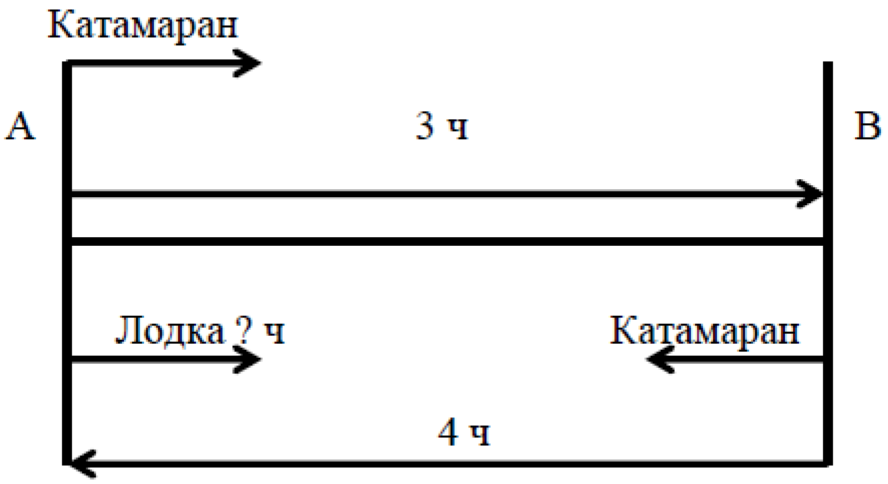
Решим текстовую задачу, подробно разбирая каждый этап.

Задача. Катамаран прошел по течению реки расстояние между двумя пристанями за 3 ч, а обратный путь он совершил за 4 ч. За сколько времени пройдет расстояние между пристанями лодка, выпущенная по течению реки, если скорость течения реки равна 3 км/ч?

1. *Анализ задачи*

Специальные вопросы	Возможные ответы
О чем говориться в задаче?	В задаче говорится о двух объектах: лодка и катамаран
Что нам известно о катамаране?	Катамаран совершает путь между пристанями по течению реки за меньшее время (3 ч), чем против течения (4 ч), т.к. имеет некоторую собственную скорость.
Что нам известно о лодке?	Лодка, двигается со скоростью реки 3 км/ч.
Что нам неизвестно в задаче?	Личная скорость катамарана; расстояние между пристанями; время, за которое лодка проплывет расстояние между пристанями
Что нам необходимо найти?	Время, за которое лодка проплывет расстояние между пристанями

2. Схематическая запись задачи



3. *Поиск пути решения задачи.* Необходимо найти время, которое лодка потратит на то, что бы проплыть расстояние между пристанями А и В. Нам нужно знать расстояние АВ и скорость течения реки, для того, чтобы найти время. Скорость течения реки равна 3 км/ч, а расстояние обозначим буквой s (км). Чтобы связать эти неизвестные с данными задачи (время движения катамарана по и против течения реки), нужно еще знать собственную скорость катамарана. Она тоже неизвестна, положим, что она равна v км/ч. Отсюда возникает план решения, заключающийся в том, чтобы составить систему уравнений относительно введенных неизвестных.

4. *Осуществление решения задачи.* Итак, пусть расстояние АВ равно s км, собственная скорость катамарана v км/ч, а искомое время движения лодки на пути в v км равно x ч. Тогда скорость катамарана по течению реки равна (V+3) км/ч. За 3 ч.катамаран, идя с этой скоростью, преодолел путь АВ в s км. Следовательно,

$$3\ (v + 3) = s\ \ (1)$$

Против течения катамаран идет со скоростью (v-3) км/ч и путь АВ в s км он проходит за 4 ч, поэтому

$$4\ (v - 3) = s (2)$$

Наконец, лодка, плывя со скоростью 3 км/ч, прошла расстояние sкм за xч, следовательно,

$$3x = s\ (3)$$

Уравнения 1 и 2 образуют систему уравнений относительно неизвестных s и v.Решим ее и найдем s=72 км и v= 21 км/ч. Выразим x из 3 уравнения и подставим известное расстояние, таким образом, мы найдем неизвестное x:

$$x = \frac{s}{3}, x = \frac{72}{3}$$

Найдем: *x*=24.

5. *Проверка решения.* Итак, мы выяснили, что лодка проплывает расстояние между пристанями за 24 ч. Следовательно, её скорость, равная скорости течения реки, равна $\frac{s}{24}$(км/ч). Скорость же катамарана по течению равна $\frac{s}{3}$(км/ч), а против течения $\frac{s}{4}$(км/ч). Для того чтобы убедиться в правильности решения, достаточно проверить, будут ли равны собственные скорости катамарана, найденные двумя способами:

1) от скорости катамарана по течению отнять скорость течения реки, то есть

$$\frac{s}{3} - \frac{s}{24}$$

2) к скорости катамарана против течения реки прибавить скорость течения реки, т.е.

$$\frac{s}{24} + \frac{s}{4}$$

Произведя вычисления, получаем верное равенство. Значит, задача решена правильно.

6. *Исследование задачи.* В данном случае этот этап решения не нужен.

7. *Ответ*: лодка проплывет расстояние между пристанями за 24 часа.

8. *Анализ решения.* Мы свели решение этой задачи к решению системы двух уравнений с двумя неизвестными. Нашли их и воспользовались одним из найденных неизвестных, а именно расстоянием. Можно предложить другое решение. Зная, что катамаран проплыл расстояние AB по течению реки за 3 часа, а против - за 4 часа, найдем, что за 1 час катамаран, идя по течению, проходит 1/3 часть этого расстояния, а против течения 1/4. Тогда

разность между ними 1/12, есть удвоенная часть расстояния АВ, проплываемая плотом за 1 час. Значит, лодка за 1 час проплывет часть 1/24 расстояния АВ, следовательно, все расстояние АВ не проплывет за 24 часа.

Обязательными из восьми этапов считаются пять. Это этап исследования задачи, поиска способа решения, реализации решения, проведение проверки решения и формулирования конечного ответа.

Оставшиеся три этапа не считаются обязательными и в основном используются в процессе решения сложных или особых задач. Наибольшую трудность для ученика представляет этап поиска решения задачи.

Из множества разных методов решения текстовых задач в школьном курсе алгебры обязательными для изучения являются: арифметический, алгебраический. Также нами выделен геометрический метод, применение которого иногда бывает рациональным. Для развития логического мышления, сообразительности и наблюдательности, необходимо учить школьников одну и ту же задачу решать разными способами.

