ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ НА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЯХ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование
заочной формы обучения, группы 02041560
Приходько Екатерины Сергеевны

Научный руководитель
Кандидат математических наук
Сокольский А.Г.

Рецензент
преподаватель математики
ОГАПОУ «БТПиСУ»
г. Белгорода
Веревкина А.А.

БЕЛГОРОД 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Предмет теория вероятностей характерен большим своеобразием. Необычность теоретико-вероятностных понятий – это причина того, что на протяжении долгого времени подход к данным понятиям был основан лишь на интуитивных соображениях. Что подрывало веру в правильность выводов в теории вероятностей: многие из ее положений носили расплывчатый характер, вызывающий сомнения.

Теория вероятностей является одним из разделов, который введен в школьный курс и представляет несомненную ценность для общего образования. Полезность знаний, получаемые во время изучения данного раздела состоит в значении, которое оказывают эти знания для того, чтобы понимать и познавать закономерности в окружающем нас мире, а также возможности для их непосредственного применения во время изучения других наук и в повседневной жизни.

Данный раздел математики, позволяет обучить учеников логике на практике. Во время освоения теоретических фактов происходит развитие у учеников навыков проведения логических рассуждений, способностей выделять сущность вопроса, не обращая внимание на несущественные детали. При изучении теории вероятностей, ученики учатся владеть умением анализировать рассматриваемый вопрос, обобщая и ища пути, необходимые для решения поставленной задачи. Посредством этого формируется мышление школьников, что помогает при развитии их речи, особенно таких качеств выражения мысли, как ясность, порядок, обоснованность.

От каждого ученика требуются большие усилия и немало времени для того, чтобы изучить теорию вероятностей. Навыки, которые были получены в это время позволяют выпускникам школы во время их дальнейшего жизненного пути эффективно овладевать навыками выполнения других всевозможных видов труда и относится с должным пониманием к тому, что для хорошего выполнения любой работы требуются значительные усилия и ответственность.

Во время изучения данного раздела математики происходит развитие у учеников внимания, наблюдательности и сосредоточенности, настойчивости и инициативы. Это все оказывает большое значение на процесс формирования их характера.

До недавнего времени наша страна была одна из немногих стран с развитой системой образования, но при этом вероятностно-статистические знания почти всегда были за пределами школьного обучения. С наступлением XXI века мы смогли окончательно убедится в неотвратимости пришествия стохастики в среднюю школу, изучающей случайные явления.

Идея ввести в школьную математику элементы теории вероятностей и статистики считается привлекательной для педагогов. С другой стороны, множество из них слабо представляют содержательно-методические основы обучения стохастики в школе, учитывая это многие из них с недоверием и настороженностью относятся к данному нововведению.

Сейчас одна из более актуальных проблем, возникающих в методике преподавания математики – это введение в школьный курс вероятностно–статистическую линию, которая может дать возможность ознакомить всех учеников с миром случайного, начиная с самого раннего возраста у них формировать умение копить и систематизировать представления о свойствах окружающих явлений, которые в своем большинстве имеют стохастическую природу.

Особенностями этой новой линии является то, что в ней множество рассуждений и эмпирики, мало формул, отсутствие громоздких вычислений, довольно обширный простор для творчества учеников.

Эта линия требует своеобразных средств, форм и приемов обучения, которые бы соответствовали интересам и возрасту учеников: дидактические игры и эксперименты, живые наблюдения и предметная деятельность.

Во время изучения вероятностно–статистического необходимо развитие личности школьника, расширение возможностей для его общения с современными источниками информации, совершенствование коммуникативных способностей и умений ориентироваться в общественных процессах, проводя анализ ситуаций и принимая обоснованные решения, обогащая систему взглядов на мир, посредством осознанных представлений о закономерностях в случайных фактах.

На сегодняшний день мы имеем первые комплекты учебников для массовой школы, которые в себе содержат разделы из теории вероятностей. Таким образом многие из учителей оказались в нелегком положении.

Вопросу обучения школьников теории вероятностей посвещен ряд исследований следующих авторов: Болотов, В. А., Бунимович, Е. А., Булычев, В. А., Буренок, И. И., Цедринский, Туйбаева, Л. И., А. Д., Гаваза, Т. А., Тарасевич, А. К., Морозова, Е. В.

Объект исследования – процесс обучения элементам теории вероятностей общеобразовательной школе.

Предмет исследования – методика обучения элементам теории вероятности на факультативных занятиях в общеобразовательной школе.

Цель исследования – изучить методику обучения элементам теории вероятности, а также обосновать теоретически и содержательно представить факультативной курс «Элементы теории вероятностей».

Основываясь на цели исследования, были поставлены следующие задачи исследования:

1) Провести анализ современных тенденции в исследованиях, которые посвящены вопросам введения в школьную математику элементов математической статистики и теории вероятностей;

2) Рассмотреть психолого-педагогические аспекты изучения теории вероятностей в школьном курсе;

3) Проанализировать тему «Элементы теории вероятностей» в школьном курсе математики;

4) Рассмотреть проблематику преподавания теории вероятностей в средней школе;

5) Разработать структуру и содержание факультативного курса «Элементы теории вероятностей» для 9 класса общеобразовательной школы.

Выполненная работа состоит из введения, трех глав, каждая из которых состоит из двух параграфов, заключения, списка литературы и приложения.

ГЛАВА 1. ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

1.1. Статистическое мышление и школьное математическое образование

К математике в целом, а также к математическому образованию каждое время предъявляло свои требования. Сейчас все более часто можно услышать сторонников, которые сетуют за возможность усилить вероятностно-статистическую линию в школьном курсе математики, начиная с младших классов средней школы. Но большенство учителей математики уже довольно продолжительное время не сталкивались с комбинаторикой, теорией вероятностей, статистикой, то есть со всем тем, что включает в себя вероятностно-статистическое направление математики.

Самый авторитарный исследователь в нашей стране, в области теории вероятности и математической статистики был Гнеденко Борис Владимирович (1912-1995), он был автор многих статей в журнале «Математика в школе».

Как и чему обучать в школе, наверное, всегда будет вечной проблемой, которая возникают постоянно, даже тогда, когда уже получено решение, являющееся лучшим в сравнении с предыдущим. Но ведь это неизбежно, так как наши научные знания и подходы, позволяющие объяснить окружающие нас явления постоянно пополняются. Очевидным является то, что содержание школьного преподавания должно быть изменено, опираясь на прогресс в науке, несколько отставая от него и тем самым давая возможность для принятия приемлемых в психологии и методики форм новых научных идей и концепций.

Но было бы грубой ошибкой предполагать, что содержание и характер какого-либо школьного курса должно быть полностью определено состоянием научной отрасли знания и господствующими в ней представлениями о ее центральных понятиях. Ведь большинство из школьников в данной области науки не станут специалистами, они будут как представителями других научных интересов и практических областей деятельности, так и представителями свободных профессий.

Соответственно необходимо для всех учеников получить в школе сведения об установившихся научных концепциях и при этом приобрести твердые основы научных знаний, а также обучиться умению рассуждать логически и ясному изложению своих мыслей. В школе должны быть даны представления о том, что наука и ее концепция тесно взаимосвязаны с практикой, из которой она преобретает постановки своих проблем, идеи, а затем возвращает практике новые возможности решения основных ее проблем, создавая для нее новые методы. Образование без этого будет неполноценным, оторванным от жизни и для воспитанников школы создаст многочисленные трудности. Вот почему на содержание школьного образования должны оказывать широко понятые требования практики наших дней и обозримого будущего [22,46].

В нашей жизни присутствуют референдумы и выборы, страховые полисы и банковские кредиты, диаграммы социологических опросов и таблицы занятости. Все глубже общество начинает изучение себя и стремиться прогнозировать самого себя и явления природы, которые требуют представления о вероятности. Даже в сводках погоды сообщают о том, что «вероятность дождя 30%».

Полноценное существование гражданина в сложном, переменном и многоструктурном обществе напрямую связано с правом получать информацию, с ее доступностью и достоверностью, с правом на сознательный выбор, который не может быть реализован без возможности проведения выборов и прогнозов, основанных на анализе и обработке часто противоречивой и неполной информации.

Нашей задачей является научить жить детей в вероятностной ситуации. И это означает извлечение, анализ и обработку информации, принятие обоснованных решений в различных ситуациях со случайными результатами. Ориентация на демократические принципы мышления, на многомерное возможное развитие реальных событий и ситуаций, на формирование личности, на способность жить и работать в сложном, постоянно меняющемся мире неизбежно требует развития вероятностного и статистического мышления у младшего поколения. Эта проблема может быть решена в школьном курсе математики на основе набора вопросов, связанных с описательной статистикой и элементами математической статистики, с формированием комбинаторного и вероятностного мышления.

Однако не только социальная и экономическая ситуация диктует необходимость вероятностного мышления у нового поколения. Ведь универсальными являются вероятностные законы, именно они основа для описания научной картины мира. Современная физика, биология, химия, социология, демография, философия, лингвистика, весь комплекс социально-экономических наук строятся и развиваются на статистической и вероятностной основе.

Игра и азарт – это неотъемлемая часть жизни ребенка. Ряд вопросов, связанных с отношением между понятиями «вероятность» и «достоверность», проблема выбора лучшего из нескольких решений, оценка степени риска и шансов на успех, идея справедливости и несправедливости в играх и в реальных столкновениях - все это, несомненно находится в интересах подростка. Подготовка к решению таких проблем должна проходить во время курса школьной математики.

Сегодня в науке концепция случайности приобрела фундаментальное значение и уверенно пробивает путь для поиска оптимальных решений. Особенно возникла необходимость введения в школьное обучение концепции случайности, и это обусловлено не только требованиями научного и практического порядка, но и чисто методологическими соображениями. В то же время классическая система российского образования основана, прежде всего, на четко детерминированных принципах и подходах как по математике, так и по другим предметам. Если не удалить, то, по крайней мере, ослабить противоречие между детерминированной картиной мира, сформированной в школе, и современными научными идеями, основанными на вероятностно-статистических законах, невозможно без введения оснований статистики и теории вероятности в обязательном школьном образовании.

Современная концепция школьного математического образования ориентируется прежде всего, на индивидуальность ребенка, его интересы и склонности. Это определяет критерии отбора контента, разработку и внедрение новых интерактивных методов обучения, изменения требований к математической подготовке ученика. В то же время, знакомство школьников присутствует целый спектр оттенков и цветов, вариантов и возможностей, а также между однозначными «да» и «нет», есть и «возможно» (и это «может быть» поддается строгой количественной оценке!), помогает устранить укоренившееся чувство, что то, что происходит на уроке математики, не имеет ничего общего с окружающим миром, с повседневной жизнью.

По данным психологов и физиологов, а также по многочисленным наблюдениям учителей математики, снижается интерес к учебному процессу в общем и в частности к математике. На уроках математики в основной школе, в пятом-девятом классах, ученики часто производят впечатление непонимания между описанными абстрактно-формальными объектами и окружающим миром [2,118].

Вероятностно-статистическая линия или, как ее недавно называли, стохастическая линия, изучение которой невозможно без зависимости от процессов, наблюдаемых в окружающем мире, от реального жизненного опыта ребенка, может способствовать возвращению интереса к самой «математике» к её важности и универсальности.

Наконец, концепция демократичного общества, европейская и мировая интеграция неразрывно связаны с взаимным сближением стран и народов, в том числе в сфере образования. Россия, имеющая одну из самых мощных и признанных традиций школьного математического образования, остается в то же время едва ли не единственной развитой страной, где в базовом школьном курсе математики нет оснований статистики и теории вероятностей. Тенденции экономических преобразований в нашей стране свидетельствуют о том, что в самом ближайшем будущем обществом будут востребованы организаторы и участники производства нового типа, которые должны будут стать многие выпускники школ. Стохастическая культура, необходимая для их деятельности, должна быть воспитана с раннего возраста. Не случайно в развитых странах уделяется этому большое внимание: с элементами теории вероятности и статистики ученики уже знакомы с первых школьных лет, и во время всего обучения они изучают вероятностные и статистические подходы к анализу общих ситуаций, возникающих в повседневной жизни.

Количество подходов к изучению вероятностно-статистических материалов в средней школе можно было бы привести довольно много, так как за последние два десятилетия почти каждая страна внесла в школьную программу этот материал и предложила один или несколько подходов для её изучения. Интересная работа появилась в Швеции, Польше, Израиле, Франции. Проблемы, связанная с созданием системы изучения вероятностного и статистического материала в средних школах, а в нашей стране недостаточно охвачены. Анализируя известные подходы к изучению элементов теории вероятностей и статистики в средних школах разных стран можно сделать следующие выводы:

– В большинстве стран данный материал изучают, начиная с начальной школы;

– На протяжении всего времени обучения, учащиеся знакомятся с вероятностными и статистическими подходами к анализу эмпирических данных, при этом важную роль играют прикладные проблемы, анализ реальных ситуаций;

– Во время обучения значительная роль отводится задачам, которые требуют от учащихся работать в небольших группах, самостоятельно собирать данные, обобщать результаты работы групп, проводить независимые исследования, работать на практике, создавать эксперименты, проводить небольшую лабораторную работу – все это диктует незаменимость вероятностного и статистического материала, его тесную связь с практической деятельностью;

– Исследование стохастики, распадается на вероятностные и статистические компоненты, между собой тесно связанные, во многих странах они дополняются небольшим фрагментом комбинаторики.

В нашей стране уже были безуспешные попытки введения вероятности событий в школьный курс математики. Из-за своей изоляции и своего иностранного происхождения по отношению к традиционному школьному курсу данный материал вскоре был изъят из программ и учебников.

Некоторый опыт преподавания элементов теории вероятностей накоплен в школах с углубленным изучением математики, но это только подтверждает тот факт, что попытки решить проблему путем введения нового изолированного раздела в традиционный курс математики обречены на провал. Изучение элементов теории вероятностей как замкнутого раздела программы, связанного с «чистой» теоретической математикой, полностью дискредитировало себя в глазах учителей и привело к тому, что некоторые из них в целом выражают сомнения в том, что он может и должен учиться в старшей школе. В то же время преподаватели химии, физики и биологии утверждают необходимость выражения основных законов этих наук на языке вероятностных понятий. Действительно, нынешнее состояние человеческого знания мира позволяет нам считать, что случайный характер присущ основным явлениям микромира.

Вероятностно-статистическая линия в школьной учебной программе, направленная на знакомство обучающихся с вероятностным характером многих явлений из окружающей действительности, будет способствовать укреплению его общего культурного потенциала, появлению новых, глубоко обоснованных межпредметных связей, гуманитаризации школьного математического образования.

При выборе материала для новой линии школьного курса стоит учитывать общеобразовательную значимость и идеологический потенциал предложенных тем. Необходимо правильно оценить, в каких знаниях современные люди нуждаются в повседневной жизни и деятельности, что понадобится ученикам, чтобы изучать другие школьные предметы, продолжить образование, какой вклад эти знания могут внести в формирование различных аспектов интеллекта учащегося. Необходимо также обеспечить, чтобы предлагаемый контент обеспечивал возможность органического взаимодействия между новым учебным материалом и традиционным и способствовал развитию внутрипредметных связей [8,33].

И в нашей стране сегодня существует неизбежный процесс стохастического возникновения как достоверного компонента в обязательном школьном математическом образовании.

Во всех государственных образовательных документах последних лет содержится вероятностно-статистическая линия в математическом курсе основной школы наряду с такими знакомыми темами, как «Числа», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Геометрические фигуры» и т. Д.

1. 2. Психолого-педагогические аспекты изучения теории вероятностей в средней школе

Исследование психологов (Ж. Пиаже, Е. Фишбейн) показывает, что человек изначально плохо адаптирован к вероятностной оценке, пониманию и правильной интерпретации вероятностно-статистической информации. Об одном и том же говорят эксперименты Е. А. Бунимовича (Москва, автор одного из учебников, содержащих элементы стохастики) на базе Московской гимназии № 710, Ярославской гимназии № 20 и Калужской гимназии №2. В экспериментальных исследованиях рассмотрены вероятностные представления школьников старших профильных классов, которые приступили к продвинутому курсу математики, но еще не изучили вероятностные разделы. Результаты исследования однозначно показывают, что даже хорошее знание и понимание других отраслей математики само по себе не обеспечивает развитие вероятностного мышления и не избавляет от тривиальных вероятностных предрассудков и заблуждений.

Приведем один пример. Студентов спрашивали:

«На одной карте спортлото (6 из 49) вычеркнули цифры

1, 2, 3, 4, 5 и 6,

а на другой стороны

5, 12, 17, 23, 35 и 41.

Как вы думаете, что выигрыш в том, какой набор чисел более вероятен?».

Из всех участников эксперимента 22% школьников ответили, что вторая карта была более вероятной. Практически идентичный ответ двух школьников из разных школ (Москва и Ярославль) является интересным: «На самом деле оба случая одинаково вероятны, но второй случай более вероятен», указывающий на явное противоречие между повседневными и научными взглядами школьников.

Любопытно, что профильные химико-биологические и экономические классы, где курс математики существенно глубже основного, но нет вероятностно-статистического материала, дают почти такой же результат (до 30% ответов - «второй набор более вероятен выиграть»). Результаты ответов на аналогичный вопрос в тесте, предложенном в 1998 году преподавателям математики на курсах повышения квалификации в Москве, мало чем отличаются от выше представленных данных [10,85].

Отметим, кстати, что известный любитель математических игр и парадоксов Мартин Гарднер по аналогичной проблеме писал, что на самом деле более выгодно выбирать комбинации 1, 2, 3, 4, 5 и 6 или другую «обычную» комбинацию. Шансы на выигрыш одинаковы, но сумма выигрыша может быть значительно больше, так как вряд ли кому-нибудь придет на ум, вычеркивать номера по порядку от 1 до 6, и поэтому, в случае удачи, у вас призовой фонд не будет делиться.

В начальных классах представлений о мире все еще не хватает, а математического аппарата (прежде всего – дробей) недостаточно для объяснения понятий вероятности. В то же время, основы описательной статистики, таблиц и гистограмм, а также основы комбинаторики, систематический поиск возможных вариантов по небольшому набору предметов возможен и даже необходим для введения в курс начальной школы.

Неэффективно начинать представление основ теории вероятностей в старших классах. Желание быстро формализовать знания, сформированные традиционным курсом математики, желание учиться на уроке, в первую очередь, некоторый набор правил, алгоритмов и методов расчета фактически заменяет формирование вероятностных представлений формальным изучением комбинаторных формул и вычисление вероятности по классической модели Лапласа.

С элементами статистического мышления необходимо знакомить в школе по целому ряду предметов, а не только по курсу математики. Мы должны убедиться, что время от времени на уроках ботаники и зоологии, астрономии и физики, русского языка и истории разумные замечания о случайности явлений, изучаемых этой научной дисциплиной, должны быть сделаны в нужном месте. Естественно, математика не может оставаться в стороне.

Самые первые идеи о мире случайностей дети получают от наблюдения за ними в окружающей жизни. В этом случае важные характерные особенности наблюдаемых явлений выясняются во время сбора статистических данных и их визуального представления. Способность регистрировать статистическую информацию и представлять ее в виде простых таблиц и диаграмм характеризует статистический опыт ученика. Он отражает самые первые, если еще не полностью осознанные, понятия о двусмысленности и изменчивости реальных явлений, о случайных, надежных и невозможных результатах наблюдений, о конкретных видах статистической совокупности, их характеристиках и общих свойствах. Эти навыки позволяют сформировать правильное представление не только о явлениях с выраженной случайностью, но и о явлениях, случайная природа которых не очевидна и скрыта множеством факторов, усложняющих восприятие [7.,29].

Выпускник средней школы постоянно сталкивается с необходимостью получения и разработки некоторой информации. На уроках физики, химии, биологии при выполнении лабораторных и практических работ обучающийся должен иметь возможность проектировать результаты наблюдений и экспериментов; на уроках географии, истории и социальных наук ему нужно использовать таблицы и справочники, чтобы воспринимать информацию, представленную в графической форме. Эти навыки необходимы каждому человеку, поскольку со статистическими материалами, представленными в различных формах, он постоянно встречается во всех источниках информации, предназначенных для массовой аудитории – в газетах, журналах, книгах, на телевидении и т. д.

Понимание природы изучаемого стохастического явления связано с возможностью выделить главное, увидеть особенности и тенденции при рассмотрении таблиц, диаграмм и графиков. Простейшие навыки «чтения» таблиц и графиков позволяют нам заметить определенные закономерности наблюдаемых явлений, увидеть за формами представления статистических данных специфические свойства явлений с присущими чертами и причинными связями.

Типичные особенности изучаемых явлений, их общие тенденции можно определить с помощью средних статистических характеристик. Способность использовать их, характеризует восприятие учениками основных тенденций в мире случайности. Для каждого ученика необходимо понимать значение простейших средних показателей, таких как среднее арифметическое.

Стохастическая природа окружающих явлений не может быть раскрыта без понимания степени изменчивости. Поэтому возникает необходимость в количественном разбросе статистических данных, что способствует более глубокому пониманию природы процессов и явлений, позволяет сравнивать статистические множества с точки зрения степени их изменения.

Одной из важнейших составляющих стохастического мышления является понимание стабильности в мире случайности, упорядоченности случайных фактов. Невозможно допустить, чтобы стихийно воспринимаемые в жизни отдельные стороны случайных явлений, учащиеся воспринимали вне всяких взаимосвязей.

Самый простой и доступный способ состоит в том, чтобы сформировать представления вероятности как «теоретически ожидаемое» значение частоты с увеличением числа наблюдений. В то же время понимание взаимосвязи между вероятностью и ее эмпирическим прототипом – частотой, приводит к осознанию статистической устойчивости частоты. При этом важную роль играет понимание того, что количественная оценка возможности возникновения события может быть проведена до эксперимента, основываясь на некоторых теоретических соображениях. Таким образом, мы приходим к вычислению вероятностей в классической схеме.

В случае, когда вероятностная интуиция не развивается в преподавании математики, вместо правильных представлений и понятий ученики приобретают ложные взгляды, они принимают ошибочные суждения [21,96].

Важной целью изучения вероятностного и статистического материала в школе является развитие вероятностной интуиции, формирование адекватных представлений о свойствах случайных явлений. В конце концов, в жизни очень часто необходимо оценивать шансы, выдвигать гипотезы и предложения, прогнозировать развитие ситуации, говорить о возможностях подтверждения конкретной гипотезы и т. д. Вероятность, которая изучается в процессе организованного систематического исследования, отличается от обычного, только потому, что она является носителем идей об устойчивости, закономерностей в мире случайности, позволяет получать самые полные и правильные выводы из имеющейся информации [3,17].

Подводя итог, можем отметить, что появление вероятностно-статистической линии в школьной учебной программе, направленной на ознакомление обучающихся с вероятностным характером большинства явлений окружающей действительности, будет способствовать укреплению его общего культурного потенциала, появлению новых, глубоко обоснованных межпредметных связей, гуманитаризации школьного математического образования.

С элементами статистического мышления необходимо знакомить в школе по целому ряду предметов, а не только по курсу математики. Мы должны убедиться, что время от времени на уроках ботаники и зоологии, астрономии и физики, русского языка и истории разумные замечания о случайности явлений, изучаемых этой научной дисциплиной, должны быть сделаны в нужном месте. Естественно и математика не может оставаться в стороне.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАНИЯ ОСНОВ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

2.1 Анализ содержания темы "Элементы теории вероятностей" в школьных учебниках

Концепция введения комбинаторики, теории вероятностей и статистики, предложенная авторами учебников и учебных пособий, несколько отличается. Авторы разных пособий по-разному подходят к изучению теории вероятностей: в некоторых учебниках выдвигаются вероятностные концепции, в других – статистический, в третьем – все понятия рассматриваются отдельно, не прибегая к перемешиванию.

Начнем анализ с пособия Е. А. Бунимовича и В. А. Булычева «Вероятность и статистика». Учебник начинается с обзора случайных событий и сравнения их вероятности. Затем, основываясь на эксперименте, вводится понятие частоты (сразу учитываются частотные таблицы и гистограммы). После этого есть пункт под названием «Где искать частоты?», где вводится статистическое определение вероятности, а затем классическое определение.

В параграфе «вероятность и комбинаторика» рассматриваются правило умножения, правило сложения и сочетаний. Все эти формулы используются для вычисления вероятности. И в параграфе «точка также случайна» речь идет о геометрическом определении вероятности [4,54].

В последнем пункте «сколько изюма в буханке и сколько рыбы в пруду?» Рассмотрен вопрос статистической оценки и прогнозирования.

Следующий комплект учебников, авторов Н. Я. Виленкина, Г. Сурвилло, А.С. Симонова и А.И. Кудрявцева «Алгебра для 8 класса», «Алгебра для 9 класса» [23,17].

В 8 классе представлена большая глава под названием «Элементы теории множеств». В 9 есть глава под названием «Элементы комбинаторики и теории вероятностей», состоящая из двух параграфов. В §1 «Основные понятия комбинаторики» рассказывают о правилах суммы и произведения, а также размещениях, перестановках и сочетаниях. В §2 «Понятие вероятности события» говорится о частоте и вероятности (приводится статистическое определение вероятности события), затем о экспериментах с конечным числом одинаково равновозможных исходов, далее об исходах и событиях, потом о подсчёте вероятностей в опытах с равновозможными исходами (классический подход), и заканчивается глава параграфом «операции над событиями и алгебраические действия с вероятностями».

Третьим рассмотрим учебно-методический комплекс «Математика 5 класса», «Математика 6 класс» под редакцией Г. В. Дорофеева, И. Ш. Шарыгина; «Математика 7 класс», «Математика 8 класс», «Математика 9 класс» под редакцией Г.В. Дорофеева [6,34].

Пятый класс начинается с комбинаторики, где по конкретным задачам и примерам рассматривается решение комбинаторных задач методом перебора возможных вариантов. Этот метод иллюстрируется построением дерева возможных вариантов. Примеры и задачи очень просты, позволяя на этапе ознакомления с комбинаторными проблемами осваивать принцип простого, упорядоченного поиска возможных вариантов.

В пункте «Случайные события» рассматривается понятие случайного события, достоверные, невозможные и равновероятные события. Присутствуют также реальные, понятные примеры, которые позволяют учащимся лучше усвоить эти понятия.

В последней главе учебника приведены таблицы и диаграммы (как способ представления информации). Учеников учат использовать таблицу, извлекать из нее и анализировать необходимые им данные, а также узнавать, как создавать таблицы. В пятом классе рассматриваются столбчатые диаграммы, в одной из задач рассмотрена круговая диаграмма. Также присутствует пункт «Обследование общественного мнения», где составление таблиц в соответствии с данными опроса позволяет решить некоторые из вопросов, возникающие в реальной жизни.

6 класс начинается с повторения таблиц и диаграмм. Повторяются уже изученные столбчатые диаграммы и более подробно рассматриваются круговые (для представления соотношения между частями целого).

Затем два параграфа о комбинаторике: «Логика перебора» и «Правило умножения». Здесь представлены задачи, которые решаются уже известным методом перебора, и предлагается упростить его, используя так называемое кодирование. Представлен новый метод решения комбинаторных задач с использованием правила умножения.