2.2. Способы и методы решения текстовых задач

Будем пользоваться следующей трактовкой понятия «текстовая задача»: Задача, ответ на вопрос которой находится в результате выполнения арифметических действий над числами или в результате решения уравнений, неравенств и их систем, называется текстовой (сюжетной) задачей. Понятия «текстовая» и «сюжетная» задача в данном случае используются в одном и том же смысле, как и в работах многих ученых.

Основными способами решения текстовых задач являются арифметический и алгебраический.

При алгебраическом способе ответ на вопрос задачи находится в результате составления и решения уравнения, неравенства или их систем. В зависимости от выбора неизвестного для обозначения буквой, от хода рассуждений можно составить различные уравнения по одной и той же задаче. В этом случае можно говорить о различных алгебраических решениях этой задачи.

«Содержание раздела «Арифметика» служит базой для дальнейшего изучения учащимися математики, способствует развитию их логического мышления, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых в повседневной жизни» [24, С. 4]. Согласно Фундаментальному ядру содержания общего образования в содержание раздела «Арифметика» входит: «Решение текстовых задач арифметическим способом» [33, С. 37].

Каждая текстовая задача включает числа данные и искомые. В структуру задачи входят условие и вопрос (требование). В условии задачи указываются связи между данными числами, а также между данными и искомыми. Эти связи и определяют выбор арифметического действия или выбор неизвестного. В задаче может быть и несколько условий, которые могут называться элементарными. Требования могут быть сформулированы как в вопросительной, так и в повествовательной форме, их также может быть несколько. Величину, которую требуется найти, называют искомой величиной, а числовые значения искомых величин – искомыми, или неизвестными. Ответ на вопрос задачи получается в результате ее решения [35]. Установив эти связи, ребенок довольно легко приходит к пониманию смысла арифметических действий и значения понятий «при-бавить», «вычесть», «получится», «останется». Решая задачи, дети овладевают умением находить зависимость величин и смысловым чтением. Рассмотрим пример задачи.

Задача 1. Волк заметил зайчонка в двадцати метрах, когда тому до спасительного леса оставалось 250 м. Зайчиха-мать, желая отвлечь преследователя от детеныша, перебегает дорогу волку перед самым носом. Волк остановился в нерешительности, не зная чему отдать предпочтение – количеству или качеству мяса. Лишь одна секунда понадобилась волку, чтобы принять правильное решение. Какое решение должен был принять волк, и какой вывод сделать, если скорость зайчонка 540 м/мин, волка 600 м/мин, а скорость зайчихи не меньше скорости волка?

Данные числа: 20 м – расстояние между волком и зайчонком, 250 м – осталось зайчонку до спасительного леса, 1 сек – время, которое волк оставался на месте и думал, 540 м/мин– скорость зайчонка, 600 м/мин– скорость волка.

Связь между данными: зайчиха пробежала перед носом волка, скорость зайчихи не меньше скорости волка.

Решение нестандартных задач с занимательным сюжетом, условие которых завуалировано и является сложным (содержит в себе несколько условий) требует сформированности общеучебного УУД «смысловое чтение». Для решения таких задач «учащийся должен сам изобрести способ решения» [8, С. 35]. Именно в таких задачах смысловое чтение востребовано больше, чем в задачах школьного курса 5-6-х классов, но и в последних оно, естественно, тоже востребовано.

Все текстовые задачи, решаемые арифметическим способом, делятся на простые и составные. Это зависит от количества действий, выполняемых для их решения. Задача, для решения которой арифметическое действие нужно выполнить только один раз, называется простой. Задача, для решения которой надо выполнить несколько действий, называется составной.

В математике все методы решения задач можно разделить на эвристические и алгоритмические. Эвристический метод подразумевает отыскание основной идеи решения, одного из общих методов решения, называемого эвристикой. «Эвристики помогают квалифицированно делать попытки поиска решения» [8, С. 36]. Примеры эвристик: восходящий анализ, переформулирование, рассмотрение крайних случаев, выделение подзадач, «моделирование (составление схем, алгоритмов, графов разного уровня, уравнений, систем уравнений и др.)» [16, С. 73].

Алгоритмический метод подразумевает использование или составление алгоритмов при решении задач. Существуют алгоритмы распознавания (признаки делимости) и алгоритмы предобразования (алгоритмы по применению формул).

В ходе исследования можно условно выделить три способа решения текстовых задач, решаемых арифметическим способом:

1. Синтетический – последовательность выводов из условия задачи, в том числе, арифметических действий, приводящих к результату. Компонентами данного приема являются данные или найденные в предыдущем действии числа.

Решение задачи 1 (см. с. 13):

1) Если волк побежит за зайчихой-матерью, то не сможет её догнать, так как скорость её движения большая или равная скорости волка.

2) Если волк побежит за зайчонком: Так как волк отвлекся на 1 секунду, зайчонок успел пробежать 9 м (540 м/мин = 540м/60с=9 м/с). Следовательно, ему осталось бежать до спасительного леса 250 – 9 = 241 (м).

Сравним время, за которое волк и зайчонок доберутся до леса. 241/540 (мин) – время зайчонка.

$$\frac{270}{600} = \frac{27*9}{60*9} = \frac{243}{540}(\text{мин}).$$

Очевидно, что волку понадобится больше времени, чтобы добраться до леса, следовательно, он не сможет догнать зайчонка [12].

Ответ: Ни одного не поймает.

2. Индуктивное рассуждение – рассуждение с использованием рассмотрения конкретных (частных) ситуаций.

Задача 2. Мой дед старше моего отца на 32 года, а мой отец на столько же старше меня. Сколько сейчас лет каждому из нас, если три года тому назад нам всем вместе не было и ста лет? [13]

Решение:

Когда сын только родился, его отцу было 32 года, а деду 64 года.

Когда сыну исполнился 1 год, его отцу было 1 + 32 = 33 (года), а деду 1 + 64 = 65 (лет).

$1 + 33 + 65 = 99 < 100$

Когда сыну исполнилось 2 года:

$2 + 34 + 66 = 102 > 100$ – не подходит по условию.

Тогда сейчас сыну 1 + 3 = 4 (года), отцу 32 + 4 = 36 (лет), деду 64 + 4 = 68 (лет).