Учебник заканчивается главой «Вероятность случайных событий». Ученикам рекомендуется проводить серию экспериментов, фиксируя результаты в таблицах. После этого, используя полученные результаты, вводится понятие частоты и вероятности случайных событий.

7 класс начинается с обзора основных статистических характеристик: среднее арифметическое, мода, размах, опять же с множеством примеров из жизни. В одном из разделов снова обращаются к решению комбинаторных задач, которые решаются при помощи рассуждений. Рассмотрены перестановки. И последняя глава продолжает рассматривать вероятность и частоту случайных событий.

В 8 классе сначала повторяются статистические характеристики, изученные в 7 классе, и вводится новая характеристика – медиана. Рассмотрены таблицы частот. Приведены примеры, показывающие связь с практикой, описаны различные жизненные ситуации. В 8 классе вводится классическое определение вероятности, данное Лапласом. Рассмотрены геометрические вероятности.

В учебнике 9 класса изучаются статистические исследования, вводится определение статистики. Изучаются примеры статистических исследований, доступных обучающимся, с использованием ранее полученных знаний о случайных экспериментах, методах представления данных и статистических характеристиках. Новые концепции включают выборку, репрезентативность, общую совокупность, ранжирование, объем выборки. Рассмотрен новый способ графического представления результатов – полигоны. Вводятся понятия выборочной дисперсии и среднее квадратичное отклонение.

В учебнике рассмотрены три примера статистических исследований, это реальные примеры, близкие к ученикам. Это вопросы: «Как исследуют качество знаний школьников», «Удобно ли расположена школа?», «Куда пойти работать?». Школьник видит применение знаний по статистике в реальных жизненных ситуациях.

Следующее пособие, авторами которого являются Ю. Н. Макарычев и Н. Г. Миндюк «Алгебра: элементы стохастики и теория вероятностей»: пособие для учащихся 7-9 классов общеобразовательных учреждений [13, 14, 15, 16].

Данное учебное пособие предназначено для учащихся 7-9 классов, дополняет учебники: Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К.И., Суворова С. Б. «Алгебра 7», «Алгебра 8», «Алгебра 9», под редакцией Теляковского С. А.

Книга состоит из четырех параграфов. Каждый параграф содержит теоретическую информацию и соответствующие упражнения. В конце параграфа даются упражнения для повторения, а также предлагаются дополнительные упражнения более высокого уровня сложности по сравнению с основными заданиями.

В 7 классе (§ 1) материал объединен в параграф «Статистические характеристики», который знакомит с простейшими статистическими характеристиками (среднее арифметическое, мода, медиана, размах). Упражнения к параграфу можно разделить на две группы. Первая группа состоит из задач на отыскание рассматриваемых характеристик и интерпретации их практического значения. Вторая группа включает задачи, требующие не только знания определений изучаемых статистических характеристик, но и способность выполнять необходимые рассуждения, использовать ранее введенный алгебраический аппарат.

Материал, изучаемый в 8 классе (§ 2), также объединяется в один параграф «Статистические исследования», который посвящен организации статистических исследований и визуального представления статистической информации (таблицы частот). Сначала повторяются основные статистические характеристики. Вводятся новые понятия: интервальный ряд, сплошное и выборочное исследования, выборка, генеральная совокупность, репрезентативность. Знакомство с новыми видами наглядной интерпретации результатов статистических исследований, такими как полигоны и гистограммы.

Наибольшее количество материала приходится на 9 класс. Есть два параграфа:

1. §3 «Элементы комбинаторики» содержит 4 пункта:

– Примеры комбинаторных задач. Простые примеры демонстрируют решение комбинаторных задач путем поиска возможных вариантов. Этот метод иллюстрируется построением дерева возможных вариантов. Рассмотрено правило умножения.

– Перестановки. Вводится сама концепция и формула для вычисления перестановок.

– Размещение. Понятие вводится на конкретном примере. Выводится формула числа размещений.

– Сочетания. Понятие и формула числа сочетаний.

2. §4 «Исходная информация из теории вероятности».

Представление материала начинается с изучения эксперимента, после чего вводится понятие «случайное событие» и «относительная частота случайного события». Вводится статистическое и классическое определение вероятности. Этот параграф заканчивается пунктом «сложение и умножение вероятностей». Рассматриваются теоремы сложения и умножения вероятностей, вводятся связанные понятия несовместимые, противоположные, независимые события. Этот материал предназначен для учеников, которые проявляют интерес и склонны к математике, и могут быть использованы для индивидуальной работы или для внеклассных занятий.

Далее рассмотрим методический комплект, авторов И. И. Зубарева, А. Г. Мордковича «Математика 5 класс», «Математика 6 класс»; А. М. Мордкович «Алгебра» (Часть 1. Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений. Часть 2. Задачник для 9 класса общеобразовательных учреждений) [18, 19].

В пятом классе последняя глава «Введение в вероятность» содержит два параграфа. В одном из них рассматриваются достоверные, невозможные и случайные события. И представлены задания для определения характера события (достоверное, невозможное или случайное). Во втором разделе рассматриваются комбинаторные задачи, которые можно решить путем перебора возможных вариантов.

В шестом классе авторы вводят понятие вероятность. Упражнения даются для определения степени вероятности события, которое учащиеся должны выполнять с опорой на интуицию. В следующем параграфе вводится классическое определение вероятности. Рассматриваются задачи, в которых для вычисления вероятности используется комбинаторное правило умножения.

9 класс: первый параграф посвящен множествам и операциям над ними. Следующий параграф посвящен комбинаторике. Он начинается с рассмотрения простых комбинаторных задач, рассматривается таблица возможных вариантов, которая показывает принцип правила умножения. Затем рассмотрены деревья возможных вариантов и перестановок.

Третий абзац посвящен статистике. Рассмотрена группировка информации в виде таблиц. В этом разделе вводится много новых терминов, и авторами они оформлены в виде таблицы, в дополнение к определениям, также есть описание этих терминов. Далее рассматривается таблица распределения и ее графическое представление (многоугольник распределений), нормальное распределение. Численные характеристики выборки (среднее арифметическое, мода, медиана).

В четвертом параграфе говорится о простейших вероятностных задачах. Даны определения вероятности, случайного, достоверного и невозможного события. Вводится классическое определение вероятности.

Следующий параграф «Экспериментальные данные и вероятности событий», в котором обсуждается взаимосвязь между вероятностью и экспериментальными статистическими данными, после чего вводится определение статистической вероятности.

Далее рассмотрен был учебник С. М. Никольского, М. К. Потапова, Н. Н. Решетникова и А. В. Шевкина «Алгебра: учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений» [24,86].

В этом учебнике, в качестве приложения к главе 1 «Простейшие функции. Квадратные корни» дается материал о наборах и операциях над ними.

Затем в дополнение к главе 4 «Системы рациональных уравнений» представлен материал о вероятности события (даны определение вероятности, а также невероятных и достоверных событий), перестановках, размещениях и сочетаниях (даны определения и примеры).

Следующее учебное пособие, которое было нами рассмотрено является «Элементы стохастики в процессе математики VII-IX классов основной школы», авторы М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова, он предназначен для 7-9 классов и дополняет учебники Алимова Ш. А. "Алгебра 7, 8, 9" [26,58].

1 Глава «Введение в комбинаторику» (7 класс) начинается с исторических комбинаторных задач о магических и латинских квадратах и другие. Затем рассматриваются различные комбинации из трех элементов, где представлены сочетания, перестановки и размещения, но вводить сами термины не обязательно. Представлена таблица подсчета вариантов, подводящая к правилу умножения. Графы также рассматриваются, но только как средство вычисления возможных вариантов. Эта глава имеет и

дополнительные параграфы «перестановки и разбиение на две группы», «выдвижение гипотез».

2 Глава «Случайные события» (8 класс). Сначала рассматриваются события: достоверные, невозможные, случайные, совместные и несовместные, равновозможные. В следующем разделе сразу вводится классическое определение вероятности, после чего решение вероятностных задач рассматривается с помощью комбинаторики. Далее, как дополнительный пункт, рассмотрена геометрическая вероятность. Вводится понятие противоположных событий и их вероятность. Понятие относительной частоты и статистическое определение вероятности вводятся в конце главы. И заканчивается дополнительный материал тактикой игр.

Глава 3 «Случайные переменные» (9 класс). Вводятся понятия случайной величины - дискретной и непрерывной. Рассмотрены таблицы распределения значений случайной величины и ее графического представления (полигоны). Далее рассматриваются такие понятия как генеральная совокупность и выборка, мода, медиана, размах. И глава заканчивается дополнительными параграфами, в которых рассматриваются отклонение от среднего, дисперсия, среднее квадратичное отклонение и правило трех сигм.

Заключительным учебным пособием, рассматриваемым нами стало «Теория вероятности и статистика» Ю. Н. Тюрина, А. А. Макарова, И. Р. Высоцкого, И. В. Ященко [27,63].

Данное пособие предназначено для учеников 7-9 классов, при этом в нем в следующем порядке реализуется исследуемая линия. Две первые главы посвящены диаграммам и таблицам. Приводятся в таблицах статистические данные, происходит обучение работе с таблицами (вычисления в таблицах, поиск информации, занесение в таблицы результатов измерений и подсчетов).

Третья глава помимо основных статистических характеристик предлагает ознакомиться с такими понятиями, как отклонение и дисперсия.

В четвертой главе, под названием «случайная изменчивость», содержатся примеры изменчивых величин (температура воздуха, вес или рост человека и т. п.).

Далее в 5 главе происходит переход к изучению случайных событий, а также их вероятностей. Здесь вероятность случайного события определяют, как числовую меру его правдоподобности. После того, как определяется вероятность, переходят к рассмотрению частоты и экспериментов с игральной костью и монетой. Последующая вероятностная линия продолжается, и происходит рассмотрение элементарных событий, их равновозможность, противоположные события, пересечения и объединения событий, диаграммы Эйлера, сложение и умножение вероятностей.

Следующим блоком является комбинаторика, где рассматривают правило умножения, сочетания, перестановки, формулы числа перестановок и сочетаний, и при помощи их происходит решение задач на вычисление вероятностей.

Несколько следующих глав посвящаются случайным величинам: примеры их, распределение вероятностей случайных величин, числовые характеристики (дисперсия, математическое ожидание), случайные величины в статистике. Дано определение частоты, а также теорема, которая утверждает, что частота при большом числе опытов приблизительно равна вероятности.

В приложение включены: треугольник Паскаля, формула Бинома-Ньютона, а также несколько самостоятельных и контрольных работ, по пройдённому материалу.

2.2. Методический аспект преподавания теории вероятностей в средней школе

Вопрос о целесообразности введения теории вероятности в школьный курс рассматривался в России уже в первой половине девятнадцатого века. Для введения стохастического материала в программу национальной средней школы в разные годы действовали многие математики и методисты: В. Я. Буняковский, Б. В. Гнеденко, И. Г. Журбенко, А. Н. Колмогоров, А. И. Маркушевич, В. В. Фирсов, А. Я. Хинчин, П. Л. Чебышев, И. М. Яглом и другие. В нашей стране уже предприняты попытки ввести понятие вероятности события в школьный курс математики (ШКМ). Однако из-за его изоляции и инородности по отношению к традиционному школьному курсу этот материал был однажды удален из программ и учебников.

В 2003/2004 учебном году Министерство образования рекомендовало учебным заведениям начать преподавать стохастику в основной школе. В 2010 году задача по теории вероятностей была включена в контрольные и измерительные материалы государственной итоговой аттестации (ГИА) по математике для 9 классов, в 2012 году - в Единый государственный экзамен (математика) по математике для 11 классов.

Введение вероятностно-статистической линии в школьный курс математики породило много вопросов среди учителей математики. К ним относятся вопросы, связанные с понятийным аппаратом, необходимым для успешного понимания и усвоения основ теории вероятностей, методологии его внедрения. Однако большинство вопросов возникает с методикой обучения учащихся тому, как решать вероятностные задачи [28,47].

Основными понятиями теории вероятностей являются стохастический (случайный) эксперимент, событие и вероятность. Эти понятия взаимосвязаны: вероятность – это шанс события, событие – результат эксперимента. В соответствии с этим формирование вероятностной культуры, которая является одной из задач введения стохастической линии в ШКМ, необходимо начинать с понятия стохастический эксперимент.

Однако преподаватели математики либо пропускают эту концепцию, либо не сосредотачиваются на ней, что впоследствии приводит к определенным проблемам в оценке возможности события и в решении вероятностных проблем, поскольку ученики не могут сформулировать сам факт в результате каких-либо действий.

Второе понятие, событие, рассматривается более подробно, но при изучении возможности возникновения нескольких событий в одном эксперименте недостаточно внимания уделяется алгебре событий или, другими словами, их математическим моделям. Это снова приводит к проблемам в решении задач нахождения вероятности. Ученики, которые не знают, как записать математическую модель события, с трудом решают задачи по теореме произведения, теореме суммы вероятностей совместных событий, полной вероятности.

Исходя из вышесказанного, мы можем рекомендовать следующую последовательность введения базовых понятий теории вероятностей, которые могут способствовать более успешному изучению материала обучающимися:

1. Понятие стохастического (случайного) эксперимента. Определение события. Типы событий (достоверное, невозможное, случайное события).

2. Совместные, несовместимые, противоположные события. Математические модели событий (сумма событий, произведение и разность событий).

3. Понятие вероятности. Аксиомы теории вероятностей. Следствия аксиом.

4. Методы нахождения вероятности (статистическое, классическое, геометрическое определения, теорема суммы, теорема произведения вероятностей).

Рассмотрим два основных понятия: случайный эксперимент и событие.

Случайным (стохастическим) экспериментом является эксперимент, результаты которого известны теоретически, но неизвестно, какой из них будет происходить во время эксперимента. Событие является результатом стохастического эксперимента. Одной из основных задач внедрения этих концепций является установление взаимосвязи между ними, формирование навыков учеников для формулировки сути эксперимента и его результата [8].

Для формирования этого навыка учащиеся на этапе внедрения понятий и актуализации знаний на последующих уроках могут выполнять следующие задачи:

– Из приведенного списка экспериментов указывают случайные эксперименты, обосновывая ответ;

– Привести примеры случайного эксперимента и для каждого примера указать достоверное, невозможное, случайное событие;

– Из списка перечисленных событий выбрать случайные события, достоверные и невозможные. Отвечая, указать какой случайный эксперимент был проведен.

Укрепление навыка должно возникать при решении задач, а именно при обсуждении и подготовке ее краткой записи следует выяснить и записать случайный эксперимент и событие, вероятность которого оценивается. Кроме этого, учащиеся должны обратить внимание на то, как проходит эксперимент, на события, которые уже произошли, и поэтому они не участвуют в оценке вероятности.

Рассмотрим задачи на классическое определение вероятности, которая используется, когда одно событие происходит в течение одного и того же эксперимента, проводимое один или несколько раз.

Задача 1. Наташа бросает игральный кубик. Какова вероятность того, что количество очков выпадет менее 3 [9,14].

Работа с задачей.

1. Случайный эксперимент — бросание кубика.

2. Событие — выпадение числа очков.

3. Оцениваемое событие А: выпадение числа очков меньше 3.

4. Всевозможные исходы эксперимента — число очков от 1 до 6.

5. Благоприятные исходы эксперимента для события А — число очков 1 и 2.

6. Проводится один эксперимент, наступает одно событие, следовательно, используется классическое определение вероятности.

Задача 2. Наташа дважды бросает кубик, в сумме она получает 8 очков. Какова вероятность того, что на одном из кубиков есть число 5 [9,34].

Работа с задачей.

1. Случайный эксперимент — бросание кубика 2 раза.

2. Событие — выпадение пары чисел, сумма которых равна 8. Математическая модель $x + y = 8$.

3. Оцениваемое событие А: $5 + y = 8$ или $x + 5 = 8$.

4. Всевозможные исходы эксперимента — пары чисел от 1 до 6, которые в сумме дают 8.

5. Благоприятные исходы эксперимента для события А — пары чисел (5,3) и (3,5).

6. Проводится один и тот же эксперимент, наступает одно событие, которое является комбинацией определённых чисел, для решения используется классическое определение вероятности.

Задача 3. Мама принесла домой в пакете 15 яблок, 3 из которых красные, остальные — зеленые. Двое детей по очереди берут по фрукту, а затем берёт мама. С какой вероятностью ей достанется зеленое яблоко, если у обоих детей оказались зеленые яблоки?

Работа с задачей.

1. Случайный эксперимент — выбор яблока. Эксперимент проходит в несколько этапов: 1 этап — выбор первого ребенка, 2 этап — выбор второго ребёнка, 3 этап — выбор мамы.

2. Событие — цвет яблока. Результат первого и второго этапов: яблоко — зеленое, то есть события уже произошли, следовательно, при

рассмотрении результатов третьего выбора их необходимо исключить из общего числа. Именно на это необходимо обратить внимание при решении задачи.

3. Оцениваемое событие А — третье яблоко зеленое.

4. Всевозможные исходы эксперимента — 13 яблок.

5. Благоприятные исходы эксперимента для события А — 10 оставшихся зеленых яблок.

6. Проводится один и тот же эксперимент, наступает одно событие, для решения используется классическое определение вероятности.

Таким образом, особенность третьей задачи заключается в том, что эксперимент, результаты которого оцениваются, происходит при определенных условиях (ограничениях), и это необходимо учитывать при решении задачи. В общем, при решении задач на классическое определение вероятности мы можем рекомендовать следующую схему работы над нет:

1. Определите, что такое случайный эксперимент, сколько раз он проводится.
2. Сформулируйте событие. Выяснить является ли событие для каждого этапа, если их несколько, случайным или оно уже наступило.
3. Сформулируйте оцениваемое событие.
4. Определите все возможные результаты.
5. Определите тип благоприятного исхода.
6. Найдите количество всех возможных и благоприятных результатов.
7. Найдите соотношение количества благоприятных результатов к числу возможных результатов. Проверьте, что вероятность случайного события всегда меньше одного.
8. Запишите ответ.

Следующая группа задач, как правило, создающая трудности для обучающихся, связана с алгеброй событий. Непонимание этих задач учениками может быть связано с недостаточной теоретической подготовкой.

Пропедевтикой для решения данных задач является работа с понятиями совместные, несовместные, противоположные события. При введении данных понятий и работе по закреплению материала, необходимо указать, какой эксперимент проводится, какие события наступают в ходе эксперимента, и ответить на вопрос: «Могут ли они наступить вместе?». Если ответ положительный, то события совместные. Если ответ отрицательный, события несовместимы или противоположны. Если одно событие является отрицанием другого события, события противоположны [17,49].

Например, случайный эксперимент - бросание кости. Событие А - четное количество очков. Событие В - нечетное количество очков. Событие С - выпадение четвёрки. События А и В не могут наступить вместе и являются отрицанием друг друга, поэтому они противоположны. События А и С могут наступить вместе, так как 4 - четное число. Поэтому они являются совместными. События В и С не могут объединиться, но одно не является отрицанием другого. Следовательно, они несовместимы. При введении понятий о несовместимых и противостоящих событиях необходимо обратить внимание учащихся на частицу «нет», что позволяет идентифицировать пару противоположных событий.

При введении математических моделей событий необходимо обратить внимание учащихся на слова и союзы, которые определяют форму модели, тем самым устанавливая межпредметные связи математической логики и теории вероятностей.

При решении задач по использованию теоремы суммы и произведения событий мы можем порекомендовать следующую схему работы с ними:

1. Определите, что такое стохастический эксперимент, сколько раз он проводится.

2. Определите тип события для каждого этапа стохастического эксперимента.

3. Определите количество событий, обозначьте их буквами.

4. Определить, какими являются события (совместными, несовместными).

5. Определите вид общего события.

6. Запишите математическую модель общего события (сумма, разность, произведение).

7. В соответствии с моделью найдите вероятность, используя соответствующую теорему [20,86].

В заключение следует отметить, что приведенные выше алгоритмы для работы над задачей по теории вероятностей могут быть дополнены, изменены в зависимости от степени готовности учеников. Однако этапы выделения стохастического эксперимента, события и оцениваемого события должны присутствовать обязательно. Эти этапы непосредственно связаны с пониманием условия вероятностной задачи и её успешным решением.

В данной главе нами были рассмотрены множество учебных пособий и учебников, в которых присутствует тема теория вероятности и статистика, проведен их подробный анализ. Кроме этого во втором параграфе мы рассмотрели рекомендованную последовательность введения базовых понятий теории вероятностей, которые могут способствовать более успешному изучению материала обучающимися:

1. Понятие стохастического (случайного) эксперимента. Определение события. Типы событий (достоверное, невозможное, случайное события).

2. Совместные, несовместимые, противоположные события. Математические модели событий (сумма событий, произведение и разность событий).

3. Понятие вероятности. Аксиомы теории вероятностей. Следствия аксиом.

4. Методы нахождения вероятности (статистическое, классическое, геометрическое определения, теорема суммы, теорема произведения вероятностей).

ГЛАВА 3. ФАКУЛЬТАТИВНЫЙ КУРС «ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ» ДЛЯ 9 КЛАССОВ

3.1. Разработка факультативного курса «Элементы теории вероятностей» для 9 классов

Подготовленный факультативный курс в рамках может быть использован для предпрофильной подготовки при ориентации учебно-воспитательного процесса на удовлетворение требований учащихся в расширении их умений, знаний и навыков по математике, а также тренерует их для перехода в старшее звено на профильный уровень обучения.

Представленный курс предназначен для учащихся 9 классов, и предусмотрен на 34 часа.

Данный курс ориентируется на рост умений решения задач практического характера у учащихся: представление данных на графиках и в таблицах; описательная статистика; случайные события и вероятность; математическое описание случайных событий; вероятности случайных событий; сложение и умножение вероятностей; элементы комбинаторики. Посредством курса возможно развитие умения при работе с информацией, которая представлена в таблицах, графиках, диаграммах, интерпретация результатов, которые получены во время исследований и опросов общественного мнения. Помимо этого, в курс входят практические занятия по решению задач из теории вероятностей и комбинаторики, входящие в состав ОГЭ по математике [25,36].

Факультативный курс направлен на выполнение межпредметных связей, расширенное освоение множества вопросов, оказывает помощь ученикам резче войти в проблематику современной содержательной линии школьного курса математики, оказывая интерес к данной главе математики и ее приложениям, взять дополнительные навыки и увеличивая при этом свой кругозор, во время рассмотрения нового курса.

Целями элективного курса являютя:

1. Сформировать умения решать комбинаторные задачи, посредством перебор возможных вариантов, а также умение использовать изученные формулы;

2. Закрепить полученные теоретические знания во время практического решения прикладных задач.

3. Освоить конкретные математические знания, которые являются необходимыми в применении для продолжения образования.

После изучения курса, ученики должны:

– Знать основные понятия математической статистики и теории вероятностей.

– Уметь вычислять вероятности событий, используя различные определения вероятности и формулы.

– Видеть в конкретных житейских, научных, и технических проблемах вопросы, задачи, которые допускают решение методами теории вероятностей, умение сформулировать и решить такие задачи.

– Уметь представить событие, как комбинация, состоящая из нескольких элементарных событий.

– Уметь использовать приближенные формулы для вычисления вероятностей.

– Различать дискретные и непрерывные случайные величины.

– Уметь находить числовые характеристики случайных величин.

– Уметь решать простейшие задачи математической статистики и интерпретировать полученные результаты [30,87].

Таблица 1

Тематическое планирование курса

№ п/п	Тема занятия	Количество часов
Раздел 1. «Статистика»		
1	Лекция на тему «Среднее арифметическое. Мода. Размах»	1
2	Разбор задач с решением их у доски	1
3	Лекция на тему «Медиана. Дисперсия»	1
4	Разбор задач с решением их у доски	1
5	Лекция на тему «Статистические исследования»	1
6	Разбор задач с решением их у доски	1
7	Самостоятельное решение задач по всему 1 разделу	1
8	Выполнение итоговой работы по разделу 1: «Статистика»	1
Раздел 2. «Комбинаторика»		
9	Лекция на тему «Правило умножения. Перестановки. Факториал»	1
10	Разбор задач с решением их у доски	1
11	Лекция на тему «Размещения. Сочетания»	1
12	Разбор задач с решением их у доски	1
13	Самостоятельное решение задач по всему 2 разделу	1
14	Выполнение итоговой работы по разделу 2: «Комбинаторика»	1
Раздел 3. «Теория вероятностей»		
15	Лекция на тему «Случайные события»	1
16	Разбор задач с решением их у доски	1
17	Лекция на тему «Классическое определение вероятности»	1

18	Разбор задач с решением их у доски	1
19	Лекция на тему «Аксиоматический подход к понятию “вероятность”»	1
20	Разбор задач с решением их у доски	1
21	Лекция на тему «Статистический способ подсчета вероятности»	1
22	Разбор задач с решением их у доски	1
23	Самостоятельное решение задач по всему 3 разделу	1
24	Выполнение итоговой работы по разделу 3: «Теория вероятностей»	1
Раздел 4. «Задачи по теории вероятностей и комбинаторики из ОГЭ»		
25-33	Решение задач по теории вероятностей и комбинаторики из ОГЭ	9
34	Выполнение итогового теста по всему курсу «Элементы теории вероятностей»	1

Структура курса

Раздел 1. «Статистика» (8 часов)

Проведение трех лекций по темам «Среднее арифметическое. Мода. Размах», «Медиана. Дисперсия» и «Статистические исследования», а также разбор задач с подробным решением их у доски. Самостоятельное решение задач по данной теме.

Итоговая работа по разделу 1: «Свободные колебания».

Раздел 2. «Комбинаторика» (6 часов)

Проведение двух лекций по темам «Правило умножения. Перестановки. Факториал» и «Размещения. Сочетания», а также разбор задач с подробным решением их у доски. Самостоятельное решение задач по данной теме.

Итоговая работа по разделу 2: «Комбинаторика».

Раздел 3. «Теория вероятностей» (10 часов)

Проведение четырех лекций по темам «Случайные события», «Классическое определение вероятности», «Аксиоматический подход к понятию “вероятность”» и «Статистический способ подсчета вероятности», а также разбор задач с подробным решением их у доски. Самостоятельное решение задач по данной теме.

Итоговая работа по разделу 3: «Теория вероятностей».

Раздел 4. «Подготовка к ЕГЭ» (9 часов)

Решение задач по теории вероятностей и комбинаторики из ОГЭ

Итоговый тест по всему курсу: «Элементы теории вероятностей» (1 час).

Обоснование системы контрольно-оценочной деятельности:

Оценка достижений учащихся:

1. Итоговая работа по разделу 1: «Статистика» - 0-11 баллов.
2. Итоговая работа по разделу 2: «Комбинаторика» - 0-10 баллов.
3. Итоговая работа по разделу 3: «Теория вероятностей» - 0-10 баллов.
4. Итоговый тест по всему курсу: «Элементы теории вероятностей» - 0-19 баллов.

Критерии оценивания:

1. Итоговая работа по разделу 1.

Первые 4 задачи оцениваются в 2 балла, пятая задача в 3 балла (максимальное количество набранных баллов 11).

2. Итоговая работа по разделам 2, 3.

Каждая из работ максимально оценивается в 10 баллов, за каждую правильно решенную задачу 2 балла.

3. Итоговый тест по всему курсу: «Элементы теории вероятностей».

Каждое задание части А оценивается в 1 балл, части В в 2 балла, части С в 3 балла (максимальное количество набранных баллов 19).