Ответ: Сейчас 4 года сыну, 36 лет отцу и 68 лет деду.

3. С помощью диаграмм – условие задачи отображаем в виде схемы.

Задача 3. У двух рыбаков спросили: «Сколько рыбы в ваших корзинах?» «В моей корзине половина числа рыб, находящихся в корзине у него, да еще 10», — ответил первый. «А у меня в корзине столько рыб, сколько у него, да еще 20», — сказал второй. Сколько же рыб у обоих? [14]

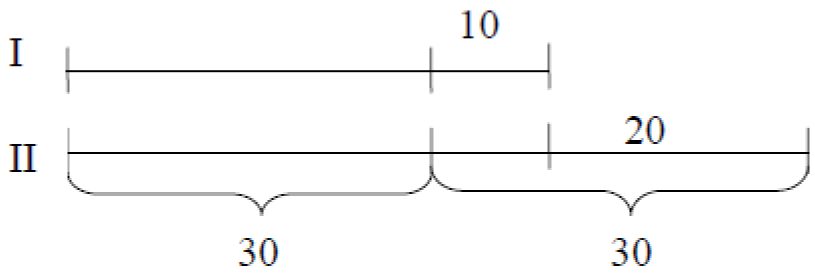


Рис.1. Модель текста задачи 3.

Решение:

После того, как найден способ решения, он переводится в знаково-символическую форму.

Половина рыб второго – это 10+20= 30(рыб). Тогда всего у второго 30 + 30 = 60 (рыб), а у первого 30 + 10= 40 (рыб). Следовательно, всего 60 + 40 = 100 (рыб).

Ответ: 100 рыб всего.

Из множества разных методов решения текстовых задач в школьном курсе алгебры обязательными для изучения являются: арифметический, алгебраический. Также нами выделен геометрический метод, применение которого иногда бывает рациональным. Для развития логического мышления, сообразительности и наблюдательности, необходимо учить школьников одну и ту же задачу решать разными способами.

По тому, насколько у учащегося развито умение решать текстовые задачи, можно судить об уровне его математического развития. Математику любят в основном те ученики, которые умеют решать задачи. Следовательно, научив детей решать задачи, мы окажем влияние на их интерес к математике и на развитие их мышления и речи. Развивать эти умения у учащихся учитель может применяя системно-деятельностный подход в обучении математике.

2.3. Особенности обучения решению текстовых задач на составление уравнений и их систем в 7 – 9 классах

Рассмотрим основные этапы, с помощью которых происходит формирование умения решать текстовые задачи с помощью уравнений. Изначально, ученики должны освоить задачи, готовящие их к использованию букв в составлении уравнения (составлять буквенное выражение, обозначать подходящую величину через x и выражать через x другие величины в соответствии с условием задачи).

Пример.

а) Решите задачу, с помощью составления числового выражения.

Мама купила раскраски по 20 руб. и 8 карандашей по 5 руб. Сколько мама заплатила за покупки?

б) Решите задачу, составив буквенное выражение.

Мама купила 3 раскраски по 20 руб. и 8 карандашей по x руб. Сколько мама заплатила за покупки?

в) Когда Витя сделал несколько отжиманий, то ему осталось отжаться на 10 раз больше, чем он уже отжался. Сколько раз отжимается Витя?

Основным моментом на данном этапе считается подготовка обучающихся осмысления методов словесного выражения перемены величин, а также процедура фиксации x в виде математических выражений или уравнений. Результат данной цели можно достичь, применяя соответствующие упражнения. Например, обучающиеся, при изучении действий умножения натуральных чисел, рассматривают одно из применений умножения – увеличение числа в несколько раз. Закрепить этот навык можно следующими упражнениями:

1) Мать старше дочери в 3 раза. Сколько лет матери, если дочери t лет? (3t)

2) В двух коробках по n яблок в каждой, а в третьей m – яблок. Сколько яблок в трех коробках? (2n+m)

3) Сравните a и b, если a=3b. (a больше b в 3 раза или с меньше a в 3 раза)

4) Составьте равенство, исходя из условия: *x* меньше y в n раз. ($x=y/n$)

5) Составьте задачу по уравнению $3x=36$. (Например: «В классе было несколько девочек. После того, как в класс пришло девочек в 3 раза больше, в классе стало 36 девочек. Сколько девочек было в классе изначально?»)

В методике обучения решению задач также возможны иные системы упражнений, которые в результате приведут к поставленной цели. Например, при рассмотрении определенных текстовых задач, и после прочтения их обучающимся предлагается дать ответ на ряд вопросов. Приведем в пример задачи, при решении которых, используется данный прием.

Задача 1. Теплоход «Ветер» за час преодолевает расстояние в 5 раз большее, чем катер «Сокол». Какое расстояние преодолевает каждый из них, если сумма их скоростей равна 90 км/ч?

Задания:

1) определите какие величины связаны между собой зависимостями:

а) одна больше другой в раз,

б) одна меньше другой в 5 раз;

2) если катер проходит *x* км/ч, то как можно объяснить выражения:5x, 5x+x. Значение какой величины (из представленных здесь) известно по условию задачи?

Задача2. Баскетбольная школьная команда одержала побед на … ….чем проиграла, число поражений в …раз …числа состязаний, окончившихся ничьей. Сколько игр проведено, если ничьих было на …, чем проигрышей?

Задание: Пользуясь справочным материалом, заполните пропуски в тексте. (Справочный материал: команда школьников выиграла 16 состязаний, проиграла 6 и свела вничью 2).

Задача 3. На соревнованиях по бросанию мяча в кольцо было предложено 8 попыток. За каждую удачный бросок засчитывалось5 очков, а за каждый промах списывалось 3 очка. Сколько удачных бросков у спортсмена, если он заработал 24 очка?

Задание: Определите, с помощью какого уравнения можно решить предложенную текстовую задачу:

a) $5 \cdot x - 3 \cdot (8 - x) = 24$;
b) $5 \cdot x = 24$;
c) $5 \cdot (8 - x) - 3 \cdot x = 24$;
d) $5 \cdot x - 3 \cdot (8 + x) = 24$;
e) $3 \cdot y = 24$:
f) $5 \cdot x + 3 \cdot (8 - x) = 24$.