После окончания курса выставляется оценка (учитывается текущий и итоговый контроль):

– «Отлично» - 40-50 баллов. Ученик демонстрирует ответственное и сознательное отношение, которое сопровождается ярко выраженным интересом к учению. Помимо этого, учеником был освоен теоретический материал курса, получены навыки для его применения во время решения конкретных задач.

– «Хорошо» - 30-39 баллов. Учащимся освоены методы и идеи данного курса так, что может справиться со стандартными заданиями, выполнялись итоговые работы, при этом наблюдались определенные положительные результаты.

- «Удовлетворительно» - 23-29 баллов. Учеником были освоены наиболее простые идеи и методы курса, что позволило ему довольно успешно выполнить простые задания.

- «Неудовлетворительно» - меньше 22 баллов. Ученик не усвоил основы данного курса, что не позволило ему справится с элементарными заданиями.

3.2. Содержание факультативного курса «Элементы теории вероятностей» для 9 класса

Раздел 1. «Статистика»

Занятие 1. Лекция «Среднее арифметическое. Мода. Размах»

Статистикой называется наука, занимающаяся сбором, обработкой и анализом количественных данных о различных массовых явлениях, которые происходят как в природе, так и в обществе. Результаты статистических исследований для различных практических и научных выводов.

Рассмотрим применение статистики на примере задачи:

12 семиклассников затратили на выполнение домашнего задания по физике время (мин.), показанное в таблице 2:

Таблица 2

23	18	25	20	25	25	32	37	34	26	34	25

По этому ряду данных, возможно определить, количество затраченных минут учащимися на домашнее задание.

Число 27, которое было получено, как результат, носит название среднее арифметическое рассматриваемого ряда.

Среднее арифметическое ряда чисел – это частное от деления суммы этих чисел на количество слагаемых.

Нами было вычислено, что на то, чтобы выполнить домашнее задание по алгебре ученики в среднем тратили по 27 минут. По подобным наблюдениям, возможно проследить, какой была средняя затрата времени на выполнение в какой-либо другой день домашнего задания по любому из учебных предметов.

Стоит отметить, что вычисление среднего арифметического не дает полезной информации, так как время, которое было затрачено некоторыми учениками, отличается от среднего арифметического.

Наибольший расход времени равен 37 минутам, а наименьший из расходов равен 18 минут. Разность наибольшего и наименьшего значения – это размах ряда.

Размах ряда вычисляют, когда необходимо определить, насколько велик разброс данных в ряду. Но интересовать могут не только среднее арифметическое и размах, а также и другие показатели.

К примеру, интересно знать, какое число наиболее часто встречается в ряду данных. Такое число в нашей задаче – это 25. Наиболее часто встречаемая величина в данном ряду – это мода чисел.

В ряду может быть две моды, а может и вовсе ее не быть [29,114].

Занятие 2. Разбор задач с решением их у доски

1. Охарактеризовать свою успеваемость по математике за четверть. Работа выполняется в несколько этапов:

– Сбор информации: выписать оценки из журнала (каждый ученик свои).

– Обработка полученных данных: вычисление среднего арифметического, размаха, моды.

2. Найти среднее арифметическое, размах, моду ряда чисел:

а) 20,22,28,17,41,16,19,10;

б) 2,4; 3,5; 1,8; 4,6; 1,6.

3. Известно, что на средняя температура планете Меркурий + 15^0. Из этого можно предположить, что при данном статистическом показателе, жизнь человека возможна на этой планете. Но при этом на самом деле на Меркурии температура колеблется от – 150^0 до + 350^0. Найдите разность наибольших и наименьших значений температур.

4. По данным таблицы 3 вычислите среднее арифметическое, размах и моду:

Таблица 3

Имя	Оценка
Иван	4
Александр	2
Михаил	3
Степан	4
Никита	4
Владимир	2

5. Во время соревнований по фигурному катанию выступление оценивалось баллами, представленными в таблице 4. Для этого ряда найдите среднее арифметическое, размах и моду.

Таблица 4

5,3	5,2	5,4	5,5	5,3	5,4	5,4

Занятие 3. Лекция на тему «Медиана. Дисперсия»

Медиана набора разных чисел (среди которых могут быть совпадающие) называется:

а) число, которое стоит посередине в упорядоченном по возрастанию ряду этих чисел, если количество чисел в исследуемом ряду нечетно.

б) полусумма чисел, которые стоят на средних местах в ряду этих чисел, если количество чисел нечетно.

В статистике данная величина носит название устойчивость, и является очень важным свойством, которое страхует от случайных ошибок и недостоверных данных.

Кроме этого, зная лишь размах, мы не можем знать о том, каким образом располагаются числа в имеющемся наборе.

Но можем отметить основное свойство отклонений: сумма отклонений чисел от среднего арифметического этих чисел равна нулю.

Рассмотрим вычисление отклонений на примере задачи:

В таблице 5 показано число посетителей выставки в разные дни недели

Таблица 5

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Число посетителей	604	638	617	636	625	713	724

Найдите среднее значение числа посетителей и отклонения от среднего для указанного набора данных.

Ответ: x=(604+638+617+636+625+680+708):7=4508:7=644.

Таблица 6

Число Посетителей	Среднее Значение	Отклонения
604		- 40
638		- 6
617		- 24
636	644	- 8
625		- 19
680		36
708		64

Если отклонение является отрицательным, то число посетителей менее, чем среднее значение, а если положительное, то посетителей больше среднего.

Размах является слишком грубой мерой разброса чисел в наборе, так как учитывает лишь наименьшее и наибольшее. Наиболее полная характеристика разброса набора чисел – это набор их отклонений от среднего арифметического. Но если количество чисел велико то, рассмотрение набора отклонений является неудобным. Необходимо описать разнообразие чисел одним числом.

Для того чтобы мера разброса чисел не была зависимой от количества их в наборе, как такую меру используют среднее арифметическое квадратов отклонений. Вводится определение и обозначение понятия дисперсии [1,26].

Дисперсия набора чисел – это среднее арифметическое квадратов отклонений от среднего значения, рассмотрим на задаче:

Вычислите дисперсию производства пшеницы в России в 2004-2010 г.г.,млн.тонн

Таблица 7

Год	Производство	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
2004	30,1	-5,4	29,16
2005	34,9	-0,6	0,36
2006	44,3	8,8	77,44
2007	27,0	-8,5	72,25
2008	31,0	-4,5	20,25
2009	4,5	-1,0	1,00
2010	47,0	11,5	132,25

Для того, чтобы рассчитать дисперсию необходимо сложить все значения в столбце «Квадрат отклонения» и разделить на количество слагаемых: (29,16+0,36+77,44+72,25+20,25+1,00+132,25):7=47,53.

Занятие 4. Разбор задач с решением их у доски

1. Каждые полчаса ученики измеряют температуру воды в речке и получают следующий ряд значений: 12,3; 13,6; 12,9; 12,8; 13,2; 13,7; 12,5; 12,8; 12,6; 12,9; 12,6. Найдите медиану этого ряда.

2. Стоимость рыбных блюд в кафе представлен в виде следующего ряда: 324; 164; 258; 269; 137; 226; 183. Вычислите разницу между средним арифметическим и медианой этого ряда.

3. За контрольную работу по геометрии ученики получили следующие оценки: 5; 3; 5; 3; 3; 4; 4; 4; 3; 5; 4; 4; 4; 4; 4. Найдите разницу среднего арифметического и медианой данного ряда.

4. Для данных чисел вычислите среднее значение. Составьте таблицу отклонений от среднего и квадратов отклонений от среднего и вычислите дисперсию:

а) -2; -1; 1; 2;

б) -4; -2; 1; -3; 5.

5. Отметьте данные числа на числовой прямой. Вычислите для каждого из этих наборов дисперсию. А так же сравните дисперсии между собой:

а) 1, 2, 3 и 5, 6, 7;

б) 4, 6, 8 ,10 и 16,18,20,22.

Занятие 5. Лекция на тему «Статистические исследования»

Для того, чтобы наглядно представить данные, которые были получены, как результат статистического исследования, широко используются различные способы их изображения.

Один из известных способов для наглядного представления данных – это построение круговых и столбчатых диаграмм.

Диаграмма, которая показывает, как целое возможно разделить на части в виде секторов круга, углы, являющиеся пропорциональными единого целого, носит название круговая диаграмма.

Столбчатые диаграммы используются при иллюстрации динамики изменения данных во времени или распределение данных, которые были получены, как результат статистического исследования.

Круговые диаграммы используют для того, чтобы наглядно изобразить соотношения частей исследуемой совокупности.

Рассмотрим данные положения на примере задачи:

На основе изучения затрат времени на изготовление одной детали рабочими цеха была составлена таблица 8 относительных частот.

Таблица 8

Время, ч	0,5	0,6	0,7	0,8
Относительная частота, %	16	21	39	24

Постройте по таблице круговую и столбчатую диаграммы.

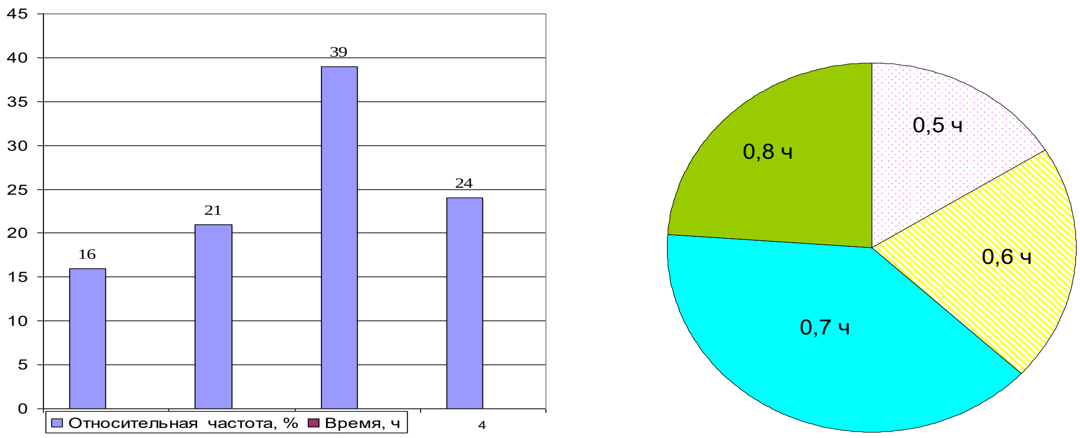

Рис.1 Столбчатая и круговая диаграмма затрат времени на изготовление детали

Динамика изменения статистических данных во времени зачастую иллюстрируется при помощи полигона. Для того, чтобы построить полигон должны быть отмечены на координатной плоскости точки, абсциссы – это моменты времени, а ординаты – это соответствующие им статистические данные. При соединении последовательно данные точки отрезками, получается ломаная, которая называется полигон. Пример, представлен на рисунке 2 ниже:

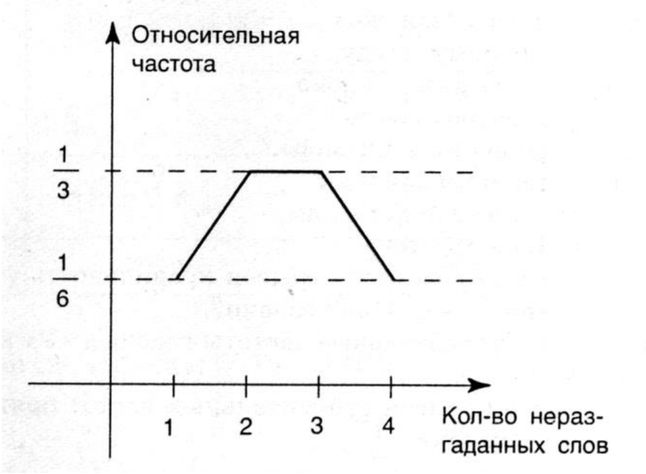

Рис. 2 Динамика изменения статистических данных

Интервальные ряды данных изображаются при помощи гистограмм. Гистограмма – это ступенчатая фигура, которая составлена из сомкнутых прямоугольников. Основание у каждого из прямоугольников равняется длине интервала, а высота – частоте или относительной частоте. Итак, в гистограмме, отличительной особенностью от столбчатой диаграммы является то, что основания выбираются не произвольно, а строго определяются длиной интервала [5,25].

Занятие 6. Разбор задач с решением их у доски

1. На партии из 50 электроламп изучалась их продолжительность горения (в часах). По результатам была составлена таблица 9:

Таблица 9

Продолжительность горения, ч	До 200	200-400	400-600	600-800	800-1000	1000-1200	1200-1400	1400-1600
Частота	1	3	5	9	16	9	5	2

По результатам данной таблицы постройте гистограмму.

2. Изучая профессиональный состав рабочих из механического цеха, была составлена таблица 10.

Таблица 10

Профессия	Число рабочих
Наладчик	4
Револьверщик	2
Сверловщик	1
Слесарь	8
Строгальщик	3
Токарь	12
Фрезеровщик	5

Постройте столбчатую диаграмму, которая характеризует профессиональный состав рабочих из этого цеха.

3. В таблице 11 показано распределение сотрудников отдела по стажу работы:

Таблица 11

Стаж работы. Лет	3 и менее	4	5	6	7 и более
Относительная частота, %	8	12	16	24	40

Постройте круговую диаграмму, которая иллюстрирует распределение сотрудников отдела по стажу работы.

4. В таблице 12 приведены значения среднемесячных температур воздуха (в градусах Цельсия) в городе за год:

Таблица 12

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Среднемесячная температура, ^{0} C	-13	-9	-5	5	11	17	24	18	14	9	-1	-7

Постройте полигон, который иллюстрирует изменения среднемесячных температур за год.