Задача 4. С разных концов аллеи, длинной 180 м. бегут навстречу друг другу две девочки. Через какое время они встретятся, если стартуют одновременно и если одна пробегает 9 м/с, а другая 5 м/ с?

Задание: Дополните выражения, приведенные ниже, до уравнения, к которому сводится решение задачи:

a) $9 \cdot x - \cdots = 180$;
b) $180 \cdot \ldots = 6 \cdot x$;
c) $\ldots \cdot 9 \cdot x = \ldots$.

Задания к данным задачам можно выполнить без выполнения решения.

После учащиеся научаться решать некоторые задачи с помощью уравнений, относящиеся к уже известным им типам. В этом случае лучше начать с задач «на части», решение которых практически не изменяется от замены «частей» на «иксы». Это будет плавным переходом от арифметического к алгебраическому методу решения текстовых задач.

Пример. Сергею задали прочитать75 страниц рассказа. Он прочитал страниц в 2 раза больше, чем осталось. Сколько страниц уже прочитал Сергей, и сколько ему осталось?

Арифметический метод	Алгебраический метод
1. $75 \div 3 = 25$ (стр); 2. $25 \cdot 2 = 50$ (стр).	Пусть x страниц осталось прочитать, тогда $2 \cdot x$ страниц прочитали, т.к. в книге всего 75 страниц, то $x + 2 \cdot x = 75$

При решении рассматриваемого типа задач учащиеся будут отдавать предпочтение арифметическому методу. Следовательно, следующим шагом в развитии умения решать задачи должно стать появление таких задач, решение которых арифметическим методом будет затруднительно для учащихся.

Пример. У Кати было на 10 марок меньше, чем у Тани. Каждая девочка подарила Юле по 15 марок. У Кати осталось марок в 2 раза меньше, чем у Тани. По сколько марок было у девочек первоначально?

В 7 классе учащиеся изучают линейную функцию. Они могут решать задачи с помощью графиков. Для этого ученики должны освоить навык выражать формулой зависимость одной величины от другой; строить графики функций; определять значения по графику.

Пример. Журнал стоит 20 руб. Выразить формулой зависимость между купленным числом n экземпляров журнала и уплаченной суммой y, выраженной в рублях. Построить график полученной функции, по графику определить чему равно y(6), y (11).

Системы уравнений в процессе решения текстовых задач могут применять учащиеся в 7-м классе.

На первых этапах с помощью системы учащиеся решают задачи, которые можно решить и без системы.

Пример. Ослица и мул шли вместе, она были нагружены мешками равного веса. Ослица стала жаловаться на тяжесть своего мешка. «Чего ты жалуешься? – спросил мул. – Если ты мне дашь один твой мешок, моя ноша станет вдвое больше твоей, а если я дам тебе один мешок, наши грузы будут равными». Какое количество мешков было у каждого?

	Было сначала	Станет 1-й раз	Станет 2-й раз
Мул	$2 \cdot x - 1$	$2 \cdot x$	$2 \cdot x - 2$
Ослица	$x + 1$	x	$x + 2$

$$2x - 2 = x + 2$$

$$x = 4$$

У ослицы было 4+1=5 мешков, а у мула 7.

Также можно решить эту задачу с помощью системы уравнений.

$$\begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases}$$

Пример. В клетке находится неизвестное число попугаев и хомяков. Известно, что вся клетка содержит 35 голов и 94 ноги. Узнать число попугаев и число хомяков.

5 класс	6 класс	7 класс
1. $35 \cdot 2 = 70$; 2. $94 - 70 = 24$; 3. $24 \div 2 = 12$ 4. $35 - 12 = 23$	Пусть x – количество хомяков, тогда $35 - x$ – количество попугаев, $4 \cdot x$ – количество лап у хомяков, $2 \cdot (35 - x)$ – лапок у попугаев. $4 \cdot x + 2(35 - x) = 94$	$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2 \cdot x + 4 \cdot y = 94 \end{cases}$

Помимо этого, учащиеся могут решать задачи, которые приводят к большему числу уравнений.

Пример. Шапка с шарфом стоит 250 руб., шапка с перчатками стоят 265 руб., шарф с перчатками стоят 180 руб. Что стоит шапка, шарф и перчатки в отдельности?

Решение. Пусть x руб. – стоит шапка, y – шарф, z – перчатки, тогда

$$\begin{cases} x + y = 250 \\ x + z = 265 \\ y + z = 180 \end{cases}$$

Уже в 8-м классе учитель знакомит учащихся с квадратными уравнениями и ученики решают текстовые задачи, которые приводят к составлению квадратного уравнения.

Уже в 8-м классе учитель знакомит учащихся с квадратными уравнениями и ученики решают текстовые задачи, которые приводят к составлению квадратного уравнения.

Задача. Некоторое число девочек решило обменяться фенечками. Для того, чтобы каждая все девочки получили по одной фенечке от каждой своей подруги, потребуется 30 фенечек. Сколько было подруг?

Решение. Пусть х(чел.) – количество подруг, тогда каждая девочка получит$x - 1$ фенечку. Общее количество фенечек будет $x(x-1)$. По условию задачи общее количество фенечек известно, тогда составим уравнение $x(x-1) = 30$. Решая уравнение получаем два корня x_1 =6 и x_2=-5. Но x_2не удовлетворяет условию задачи, т.к. число подруг есть число натуральное. Таким образом, задача имеет одно решение.

ГЛАВА 3.ФОРМИРОВАНИЕ УМЕНИЙ И НАВЫКОВ РЕШЕНИЯ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ПУТЕМ СОСТАВЛЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

3.1. Диагностика степени сформированности умений обучающихся решать текстовые задачи по математике

Выявление уровня сформированности умений у обучающихся решать текстовые задачи по математике было проведено на базе МОУ «Майская гимназия».

В эксперименте участвовал 9 «В» класс. В классе обучение проводится по учебнику Макарычева Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешкова К. И. В классе всего 25 человек, из них 10 мальчиков и 15 девочек.

I. Констатирующий этап

Цель: выявить степень сформированности решать текстовые задачи.

С помощью констатирующего этапа мы определили изначальный уровень умений обучающихся решать текстовые задачи.

Первичное понимание о степени сформированности обучающихся решать тестовые задачи мы получили благодаря беседе с учителем.

В процессе разговора оказалось, что учитель математики старается как можно больше уделить внимания теме, но на изучение темы программой отводится небольшое количество часов и углубиться в нее не позволяет время. Теоретическими знаниями обучающие в целом владеют. Основные трудности состоят в математизации предложенного текста задачи, а конкретно в составлении математической модели, которая в свою очередь может быть представлена в виде неравенств, уравнений, таблицы, графика и т. д. Небольшие проблемы вызывает процесс оформления решения задачи в виде выражений. При решении задач также приводит к ошибкам невнимательность обучающихся. При решении типовых задач обучающиеся научены выбирать более понятный способ решения. В своей работе учитель активно использует инновационные методики и технологии в обучении, приучает учеников к постоянному самоанализу собственной работы при решении текстовых задач.

Кроме разговора с учителем для обучающихся была подготовлена письменная работа, в которой каждому ученику нужно было решить четыре задачи, несмотря на то, что подобные задачи ими уже решались.

Задачи [16]:

1. Катер, собственная скорость которого 8 км/ч, прошел по реке расстояние, равное 15 км, по течению и такое же расстояние против течения реки. Найдите скорость течения реки, если время, затраченное на весь путь, равно 4 часа.

2. Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 12 часов раньше, чем велосипедист приехал в А, а встретились они через 2 часа 30 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

3. Две бригады должны изготовить по 450 деталей. Первая изготавливает за час на 5 деталей больше, чем вторая, поэтому вторая бригада выполнила задание на 1 час позже, чем первая. Сколько деталей за 1 час изготавливала каждая бригада?

4. Константину Петровичу начислена заработная плата 25000 рублей. Из этой суммы вычитается подоходный налог в размере 13 %. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Результаты получились следующие (рис.1):

1. Количество обучающихся по списку - 25
2. Присутствовали - 25
3. Работы выполнена без ошибок – 6 (24 %);
4. Ошиблись в задаче № 1 – 5 (20 %);
5. Ошиблись в задаче № 2 – 5 (20 %);
6. Ошиблись в задаче № 3 – 5 (20 %);
7. Ошиблись в задаче № 4 – 3 (12 %);
8. Не справились с работой – 8 (32 %).

Результаты констатирующего этапа

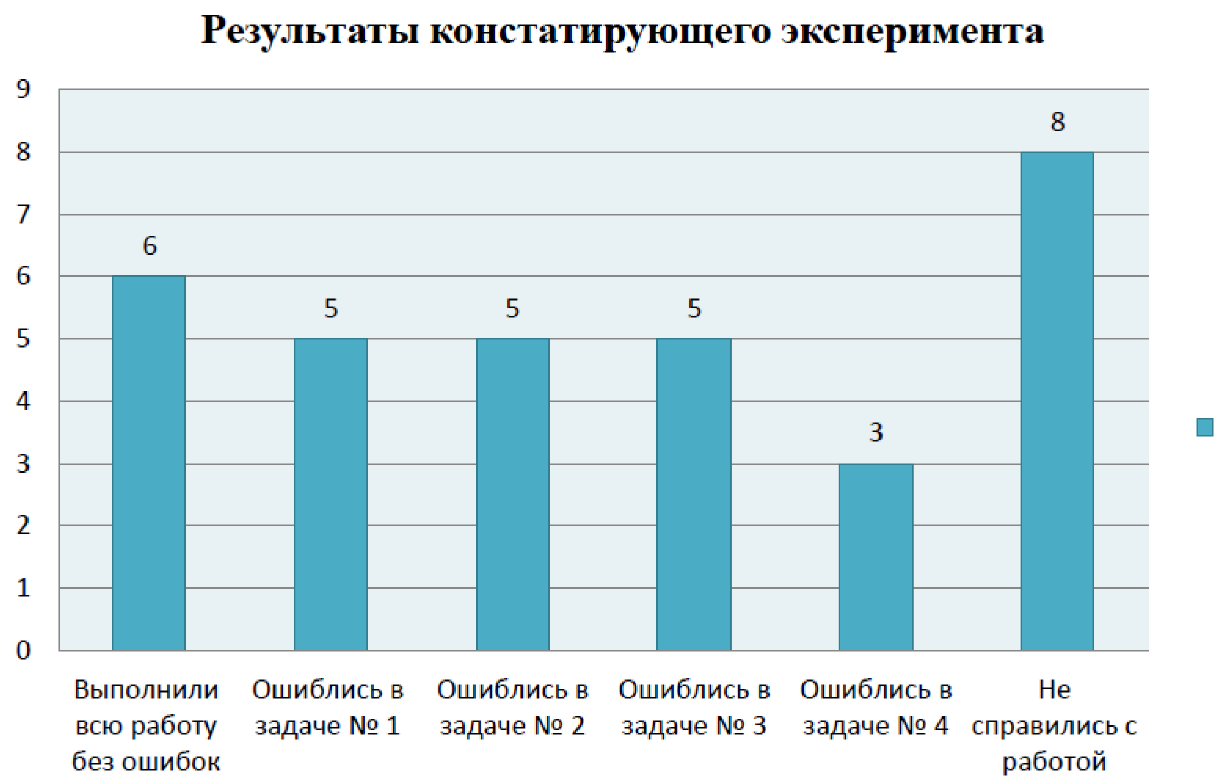


Рис. 1. Результаты констатирующего этапа

Несмотря на то, что представленные задачи были знакомы ученикам, большинство не справились с решением и допустили ошибки. Основные ошибки , которые появились при решении задач:

– Неумение и незнание устанавливать зависимости и связи между величинами в задаче (время, скорость, расстояние);

– Невнимательность при чтении текста задачи (ошибки в вычислениях неправильно выбранные действия);

– Непонимание текста задачи.

Данные ошибки говорят о том, что не все обучающиеся смогли отчетливо представить жизненные ситуации, которые были представлены в задачах, а кроме того, не поняли отношений среди величин и зависимости между данными и искомыми.

II. Формирующий этап

Цель данного этапа: регулярное решение текстовых задач.

На протяжении всего месяца проводился формирующий этап. С разрешения педагога в конце каждого урока математики выделялось время для решения одной текстовой задачи, а кроме того, был проведен ряд уроков полностью посвященный решению текстовых задач. Огромное внимание уделялось ошибкам, которые допустили обучающиеся при выполнении письменной работы.

III. Контрольный этап

Цель: выявить отсутствие или наличие способностей решать текстовые задачи.