Занятие 7. Самостоятельное решение задач по всему 1 разделу

1. Вычислите среднее арифметическое чисел. Отметьте числа и среднее значение обоих наборов на числовой прямой.

а) 1,2,3,4,5. б) 1,2,3,4,100.

2. На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки: 5,4; 5,2; 5,4; 5,5; 5,1; 5,4; 5,1; 5,5; 5,2. Для данного набора чисел найдите среднее арифметическое, моду и размах. Что каждый из этих показателей характеризует?

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения, размах, среднее значение, медиану и моду набора чисел: 19; 17; 5; 47; 41; 13; 19.

4. Найдите моду набора чисел:

а) 5; 3; 2; 5; 4; 5; 3; 4; 4; 5; 4;

б) 2; 3; 1; 5.

5. В наборе чисел 3; 8; 15; 24; 30; … пропущено последнее число. Найдите это число, если размах равен 40.

6. На основе опроса была составлена таблица 13 распределения учащихся по времени, которое тратится ими в определенный день на просмотр телепередач:

Таблица 13

Время, ч	Частота
0-1	12
1-2	24
2-3	8
3-4	5

Пользуясь таблицей, постройте соответствующую гистограмму.

7. Закинул старик в реку невод. Пришел невод с таким уловом (в порядке вытаскивания):

П, М, С, С, Щ, Я, К, М, П, З, К, К, П, Я, М, П, С, П, М, М, Щ, Щ, С, П, М, Щ, К, П, Щ, П, П, К, С, П, К, З, П, Я, М, С, З, П, М, П, Я, П, М, С, Щ, Щ, С, М, П, П, К, Щ, С, М, Щ, Я, П, С, П, Щ, М, М, К, М, П, Щ, М, П, Я, М, Щ, С, П, П, М, З.

Буквами обозначены: З – Золотая рыбка; К - Карп; Щ – Щука; М –Минтай ; П – Плотва; С – Сазан; Я – Язь.

а) Произведите ранжирование ряда данных в алфавитном порядке.

б) Какой процент пойманной рыбы составляют золотые рыбки?

в) Используя полученную стариком выборку, оцените, какие из рыб более и менее распространённые в местах, где стариком был закинут невод.

8. В женском обувном магазине за декаду купили 750 пар обуви. При этом кладовщиком Маньшиным было проведено статистическое исследование, для этого он записывал размеры каждой пятой из затребованных пар. Эти числа составили следующий ряд данных:

33, 34, 31, 37, 30, 38, 36, 33, 38, 39, 36, 38, 39, 32, 31, 34, 37, 35, 39, 33, 36, 32, 38, 39, 34, 37, 32, 39, 33, 31, 35, 33, 13, 37, 33, 32, 36, 32, 39, 38, 35, 30, 31, 39, 33, 38, 33, 30, 32, 37, 33, 39, 31, 34, 33, 32, 30, 31, 32, 38, 36, 32, 33, 39,30, 34, 31, 39, 36, 30, 34, 33, 34, 32, 38, 37, 35, 34, 30, 39, 31, 37, 30, 35, 31, 33, 34, 38, 36, 32, 34, 33, 31, 35, 32, 33, 30, 33, 30, 39, 37, 39, 30, 32, 34, 35, 38, 33, 32, 33, 31, 34, 35, 39, 38, 37, 35, 39, 39, 33, 37, 32, 33, 30, 30, 38, 39, 30, 32, 38, 39, 38, 34, 36, 31, 37, 35, 34, 30, 31, 34, 32, 32, 38, 38, 34, 32, 35, 31.

а) Определите самый ходовой размер.

б) Постройте диаграмму;

в) Найдите средний размер по этой выборке.

9. На некотором маршруте метрополитена было проведено исследование пассажиропотока. Для этого каждый час случайно выбирал вагон электропоезда во время всего пути и при этом считали число пассажиров различных возрастов. Результаты исследования представлены в следующей таблице 14.

Таблица 14

Время Возраст	6 ч 30 мин	7 ч 30 мин	8 ч 30 мин	9 ч 30 мин	10 ч 30 мин	11 ч 30 мин
До 7	1	3	5	13	16	11
7-10	3	5	15	20	11	5
10-20	9	11	20	18	15	7

20-30	15	25	38	35	17	15
30-40	12	36	50	42	37	18
40-50	15	31	43	36	29	12
50-60	4	9	24	17	16	14
60-70	1	4	5	5	6	6
Старше 70	0	2	0	3	1	2

а) Определите час пик – время, когда в вагоне максимальное количество людей.

б) Найдите время, когда относительная частота возрастной категории от 30-40 лет является максимальной.

в) Какой процент пассажиров вагона, отправившегося в 11ч 30 мин, составляют люди в возрасте от 20 до 50 лет?

10. Фирма «Буренка и компания» производит молоко различной жирности. Объемы продаж за месяц отмечены на рисунке 3.

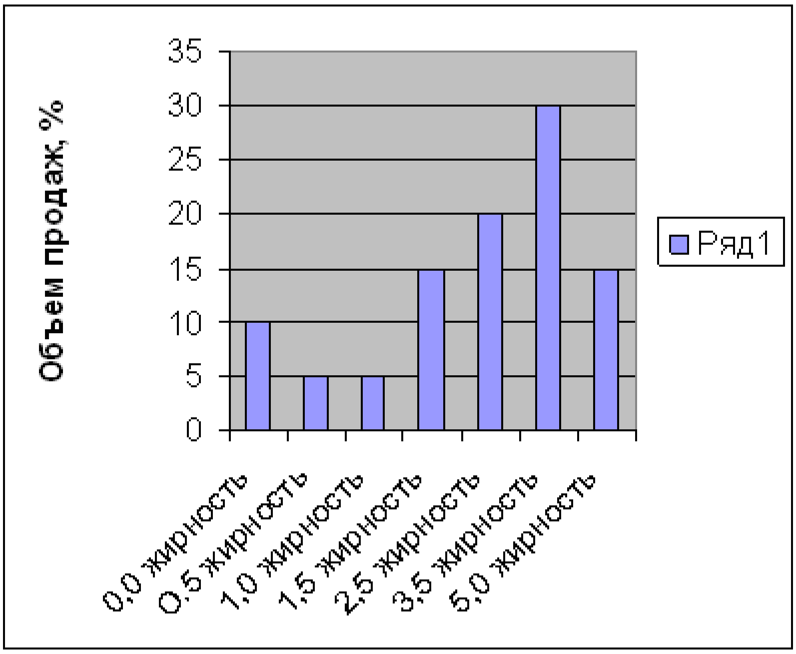

Рис. 3 Объемы продаж за месяц

а) Определите наиболее популярный сорт молока.

б) Какой процент проданного количества молока составляет полностью обезжиренное?

в) Считая, что всего было продано 40 000 литров молока, составьте таблицу частот.

г) Определите средний процент жирности потребляемого молока [14,66].

Занятие 8. Выполнение итоговой работы по разделу 1: «Статистика»

1. Каждый из 24 участников соревнований по стрельбе произвел по десять выстрелов. Отмечая всякий раз число попаданий в цель, был получен такой ряд данных:

7, 6, 5, 6, 3, 9, 8, 9, 6, 7, 5, 7, 10, 8, 9, 10, 7, 6, 7, 6, 4, 5, 7, 4.

Найдите для этого ряда моду и размах.

2. В таблице 15 приведено количество троллейбусных маршрутов в 10 крупнейших городах России.

Таблица 15

1	Москва	91
2	Санкт-Петербург	63
3	Нижний Новгород	27
4	Воронеж	24
5	Омск	21
6	Белгород	18
7	Екатеринбург	17
8	Курск	16
9	Челябенск	13
10	Казань	10

а) найдите среднее арифметическое данного набора.

б) найдите медиану данного набора.

3. В ряду чисел 8, 16, 26, _, 48, _, 46. Два числа оказались стертые. Найдите эти числа, если известно, что одно из них на 20 больше, чем другое, а среднее арифметическое этого ряда чисел равно 32.

4. В таблице 16 записаны результаты ежедневного измерения на метеостанции в полдень температуры воздуха (в градусах Цельсия) в течение второй декады марта:

Таблица 16

Число месяца	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Температура, ^{0}C	-3	-1	0	-1	2	3	5	4	7	4

Найдите среднюю температуру в полдень в эту декаду. Составьте таблицу отклонений от средней температуры воздуха в полдень в каждый из дней декады.

5. В организации вели ежедневный учёт поступивших в течение месяца писем. В результате получили такой ряд данных:

39, 43, 40, 0, 56, 38, 24, 21, 35, 38, 24, 21, 35, 38, 0, 58, 31, 49, 38, 25, 34, 0, 52, 40, 42, 40, 39, 54, 0, 64, 44, 50, 38, 37, 32.

Для данного ряда данных найдите среднее арифметическое, моду, размах и медиану.

Занятие 9. Лекция на тему «Правило суммы и умножения. Перестановки. Факториал».

В математике часто встречаются различного рода множества и подмножества: необходимо установить связь их между элементами каждого, определить число множеств или их подмножеств, которые обладают заданным свойством.

Остановимся на одном из разделов теории вероятности, именуемом комбинаторика. Комбинаторикой называют ветвь математики, которая изучат комбинации и перестановки предметов.

В настоящее время в образовательный стандарт по математике включены основы комбинаторики, решение комбинаторных задач при использовании метода перебора, составления дерева вариантов (еще его называют «дерево возможностей») при помощи правила умножения. Так, например, «дерево возможностей» помогает в решении разнообразных задач, которые касаются перебора вариантов происходящих событий. Каждый из путей по этому «дереву» соответствует одному из способов выбора, число способов выбора равносильно числу точек в нижнем ряду «дерева».

Правила суммы и произведения.

Правило суммы: если элемент a можно выбрать m различными способами и независимо от него элемент b можно выбрать n различными способами, то выбрать все комбинации элементов «a или b» можно сделать $m + n$ способами.

Правило произведения: если элемент a можно выбрать m различными способами и независимо от него элемент b можно выбрать n различными способами, то все различные комбинации элементов «a или b» можно выбрать $m \cdot n$ способами.

Факториалом называется произведение n первых натуральных чисел называется n – факториалом и обозначается n!;

По определению: $1! = 1;\ 0 = 1.$

Перестановки.

Перестановка из n элементов (или -перестановка) называется n - элементное упорядоченное множество, которое составлено из элементов n - элементного множества.

Или: Перестановка из n элементов (или n-перестановка) – это размещение из n элементов по n без повторений.

Число перестановок из n элементов без повторений обозначается P_n.

Пусть даны n_1 элементов первого типа, n_2— второго типа, ..., n_k – k-го типа, всего n элементов. Способы разместить их по n различным местам носит название перестановки с повторениями [15,74]. Их количество обозначают, используя формулу:

$$P_n(n_1, n_2, \dots, n_k)$$

Теорема: число перестановок с повторениями вычисляется по формуле:

$$P_n(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \dots n_k!}$$

Занятие 10. Разбор задач с решением их у доски

1. В 9 классе 15 предметов. Завучу школы необходимо составить расписание на вторник, если в этот день 5 уроков. Сколько разных вариантов расписания возможно составить, если все из уроков должны быть различными?

2. В кафе на первое возможно заказать окрошку, борщ, куриный суп, на второе – рыба с рисом, макароны по флотски, котлета с картошкой, а на третье – сок и компот. Сколько разных обедов возможно составить из выше перечисленных блюд?

3. Маше дали 4 яблока, 2 груши и 5 апельсинов. Мама положила в большую коробку все фрукты. Сколькими способами Маша может достать из коробки 1 апельсин, 1 яблоко и 1 грушу?

4. Мисс Марпл, при расследовании убийства, заметила такси, которое отъезжало от дома мистера Дэвидсона. Она запомнила первую цифру "2". В городке номера машин состояли из цифр 1,2,3,4 и 5 и были трехзначные. Скольких водителей ей придется опросить, в худшем случае, для того, чтобы найти настоящего убийцу?

5. Сколькими способами можно разместить 4 человека в автобусе на четырех свободных местах? [16,65]

Занятие 11. Лекция на тему «Размещения. Сочетания»

Определение. Размещения – это соединения, которые содержат по n элементов из числа данных m элементов (где $m \geq n$) и различаются или порядком элементов, или самими элементами.

Число размещения из m элементов по n принято обозначать символом A_m^n.

Существует формула, позволяющая вычислить число размещений из m элементов по n элементов в таком виде:

$$A_m^n = m(m-1)(m-2)\ldots$$

Подсчитаем количество способов, возможного расположения n различных элементов по k различным позициям $(k < n)$. Такие расположения носят название размещения. В случае, если $k = n$, то есть количество предметов совпадает с количеством уже имеющихся мест – это перестановки.

Теорема: число размещений n различных элементов по k различным позициям есть

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)$$

или

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания.

Произведем расчет количества способов, которыми могут быть выбраны k из n различных предметов. Такие выборки носят название сочетания, а их количество обозначают C_n^k.

При $k < n$, выбрать k предметов из n можно A_n^kспособами, при перестановки их P_k способами:

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Размещения с повторениями.

Пусть даны n различных видов предметов, которые могут быть размещены по k различным местам, при этом предметы можно выбирать с повторениями. Такие выборки носят название размещения с повторениями, а их количество рассчитывают по формуле: $\overline{A_n^k} = n^k$.

Сочетания с повторениями.

Пусть есть предметы n различных видов предметов, и из них составляются наборы, которые содержат k элементов. Такие выборки носят название сочетания с повторениями, а обозначаются как : $\overline{C_n^k}$.

Теорема: число сочетаний с повторениями вычисляется по формуле [9]:

$$\overline{C_n^k} = C_{n+k-1}^{n} = C_{n+k-1}^{n-1}$$

Занятие 12. Разбор задач с решением их у доски

1. Сколькими способами можно составить расписание на один день, если в этот день предусмотрено 6 уроков по 6 различным предметам?