В период контрольного этапа обучающимся была предложена письменная работа, которая состояла из четырех задач, как и в констатирующем этапе, но задачи были ранее им не знакомы.

1. Туристы отправились из города А в город В на катере, а обратно возвращались на поезде. Расстояние по водному пути от А до В равно 108 км, а по железной дороге 88 км. Поездка на поезде продолжалась на 4 ч меньше, чем на катере. Найти скорость поезда, если известно, что она была на 26 км/ч больше скорости катера.

2. Катер прошел против течения реки 120 км и вернулся обратно, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найти скорость катера в стоячей воде, если скорость течения равна 1 км\ч.

3. Мастерская за некоторое время должна отремонтировать 5400 пар обуви. Но по факту она выпускала в день на 30 пар больше, чем предполагалось, и тем самым выполнила заказ на 9 дней раньше срока. За сколько дней выполнили заказ?

4. Некоторый товар на распродаже уценили на 15 %, при этом он стал стоить 680 рублей. Сколько рублей стоил товар первоначально?

Результаты получились следующие (рис.2):

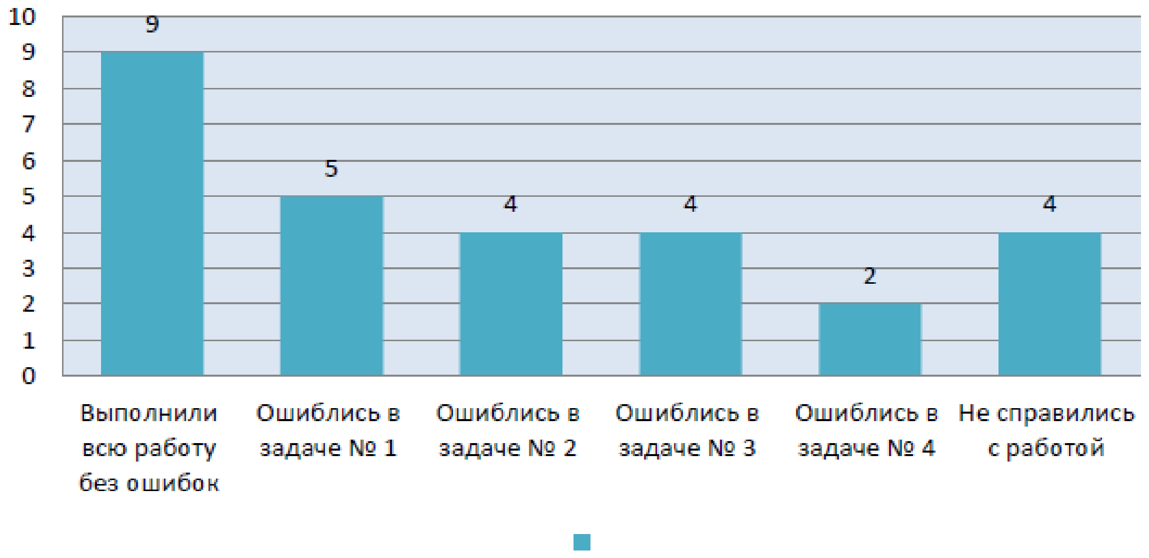
1. Количество обучающихся по списку - 25
2. Присутствовали - 25
3. Работу выполнили без ошибок - 9 (36 %);
4. Ошиблись в задаче № 1 - 5 (20 %);
5. Ошиблись в задаче № 2 -4 (16 %);

6. Ошиблись в задаче № 3 -4 (16 %);

7. Ошиблись в задаче № 4 -2 (8 %)

8. Не справились с работой – 4 (16 %).

Рис. 2. Результаты контрольного этапа



Проанализировав результаты работы, можно сделать вывод, что на данном этапе обучающиеся 9 «В» класса справились с работой лучше, чем на констатирующем этапе. Несмотря на то, что формирующий этап проходил недолгое время.

Таким образом, для наилучшего результата необходимо целенаправленно и систематически проводить занятия, направленные на тему «Решение текстовых задач». Потому что ученики не успевают разбираться во всех нюансах решения текстовых задач.

Следовательно, выдвинутая гипотеза «если целенаправленно и систематически прорешивать текстовые задачи, то уровень навыков и умений обучающихся увеличится» подтвердилась.

Однако, решению текстовых задач уделяется мало времени. Школьная программа до такой степени перегружена теорией, что для решения практической части выделяется недостаточно времени, хотя текстовые задачи в дальнейшем включены в материалы ГИА по математике.

Решение текстовых задач считается наиболее сложной частью контроля знаний. Обучающие, как правило, редко берутся за их решение. Как показывает практика, это происходит из-за того, что большинство учеников решает задачи по образцу и когда они встречают задачу незнакомого типа, вероятнее всего, они не смогут ее решить. Однако, так как нельзя решить все виды задач заранее и в сжатые сроки, выходом из этой ситуации, можно предложить разработку элективного курса по решению текстовых задач.

3.2. Разработка программы элективного курса: «Решение текстовых задач»

Пояснительная записка.

Текстовые задачи всегда встречаются в контрольно-измерительных материалах основного государственного экзамена по математике. В урочное и внеурочное время происходит подготовка к экзамену. Более удобной формой являются элективные курсы, потому что они предоставляют возможность повысить и углубить изучаемый материал по школьному курсу.

Проанализировав результаты ОГЭ и можно обнаружить небольшой процент решаемости текстовых задач. Из этой ситуации можно сделать вывод, что многие обучающиеся недостаточно хорошо владеют умением решать текстовые задачи. Основной причиной может быть незначительное количество часов, отведенное на тему в программе. Поэтому и возникает потребность в более углубленном и подробном изучении данного раздела. Данный курс предполагает решение текстовых задач через составление уравнений и систем уравнений, которые предлагаются школьной программой, но уже более детально и обширнее, чем на уроках.

Целью и средством обучения мы можем назвать решение математических задач. Способность решать математические задачи является важным критерием уровня математического образования учащихся. В ходе решения задач повышается эффективность обучения математике, формируются важнейшие общеучебные навыки и умения, развивается образное и логическое мышление.

Данный элективный курс рассчитан в первую очередь на обучающихся, стремящихся увеличить и углубить собственные знания, совершить верный выбор профиля обучения в старших классах и качественно подготовиться к ОГЭ и ЕГЭ. Курс поможет ученикам систематизировать полученные знания решения текстовых задач и открыть для себя новые методы решений, не изучающиеся в школьной программе.