2. Сколько разных способов существует для размещения на скамейке 10 человек?

3. Сколько разных шестизначных чисел, кратных 5, могу быть составлены из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что цифры не повторяются?

4. Сколькими способами возможно записать список учеников класса, в котором 20 человек и нет однофамильцев?

5. Сколько чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, если число начинается: с цифры 3; с цифр 3 и 4; с цифр 3, 4 и 5?

Занятие 13. Самостоятельное решение задач по всему 2 разделу

1. Сколькими способами можно выбрать три лица различные должности из 10 кандидатов?

2. В пятом классе изучают 11 предметов. Сколькими способов существует для составления расписания занятий на понедельник, если в этот день недели должно быть 5 уроков по различным предметам?

3. В соревнованиях по футболу участвуют 16 команд. Борьба идет за бронзовые, серебряные и золотые медали. Сколькими способами могут быть распределены медали между командами?

4. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 7, 9?

5. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 0, 2, 4, 6, 7?

6. В совет школы избрано 7 человек. Из них надо выбрать представителя, его заместителя, культорга и секретаря. Сколькими способами можно это сделать?

7. Сколькими способами можно опустить 6 шаров в 12 ящиков, если в каждый из ящиков опускается не более одного шара?

8. Миша, Таня , Паша и Катя часто ходят в кофейню. Каждый раз, во время обеда, они рассаживаются по-разному. Сколько дней они могут это делать без повторов?

9. Из учеников 10 классов нужно выбрать двоих дежурных. Сколько пар дежурных возможно составить если в классе 5 человек и ученики в паре не должны быть из одного класса?

10. В ювелирном магазине есть 10 изумрудов, 15 алмазов и 17 сапфиров. Ювелиру был заказано кольцо, в котором 7 алмазов, 4 изумруда и 3 сапфира. Сколько существует способов для выбора камней на кольцо? [12,59]

Занятие 14. Выполнение итоговой работы по разделу 2: «Комбинаторика»

1. Сколько четных двузначных чисел возможно составить из цифр 3, 4, 5, 6, 7, 8?

2. В 6 “А” классе лучше всех физику знают 4 ученика: Тимофей, Ярослав, Алексей, Ирина. На олимпиаду по физике надо отправить пару, которая состоит из 1 мальчика и 1 девочки. Сколько существует способов выбора этой пары?

3. Мише одноклассники подарили 9 новых дисков с музыкой, а Сереже мама из командировки привезла 11 дисков. Сколько существует способов возможного обмена 5 любых дисков одного на 5 дисков другого?

4. В кабинете заведующего в ювелирном магазине есть код, который состоит из двух разных гласных букв русского алфавита, за которой следуют 3 разные цифры. Сколько вариантов придется перебрать мошеннику, для того, чтобы раздобыть драгоценности, хранящиеся там?

5. В компании 30 человек – 15 мальчиков и 15 девочек. Сколько существует способов составления компании, в которой было бы одинаково девочек и мальчиков?

Занятие 15. Лекция на тему «Случайные события».

Случайным явлением называется явление, исход которого не определен однозначно. Примеры случайных явлений: стрельба из орудия; взвешивание одного и тоже тела; самолет, летающий по одному и тому же полетному коридору и т.д.

Опыт, эксперимент, наблюдение – это испытания – это наблюдение или выполнение каких-либо условий, которые выполняются неоднократно, при этом регулярно повторяются в последовательности, и соблюдая иные одинаковые параметры.

Рассмотрим выстрел по мишени. Для того, чтобы его произвести, необходимо выполнить такие условия как изготовка спортсмена, зарядка оружия, прицеливание и т.д. «Попал» и «не попал» – события, являющиеся результатом выстрела.

Событие может произойти или не произойти, при этом их обозначают заглавными латинскими буквами.

Пример: подбрасывание монеты – испытание. Падение ее «орлом» – одно событие, падение ее «решкой» – второе событие.

Любое из испытаний предполагает наступление нескольких событий. Одни в данный момент могут быть нужными, а другие – не нужные.

Событие называют случайным, если во время осуществления определенной совокупности условий S оно может или произойти, или не произойти.

Виды случайных событий:

1. Несовместные, если появление одного из событий исключает появление других событий во время этого испытания.

2. Равновозможные – если ни одно из них не является более возможно, нежели другое.

3. Достоверное – если оно не может не произойти.

4. Не достоверное – если оно не может произойти.

5. Противоположное к некоторому событию – если оно состоит из не появления данного события. Противоположные события не являются совместимыми, но одно из них должно произойти обязательно. Противоположные события принято обозначаются как отрицания.

События противоположные: A и $\bar{A}$; U и $\overline{U}$ и т.д. [11,58].

Занятие 16. Разбор задач с решением их у доски

1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно два раза.

2. Какова вероятность того, что при бросании игрального кубика выпадет более 4 очков?

3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу

5. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Занятие 17. Лекция на тему «Классическое определение вероятности»

Вероятность является одним из основных понятий в теории вероятностей. Существует её несколько определений, рассмотрим определение, считающееся классическим.

Рассмотрим ситуацию: в мешке лежат 6 одинаковых кубиков, при этом 2 – желтых, 3 – белых и 1 – розовый. Очевидным является то, что возможность вынуть наудачу из мешка желтый или белый кубик более высока, чем возможность извлечения розового кубика. Эта возможность может быть охарактеризована числом, которое носит название вероятность события

Вероятность – число, которое характеризует степень возможности появления события.

В рассматриваемой нами ситуации обозначим:

Событие А = «Вытаскивается желтый или белый кубик».

Каждый из возможных результатов испытания является элементарным исходом и событием. Элементарные исходы возможно обозначать буквами с индексами внизу, например: k_1, k_2.

В нашей задаче 6 кубиков, следовательно, 6 возможных исходов: появился желтый кубик; появился белый кубик; появился розовый кубик и т.д. Легко заметить, что этими исходами образуется полная группа попарно несовместных событий и все они равновозможные (кубик вынимается наудачу, кубики одинаковые и тщательно перемешиваются).

Элементарные исходы, в которых наступает интересующее нас событие, носит название благоприятствующий исход этого события. В нашем примере благоприятствуют событию A (появление желтого или белого) следующие 5 исходов: 2 – желтых, 3 – белых.

Вероятность события A будет считается число, которое равно отношению количества благоприятствующих событию A элементарных исходов к их общему количеству. Обозначается вероятность - $P(A)$.

В нашем примере элементарных исходов 6; из них 5 благоприятствующие событию A. Таким образом $P(A) = 5/6$. Это число дает количественную оценку степени возможности появления желтого или белого кубика.

Определение вероятности: вероятность события A – это отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех равновозможных несовместных элементарных исходов, которые образуют полную группу.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

где m –число элементарных исходов, которые благоприятствуют А;

n – число всех возможных элементарных исходов испытания.

По определению вероятности вытекают такие свойства:

1. Вероятность достоверного события равна единице.

Действительно, если событие достоверно, то каждый их элементарных исходов испытания благоприятствует событию. В этом случае $m = n$ следовательно, $p = 1$.

2. Вероятность невозможного события равна нулю.

Действительно, если событие невозможно, то ни один из элементарных исходов испытания не благоприятствует событию. В этом случае $m = 0$, следовательно, p =0.

3. Вероятность случайного события – это положительное число, которое заключено между нулем и единицей. $0 < p(n) < 1$.

Действительно, случайному событию благоприятствует только часть из общего числа элементарных исходов испытания. В этом случае $0 < m < n$ [15,57].

Занятие 18. Разбор задач с решением их у доски

1. При наборе номера телефона, Миша забыл одну из цифр и набрал ее наудачу. Какова вероятность того, что была набрана правильная цифра.

2. Во время случайного эксперимента бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков.

3. В партии из 100 деталей 70 стандартные. Найти вероятность того, что среди 6, которые были взяты наудачу деталей 4 являются стандартными.

4. В офисе 4 мужчины и 3 женщины. Среди членов данного офиса происходит розыгрыш 4 билета в цирк. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 2 женщины и 2 мужчин?

5. В чемпионате по акробатики принимают участие 24 спортсменки: 10 из Японии, 8 из Китая, остальные - из России. Найдите вероятность того, что спортсменка, которая будет выступать первой, окажется из России. Если порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием.

Занятие 19. Лекция на тему «Аксиоматический подход к понятию “вероятность”»

Имеет место быть также аксиоматический подход к понятию «вероятность». В системе аксиом, которые были предложены Колмогоровым А. Н, неопределяемые понятия – это элементарное событие и вероятность. Построение логической полноценной теории вероятностей основывается на аксиоматическом определении случайного события, а также его вероятности.

Приведем аксиомы, которые определяют вероятность:

1. Для каждого события A поставлено в соответствие неотрицательное действительное число $P(A)$. Данное число носит название вероятность события A.
2. Вероятность достоверного события равняется единице:
3. Вероятность наступления хотя бы одного из попарно несовместных событий равна сумме вероятностей данных событий.

Исходя из данных аксиом, свойства вероятностей к зависимости между ними выводят в качестве теорем.

Ограниченность классического определения вероятности:

1. Классический способ определения вероятности не может применяться к бесконечным множествам. событий (исходов).
2. Слабая сторона в классическом определении состоит в том, что довольно часто невозможно представить результат испытания, как совокупность элементарных событий.
3. Еще труднее указать основания, которые позволяют считать элементарные события равновозможными. Обычно о равной возможности элементарных исходов в испытании говорят, основываясь на соображениях симметрии. К примеру, предполагают, что форма игральной кости – это правильный многогранник (куб) и изготовлена из однородного материала. Но задачи, в которых можно исходить из соображений симметрии, встречаются на практике довольно редко [17,41].

Занятие 20. Разбор задач с решением их у доски

1. Наудачу производится выбор трехзначного числа в десятичной записи числа, в которой нет нуля. Какова вероятность того, что у выбранного числа ровно 2 одинаковые цифры?

2. Из букв слова “ротор”, извлекают 3 буквы наугад и складывают в ряд. Какова вероятность того, что полученное слово будет «тор»?

3. Неделю науки проводят в течении 6 дней. Всего запланировано 80 выступлений – первые четыре дня по 18 выступлений, остальные распределяют поровну между четвертым и пятым днями. Какова вероятность того, что выступление профессора П. окажется запланирован на последний день конференции? Если порядок выступлений определяют посредством жеребьёвки.

4. В сборнике билетов по физики всего 66 билетов, в 12 из них встречается вопрос по магнитизму. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достался вопрос по магнитизму.

5. У бабушки 6 яблок и 7 груш. Каждый день в течении пяти дней она дает по одному из фруктов. Какова вероятность того, что в первые три дня он получит все груши? [23]

Занятие 21. Лекция на тему «Статистический способ подсчета вероятности»

Данный способ направлен на неоднократную установку частоты появления события с разным числом объектов в рамках некоторого испытания.

Пример. На поле готовится партия из десятка тонн дынь к отправке. Для того, чтобы убедиться в их пригодности необходимо просмотреть все, но тогда необходимо пометить каждую дыню, и тогда она станет не пригодным для отправки. На практике может быть проведена серия испытаний. Произвольно выберем 10 дынь и установим количество спелых из них. Допустим таких дынь оказалось 9, тогда частота $p_1 = 9/10$. В другой партии их 15 дынь оказалось 13 спелых, $p_2 = 13/15$. В третей партии частота оказалась равна $p_3 = 18/18$, в четвертой – $p_4 = 6/7$. Все из полученных чисел будут сгруппированы около некоторого числа, которое является средним арифметическим вычисленных частот:

$$p = (p_1 + p_2 + p_3 + p_4)/4 = \left(\frac{9}{10} + \frac{13}{15} + \frac{18}{18} + \frac{6}{7}\right) = 0.9059$$

При таком способе вероятность события будет равна среднему арифметическому полученных частот.

$$p = (p_1 + p_2 + p_3 + p_4)/k$$

при этом p – это статистическая вероятность.

Вероятность события во время данного испытания – это число, около которого «группируются» относительные частоты при нескольких возможных.

Для существования статистической вероятности события A требуется:

а) Возможность производить неограниченное число испытаний, при этом в каждом из которых событие A или наступает или нет;

б) Устойчивость относительных частот появления A в различных сериях достаточно большого числа испытаний.

Недостаток статистического определения – это неоднозначность статистической вероятности; значения которой «колеблется около какого-либо теоретического числа [23,32].

Занятие 22. Разбор задач с решением их у доски

1. Из города В в город А существуют две дороги, из города А в город Ф – три дороги, из города Ф до пристани – две дороги. Туристы нужно проехать из города В к пристани через города А и Ф. Сколькими способоми можно выбрать маршрут?

2. Сколькими способами можно рассадить 10 учеников класа на десяти партах?

3. Сколько можно составить из цифр 0, 2, 4, 6 различных четырёхзначных чисел, в которых присутствующие цифры не повторяются?

4. Восемь мальчиков, в число которых входят Саша и Миша, становятся в ряд. Найдите число возможных комбинаций, если:

А) Саша и Миша должны стоять рядом.

Б) Саша должен находиться в начале ряда, а Миша – в конце ряда

В) Саша должен находится в конце ряда

5. Ученики третьего класса изучают 9 предметов. Сколько существует способов составления расписания на один день, чтобы в нём было5 разных предметов? [5,27]

Занятие 23. Самостоятельное решение задач по всему 3 разделу

1. На время соревнований по гимнастике приехала команда, состоящая из 14 спортсменок. Сколько способов есть у тренера для того, чтобы определить, кто из них пробежит в эстафете 4 на 100 м на каждом из этапов?

2. Сколько существует семизначных телефонных номеров, у которых первая цифра не нуль и все цифры разные?

3. Из 18 студентов группы надо выбрать двух дежурных. Сколько существует способов это сделать?