В данном элективном курсе показана техника решения текстовых задач, структура и алгоритмы решения основных видов текстовых задач, которые могут встречаться на ОГЭ.

Программа элективного курса «Решение текстовых задач» рекомендуется для обучающихся 9-х классов. Данный курс дополняет основную программу, не нарушая её целостности. 34 часа в год (1 час в неделю) отводится на изучение данного элективного курса.

Цели элективного курса:

- систематизировать прежде приобретенные знания по решению текстовых задач;
- сформировать представление того, что математика является инструментом познания окружающего мира;
- сформировать логическое и творческое мышление;
- увеличить заинтересованность к математике;
- воспитать терпеливость и упорство при решении математических задач.

Задачи элективного курса:

- сформировать систему прежде полученных знаний до такого уровня, который позволит уверенно применять при решении задач;
- познакомить учащихся с разными видами текстовых задач и их решением, а кроме того с их отличительными чертами и методикой;
- создать учащимся условия, которые нужны для самоанализа своих возможностей к данной теме.

Требования к подготовке обучающихся после изучения этого элективного курса

Обучающиеся должны **знать:**

- основные виды задач, их приемы и методы решения;
- характерные особенности решения текстовых задач;
- использование текстовых задач в жизни.

Обучающиеся должны **уметь:**

- оформлять план решения текстовой задачи;
- условие задачи переводить на математический язык;
- составлять и решать уравнения или систему уравнений;
- определять вид задач, использовать при решении разные способы, знать характерные черты методики решения задачи;
- решать задачи на производительность, движение, процентные задачи, смеси и сплавы, работу;
- использовать имеющиеся знания в решении жизненных ситуаций;
- верно использовать математические термины, которые связанны с разными типами задач.

Формы организации занятий элективного курса:

Изучение данного материала совершается в виде практического занятия, обзорной лекции с разбором основных проблем или в форме семинаров, направив обучающихся на предстоящую подготовку.

Главным видом занятия будет являться комбинированный урок. Данный элективный курс выстроен в виде блоков. Каждая новая тема должна начинаться с постановки целей и задач. Теория излагается в виде маленьких лекций, а закрепление происходит с помощью практических заданий. Обучение состоит из двух частей: задачи, которые решаются совместно с учителем, либо группами или индивидуальные задания. На каждом уроке ведется активный разговор учителя с обучающимися.

Предполагаемые задачи имеют различие по уровню сложности: от простых задач до довольно сложных. Разнообразие дидактического материала дает возможность выбирать дополнительные задачи для обучающихся разной уровня подготовки: от обычных до олимпиадных.

Данный элективный курс можно назвать открытым, следовательно в него возможно добавление и редактирование задач, развитие тематики или замена сюжета.

Осуществление итогового контроля:

Во время занятий время от времени будут проводиться короткие контрольные и самостоятельные работы.

После изучения новой темы ведется проверка знаний. Она состоит из устного опроса и решения текстовых задач.

Итоговым контролем этого элективного курса является защита группового проекта «Использование математики в решении повседневных бытовых трудностей».

Распределение часов курса:

34 часа в год (1 час в неделю) отводится на изучение данного элективного курса. Материал, который предложен этим курсом, подразумевает повторение и углубление таких разделов математики, как:

1. Введение. Текстовые задачи и техника их применения – 2 часа.

2. Задачи на движение – 6 часов.

3.Задачи на сплавы, растворы, смеси – 6 часов.

4. Задачи на проценты – 5 часов.

5. Задачи на совместную работу и производительность труда – 6 часов.

6. Решение задач по всем темам курса – 8 часа.

7. Защита проектов – 2 часа.

Заключение

Степень математического развития в целом определяется умением решать текстовые задачи. Именно поэтому более трудной часть в контрольных работах, экзаменах по математике является решение текстовых задач. Решение задач - это деятельность, которая очень важна для основного развития обучающихся. Когда происходит обучение учеников умению решать текстовые задачи, мы приучаем их уметь ориентироваться в ситуациях, использовать математические знания в решении актуальных жизненных проблем.

В процессе выполнения этой работы все поставленные задачи были решены.

Работа состояла из трёх основных частей.

Первая глава выпускной квалификационной работы посвящена текстовым задачам в школьном курсе математики, в ней рассказывалось об исторических данных, классификации текстовых, из роль и функции в школьном курсе математики.

Во второй главе рассказывается о методике обучения решению текстовых задач, а именно о способах и методах решения текстовых задач, этапах решения, были рассмотрены отдельно особенности обучения решению текстовых задач в 7-9 классах. Также проанализирована роль текстовых задач в составе единого государственного экзамена и связь текстовых задач с другими предметами.

В третьей главе представлено формирование навыков и умений решения текстовых задач по математике через составления уравнений и систем уравнений.

На базе МОУ «Майская гимназия» мы определили степень сформированности навыков у обучающихся решать текстовые задачи по математике. Во время проведения констатирующего этапа мы определили, что у учеников уровень навыков и умений решать текстовые задачи ниже среднего. Формирующий этап эксперимент заключался в постоянном решении текстовых задач. Контрольный этап показал, что учащиеся справились с работой лучше, чем на констатирующем этапе.

Для успешной подготовки к основному государственному экзамену разработали программу элективного курса «Решение текстовых задач».

Предлагаемый курс демонстрирует обучающим применение математических знаний в решении повседневных забот любого человека, проблем рыночной экономики и вопросов технологии производства. Использованный материал элективного курса способствует успешному прохождению государственной итоговой аттестации обучающихся за курс основной школы. Данный элективный курс не нарушает целостности основной программы, а только дополняет её. Всего на проведение курса отводится 34 часа.

Мы можем утверждать, что для успешного результата необходимо целенаправленно и систематически проводить занятия по теме «Решение текстовых задач», потому что обучающиеся не успевают разобраться во всех нюансах решения задач.

Таким образом, поставленные задачи выполнены, цель работы достигнута.

Список использованной литературы

1. Бобровская, А.В. Текстовые задачи курса алгебры средней школы. [Текст] / А.Б. Бобровская.– 3-е изд., доп. и перераб.– Шадринск: Исеть, 1999.– 64 с: ил.