4. В спальне на полке стоит 13 книг: словарь и 12 книг по математике. Сколькими способами читатель сможет выбрать 3 книги, если:

А) словарь ему нужен обязательно

Б) словарь ему не нужен?

5. На учениях по стрельбе из винтовки относительная частота при которой поражается цель у некоторого стрелка оказалась равна 0,8. Сколько попаданий в цель может производить данный стрелок во время соревнований, если каждый участник производит 20 выстрелов?

6. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

7. В среднем из 1000 тетрадей, которые поступили в продажу, 5 являются бракованными. Найдите вероятность того, что одна случайно выбранная тетрадь не имеет брака.

8. Неделя науки проводится в 7 дней. Всего запланировано 100 докладов — первые 5 дней по 15 докладов, остальные распределены поровну

между шестым и седьмым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад студента Б. окажется запланированным на последний день недели?

9. В сборнике билетов по математике всего 40 билетов, в 12 из них встречается вопрос о медиане. Найдите вероятность того, что при случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос о медиане.

10. Вы задались целью поиска человека, день рождения которого совпадает с Вашим. Сколько незнакомцев Вам придется опросить, для того, чтобы вероятность встречи такого человека была бы не меньше чем 0,5? [6]

Занятие 24. Выполнение итоговой работы по разделу 3: «Теория вероятностей»

1. Сколько различных способов существует для того, чтобы можно было выбрать двух ребят дежурными по классу, если в классе учатся 24 человека?

2. Охарактеризуйте событие, о котором идет речь, как достоверное, невозможное или случайное. Вы открыли эту книгу на любой странице и прочитали первое попавшееся существительное. Оказалось, что:

А) в написании выбранного слова есть гласная буква;

Б) в написании выбранного слова есть буква «о»;

В) в написании выбранного слова нет гласных букв;

Г) в написании выбранного слова есть «ь».

3. Бросают три игральных кубика. Какова вероятность того, что сумма выпавших на них очков будет равна 4?

4. Ученикам выдали список, который состоит из 10 книг, которые необходимо прочитать на каникулах. Сколькими способами ученик может выбрать из 10 книг 6 книг?

5. В доме 90 квартир, распределяющиеся по жребию. Какова вероятность того, что жильцу не достанется квартира на первом этаже, если таких квартир 6? [12,11]

Занятие 25-33. Решение задач по теории вероятностей и комбинаторики из ОГЭ

Во время данных занятий, происходит разбор задач, встречающихся на ОГЭ по математики, задачи представлены в приложении А.

Занятие 34. Выполнение итогового теста по всему курсу «Элементы теории вероятностей»

Итоговый тест по курсу «Элементы теории вероятностей»

Часть А

А1. При измерении веса семи учеников, доктором был получен ряд чисел: 51, 59, 53, 55, 54, 52,51. Найдите разность между модой и медианой этого ряда.

1) 1 2) -1 3) -2 4) 0

А2. Катя в четверти получила по 12 предметам среднюю оценку 3,5. По скольким предметам ей необходимо улучшить оценку на один балл для того, чтобы ее средняя оценка стала равна 4?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 6

А3. Учительница попросила пятерых опоздавших учеников выписать на доске время в минутах, которое они тратят в среднем на дорогу из дома до школы. Получились следующие данные: 20, 35, 25, 30, 40. На сколько среднее значение этого ряда превосходит его размах?

1) 10 2) 20 3) 5 4) 0

А4. Сколько всего может быть составлено четырехзначных чисел, которые начинаются на цифру 3 и состоят из цифр 1, 2, 3, 4, в записи которых все цифры числа, кроме цифры 3, встречаются лишь один раз, а цифра 3 не более двух раз?

1) 6 2) 90 3) 14 4) 24

А5. Есть 3 разноцветных кубика, 4 разноцветных шара и 5 разноцветных пирамид. Сколькими способами моет быть получен набор, состоящий из двух пирамид, двух кубиков и двух шаров?

1) 180 2) 60 3) 23 4) 12

А6. Автомобильные номера состоят из трех цифр. Найдите количество автомобильных номеров данной серии (буквы), все цифры в которых четные. (Учитывая, что номера «000» не существует).

1) 125 2) 124 3) 120 4) 126

А7.Найдите вероятность того, что в написании наудачу двузначного числа встречается цифра 5.

1) 1/3 2) 3/5 3) 1/5 4) 2/5

А8. Одновременно подбросили две игральных кости. Какая вероятность того, что сумма очков не будет превышать трех?

1) 1/18 2) 5/36 3) 1/12 4) 5/12

А9. В коробке находятся 5 красных и 3 желтых кубика. Случайным образом из мешка достали два кубика. Какова вероятность того, что оба кубика являются желтыми?

1) 5/14 2) 1/3 3) 3/14 4) 2/3

А10. В партии из 5 игрушек находят 2 бракованных. Наугад из этой партии выбрали 2 детали. Какова вероятность того, что обе детали бракованные?

1) 0,4 2) 0,3 3) 0,2 4) 0,1

Часть В

Необходим записать ответ

В1. В классе 11 человек, 7 юношей и 4 девушки, выбирают жребием четырёх дежурных. Какова вероятность того, что будут выбраны 2 юноши и 2 девушки?

В2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что сумма очков, которые выпадут на двух кубиках, меньше 11?

В3. В детский сад привезли коробку коробку, в которой лежат 7 зелёных, 8 золотых, 10 красных и 5 синих шаров. Из коробки наугад достается один шар. Какова вероятность того, что он окажется:

А) красный;

Б) золотой;

В) красный или золотой?

Часть С

Должно быть представлено подробное решение задачи

С1. В непрозрачном пакете лежат 9 жетонов номерами 1, 2, 3, …, 9. Из пакета вынимают наугад один из жетонов, записывают его номер и жетон возвращают в пакет. После этого опять вынимается жетон и записывают его номер. Какова вероятность того, что оба раза будут вынуты жетоны, номера которых являются простыми числами?

В данной главе дипломной работы был составлен факультативный курс по теме «Элементы теории вероятностей» для 9 класса, при этом рассчитанный на 34 часа.

Данный курс может быть применим для предпрофильной подготовки при ориентации учебно-воспитательного процесса на удовлетворение потребностей учеников в углублении их умений, знаний и навыков по математике, а также готовит их для перехода в старшее звено на профильный уровень обучения.

Посредством представленного факультативного курса реализуются межпредметные связи, углубленно изучаются множество вопросов, оказывается помощь учащимся быстрее войти в проблематику новой содержательной линии школьного курса математики, проявляя интерес к данному разделу математики и ее приложениям, получить дополнительные знания и расширяя при этом свой кругозор, во время изучения нового курса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Во время современного этапа обучения школьный курс математики стали вводить элементы теории вероятностей. При этом в нынешнее время она завоевала очень серьезное место науке прикладной деятельности. Ведь без довольно развитых представлений о случайных событиях, о их вероятностях нельзя полноценно преподавать физику, химию, биологию, управлять производственными процессами.

Оказываемое значение теорией вероятностей для современной науки и практической жизни довольно хорошо представляется научными дисциплинами. Но у этой науки имеется очень важное методологическое значение, так как она вводит новые, гораздо более широкие закономерности, позволяющие описывать явления из окружающего нас мира полнее полно и глубоко. Еще в школьном возрасте познакомить учеников с этими закономерностями – это важная задача, так как в более старшем возрасте наиболее проблематично переделать психику на новый способ мышления.

Так как множество задач из теории вероятностей являются доступными для учеников и интересны им, то, следовательно, их необходимо включать в учебники. Они привлекают ребят, тем самым делая уроки более интересными и многообразными.

Для формирования развития математических способностей обучающихся, для развития их интереса к математики будет актуальной такой вид обучения, как факультативный курс.

Факультативные занятия учениками посещаются по желанию, то есть педагог должен создать условия, при которых способные ученики могут реализовать свои возможности, а остальные обучающиеся смогут решать задачи, которые посильны для них или использовать помощь учителя при более трудные задания.

Во время работы была изучена различная литература, на основании этого можно сделать вывод, что знакомство учеников с элементами теории вероятностей повышает интерес к математике, таким образом повышается и эффективность обучения в целом. Но такая эффективность достигнута может быть только если учитель осознает и понимает эффективность в таком обучении.

Также была рассмотрена методика работы во время изучения элементов теории вероятностей на уроках. В ходе работы были проанализированы комплекты учебников, и в работе приведен краткий анализ, каким образом учеников знакомят со статистикой, комбинаторикой и теорией вероятности.

Кроме этого была разработана программа факультативного курса по теории вероятностей курсе математики класса; изучена методическая научная литература по данной теме; показана методика работы при использовании элементов теории вероятностей на уроках математики школе; подобрана система задач упражнений, направленных на изучение данной темы.

В выпускной квалификационной работе поставленная цель достигнута, задачи выполнены.

В дальнейшем материал данной работы может быть использован, как дополнительное пособие во время знакомства с методикой преподавания основ теорией вероятностей в средней школе.

Ведущее место среди факторов, которые определяют продуктивность дидактического процесса, отводится мотивации учения и интересу к учебному труду, то использование в своей работе факультативного курса во время введения основ теории вероятностей, поможет учителю побудить интерес к ней, а также раскрыть непосредственную близость теории вероятности и жизни.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Афанасьев, В. В., Суворова, М. А. Школьникам о вероятности в играх. Введение в теорию вероятностей для учащихся 8-11 классов: учебное пособие. Ярославль: Академия развития, 2006. – 192 с.

2. Болотов, В. А. О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы// Математика в школе – 2003. – №9.

3. Бродский Я. Об изучении элементов комбинаторики, вероятности, статистики в школе // Математика. –2004. – №31.

4. Бунимович, Е. А. Вероятностно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики // Математика в школе. – 2002. – №3.

5. Бунимович, Е. А., Булычев В. А. Вероятность и статистика для школьников. – М.: Дрофа,2001. – 204 с.

6. Бунимович, Е. А., Булычев, В. А. Изучение теории вероятностей и статистики в школьном курсе математики. Программа для курсов повышения квалификации учителей // Математика в школе. – 2003. – №4.

7. Буренок, И. И., Туйбаева, Л. И., Цедринский, А. Д. Психолого-педагогические и методические аспекты урока математики. – Славянск – на – Кубани, 2000. – 72с.

8. Гаваза, Т. А. О преподавании теории вероятностей в средней школе. Методический аспект // Вестник Псковского государственного университета. Серия «Естественные и физико-математические науки». № 4. Псков: Издательство ПсковГУ, 2014. – С. 87-92.

9. Гусак, А. А., Теория вероятностей: справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак, Е.А. Бричикова. – 5-е изд. – Мн.: ТетраСистемс, 2006 – 225 с.

10. Гнеденко, Б. В. Статистическое мышление и школьное математическое образование //Математика в школе. – 1999. – № 6. – С.2 – 6.

11. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высшая школа, 2000. – 479с.

12. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2001. – 400с.

13. Макарычев, Ю.Н., Миндюк, Н. Г. Изучаем элементы статистики. // Математика в школе. – 2004. – №5.

14. Макарычев, Ю. Н., Миндюк, Н. Г. Элементы комбинаторики. // Математика в школе. – 2004. – №6.

15. Макарычев, Ю. Н., Миндюк, Н. Г. Начальные сведения из теории вероятностей в школьном курсе алгебры. // Математика в школе. – 2004. – №7.

16. Макарычев, Ю. Н., Миндюк, Н. Г. Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учебное пособие для 7-9 классов общеобразовательных учреждений / под ред. С. А. Теляковского. – М.: Просвещение, 2003 – 227 с.

17. Маркова, В. И. Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей в курсе математики основной школы. – Киров, 2004. – 98 с.

18. Мордкович, А. Г., Семенов, П. В. События. Вероятности. Статистическая обработка данных: Доп. Параграфы к курсу алгебры 7-9 кл. М.: Мнемозина, 2004. – 112 с.

19. Программы. Математика. 5-6 классы. Алгебра. 7-9 классы. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы/ авт. – сост. И.И.Зубарева, А.Г.Мордкович. – М.: Мнемозина, 2007. – 64 с.

20. Стефанов, Н. Л., Подходов Н. С. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов. – М.: Дрофа, 2005. – 416 с

21. Селютин, В. Д. О подготовке учителей к обучению школьников стохастике // Математика в школе. – 2003. - №4.

22. Селютин, В. Д. О формировании первоначальных стохастических представлений // Математика в школе. – 2003. – №3

23. Студенецкая, В. Н., Фадеева, О. М. Новое пособие по теории вероятностей для основной школы. // Математика в школе. – 2004. – №7.

24. Тарасевич, А. К., Морозова, Е. В. Особенности изучения основ теории вероятностей в школьном курсе математики // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2016. – Т. 11. – С. 1946–1950

25. Ткачева, М. В., Василькова, Е. Н., Чуваева, Т. В О готовности учащихся к изучению стохастики // Математика в школе. – 2003. – №9.

26. Ткачева, М. В. Элементы статистики и вероятность: Учебное пособие для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2005. – 112 с.

27. Теория вероятностей и статистика: Методическое пособие для учителя / Ю.Н. Тюрин, А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Ященко. – 2-е изд., исправленное и дополненное – М.: МЦНМО: МИОО, 2008. – 256 с.

28. Федосеев, В. Н. Элементы теории вероятностей для VII – VIII классов средней школы. - //Математика в школе. – 2002. – № 4. – С.58 – 64.

29. Федосеев, В. Н. Элементы теории вероятностей для IX классов средней школы//Математика в школе. – 2002. – № 5. – с.34 – 40.

30. Шадриков, В. Д. Подготовка учителя математики: Инновационные подходы: Учеб.пособие. М.:Гардарики, 2002. – 383 с.