2. Гороховцева, Л.А. Процесс решения текстовой задачи при изучении математики в средней школе . [Текст] / Л.А. Гороховцева // Теория и практика высш. проф. обр.– 2003.– № 9.– С. 14-21.

3. Дашинимаева, Ц.Д. Текстовые задачи [Текст]: учеб.пособие по математике для 7-11 кл. / Ц.Д. Данишимаева.– М.: Спутник, 2006.– 50 с: ил.

4. Демидова, Т.Е. Текстовые задачи и методы их решения [Текст] / Т.Е. Демидова, А.П. Тонких.– М.: изд-во Моск. ун-та, 1999.– 261 с.: ил.

5. Захарова, А.Е. Как помочь школьникам преодолеть некоторые затруднения в овладении решением текстовых задач. [Текст] / А. Захарова //Сборник научных трудов математического факультета МГПУ. М.:МГПУ, 2005.– С. 119-124.

6. Кабацкая Л. Н. Система работы учителя математики по формированию навыков решения текстовых задач// Проблемы и перспективы развития образования: материалы IV Междунар. науч. конф. - Пермь: Меркурий, 2013. - 87-90 с.

7. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике: т.2. / Ю.М. Колягин – М.: Просвещение, 1997. – 110 с.

8. Лебедев В. Анализ и решение текстовых задач: №11 / В. Лебедев: Математика в школе. – 2002. -. 8 с.

9. Левитас Г.Г. Об алгебраическом решении текстовых задач / Г.Г. Левитас: Математика в школе. – 2000. - №8. – 13 с.

10. Математика: 5-11 кл.: Программы. Тематическое планирование: Для общеобразоват. шк., гимназий, лицеев. / М-во образования РФ; Сост. Г.М.Кузнецова, Н.Г.Миндюк. – М.: Дрофа, 2000.- 320 с.

11. Оганесян В.А. и др. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика / В. А. Оганесян – М., 1980. – 368 с.

12. Петухова Л.И. О решении текстовых задач по математике / Л. И. петухов: Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». – М.: Первое сентября, 2004. – 540 с.

13. Савинцева, Н.В. О текстовых задачах в современном курсе математики 5-6 класса. [Текст] / Н. Савинцева // Сборник научных трудов математического факультета МГПУ. М.:МГПУ, 2005.– С. 144-148.

14. Саранцев, Г.И. Методика обучения математике в средней школе [Текст]: Учеб.пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ин-тов / Г.И. Саранцев.– М.: Просвещение, 2002.– 224 с.: ил.

15. Методика начального обучения математике./под ред. А.А. Столяра, В. Л. Дрозда. М.: 2009., С.231

16. Титова Е. И., Чапрасова А. В. Различные трактовки понятия «задача» и методика их решения // Молодой ученый. — 2014. — №6. — С.760-762. Режим доступа к журналу URL: http://moluch.ru/archive/65/10503/ (Дата обращения 06.04.2019)

17. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л.М. Фридман – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

18. Фридман Л. М. Учитесь учиться математике: книга для учащихся/ Л.М. Фридман - М.: Просвещение, 2000. - с. 66.

19. Чаплыгин В.Ф. Некоторые методические соображения по решению текстовых задач: Математика в школе / В. Ф. Чаплыгин. – 2000. - №4. – 28 с.

20. Шавернева, Л.А. Решение текстовых математических задач разными способами в системе развивающего обучения Л. В. Занкова [Текст] /Л.А. Шавернева.– Самара: Федоров, 2007.– С. 268-294.

21. Шарова О. П. Текстовые задачи в обучении математике. URL: http://vestnik.yspu.org/releases/uchenue_praktikam/27_3/ (Дата обращения 06.04.2019)

22. Шевкин А.В, Текстовые задачи в школьном курсе математики (5-9-е классы). Математика. 2005, №17-24

23. Шикова, Р.Н. Методика обучения решению задач, связанных с движением тел // Начальная школа. – 2000. – №5. – С.64–69

24. Шикова, Р.Н. Решение задач на движение в одном направлении // Начальная школа. – 2000. – №12. – С.39–42

Приложение

УЧЕБНО - ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ урока	Содержание урока	Кол-во часов
Текстовые задачи и способы их использования (2 часа)		
1.	Понятие текстовой задачи, ее виды и этапы решения текстовой задачи.	1
2.	Основные способы моделирования задач. Оформление решения текстовых задач. Методы и способы решения текстовых задач.	1
Задачи на движение (6 часов)		
3.	Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме. Особенности выбора методик решения задач на движение	1
4.	Задачи на движение из одного пункта в другой в одном направлении Задачи на движение в противоположных направлениях из одного пункта.	1
5.	Задачи на движение навстречу друг другу.	1
6.	Задачи на движение из разных пунктов в разные направления. Движение из разных пунктов в одном направлении.	1
7.	Задачи на движение по окружности	1
8.	Задачи на движение по реке (движение по течению и против течения), по суше и воздуху	1
Задачи на сплавы, растворы, смеси (6 часов)		
9.	Особенности решения задач на смеси, сплавы и растворы с помощью уравнений и систем уравнений. Основные допущения при решении задач на смеси и сплавы	1
10.	Задачи, связанные с понятием «концентрация», «процентное содержание» (формулы) смеси и сплава	1

11.	Задачи на объёмную концентрацию смеси (сплава)	1
12.	Задачи на переливание	1
13.	Задачи на процентное содержание смеси (сплава)	1
14.	Разноуровневые задачи на смеси, сплавы и растворы	1
Задачи на проценты (5 часов)		
15.	Типовые задачи на проценты. Типы и виды задач на проценты	2
16.	Основная формула процентов. Простые и сложные проценты	1
17.	Процентные вычисления в жизненных ситуациях (банковские операции, голосования)	1
18.	Процентные вычисления в жизненных ситуациях (банковский процент, ипотека)	1
Задачи на совместную работу и производительность (6 часов)		
19.	Алгоритм решения задач на работу. Вычисление неизвестного времени работ. Особенности выбора переменных и методики решения задач на работу	1
20.	Задачи на планирование	1
21.	Задачи на нахождение производительности труда	1
22.	Задачи на определение объема выполненной работы	1
23.	Задачи на нахождение времени, затраченного на выполнение объема работы	1
24.	Решение систем задач, подводящих к составной задаче	1
Решение задач по всем темам курса (8 часов)		
Защита проекта по группам (2 часа)		