

УДК 621.397

А.А. ЧЕРНОМОРЕЦ, Е.Г. ЖИЛЯКОВ

ОЦЕНКА КОЛИЧЕСТВА ЗНАЧИМЫХ ДОЛЕЙ ЭНЕРГИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ЕГО ПРОЕКЦИЯМИ НА СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ СУБПОЛОСНЫХ МАТРИЦ

В работе выполнено сравнительное оценивание доли значимых коэффициентов представления энергии изображения в виде суммы ее долей, определяемых проекциями изображения на соответствующие пары ортогональных собственных векторов субполосных матриц в заданных частотных интервалах. Показано, что в большинстве случаев для получения заданной доли суммарной энергии изображения используется меньше коэффициентов предлагаемого разложения, чем соответствующих коэффициентов ДПФ.

Ключевые слова: изображение; субполосный анализ-синтез; частотный интервал; доли энергии; субполосная матрица; собственный вектор.

Современное развитие информационно-телекоммуникационных систем и систем управления предполагает широкое использование данных в виде изображений. Для решения проблем визуального мониторинга в промышленности, сельском хозяйстве, при дистанционном зондировании земли и при обмене визуальной информацией между людьми зачастую необходимо обрабатывать, анализировать, хранить и передавать значительные объемы визуальных данных, что требует совершенствования и разработки методов анализа и синтеза изображений.

Для разработки новых методов анализа изображений представляет интерес определение системы ортогональных разложений, которая дает незначительное количество коэффициентов, на основе которых можно восстановить изображение с заданной погрешностью.

В данной работе в рамках теории субполосного анализа-синтеза [1] выполнено оценивание доли значимых коэффициентов разложения на основе вычисления проекций изображения, соответствующих собственным векторам субполосных матриц [2] в частотных интервалах, в сравнении с дискретным преобразованием Фурье (ДПФ) [3].

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДОЛЕЙ ЭНЕРГИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ СУБПОЛОСНОГО АНАЛИЗА-СИНТЕЗА

При решении многих задач цифровой обработки изображений, например, фильтрации, сжатия, стеганографического внедрения информации, анализируемые изображения обычно представляют в цифровой форме в виде матрицы значений $\Phi = (f_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $j = 1, 2, \dots, N_2$, элементы которой соответствуют яркости отдельных пикселей изображения, и анализируются результаты преобразования Фурье $F(u, v)$ данного изображения [3]. Анализ результатов преобразования Фурье в большинстве случаев осуществляется в отдельных точках частотной области на основании значений энергетического спектра изображения, полученных на основе дискретного преобразования Фурье. Коэффициенты ДПФ являются некоторыми приближениями преобразования Фурье.

В работе [4] было показано, что для симметричной области нормированных круговых частот (частотный интервал) Ω , где

$$\Omega: \{(u, v) | (u \in [\alpha_1, \alpha_2], v \in [\beta_1, \beta_2]) \cup (u \in [\alpha_1, \alpha_2], v \in [-\beta_2, -\beta_1]) \cup (u \in [-\alpha_2, -\alpha_1], v \in [-\beta_2, -\beta_1]) \cup (u \in [-\alpha_2, -\alpha_1], v \in [\beta_1, \beta_2])\}, \quad (1)$$

где $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \leq \pi$,

на основании равенства Парсеваля можно указать соотношение для вычисления точного значения P_Ω доли энергии изображения $\Phi = (f_{ij})$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $j = 1, 2, \dots, N_2$ в заданном интервале Ω

$$P_{\Omega} = \frac{E_{\Omega}}{E_{\Phi}} = \frac{\text{tr}(A^T \Phi B \Phi^T)}{\text{tr}(\Phi \Phi^T)}, \quad (2)$$

где E_{Ω} – часть энергии изображения Φ , соответствующая частотному интервалу Ω ;

$$E_{\Omega} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{(u,v) \in \Omega} |F(u,v)|^2 dudv, \quad (3)$$

$$F(u,v) = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} f_{ik} e^{-j(i-1)u} e^{-j(k-1)v},$$

E_{Φ} – суммарная энергия изображения Φ , символ « T » обозначает операцию транспонирования, tr – след матрицы, A и B – субполосные матрицы [1], соответствующие частотному интервалу Ω .

В работе [2] показано, что субполосные матрицы A и B можно представить в виде следующих разложений (симметрические, положительно определенные матрицы):

$$\begin{aligned} A &= Q^A L^A (Q^A)^T, \\ B &= Q^B L^B (Q^B)^T, \end{aligned}$$

где столбцы матриц Q^A и Q^B являются собственными векторами матриц A и B , на главной диагонали матриц L^A и L^B расположены собственные числа матриц A и B :

$$\begin{aligned} Q^A &= (\bar{q}_1^A, \bar{q}_2^A, \dots, \bar{q}_{N_1}^A), \\ Q^B &= (\bar{q}_1^B, \bar{q}_2^B, \dots, \bar{q}_{N_2}^B), \\ L^A &= \text{diag}(\lambda_1^A, \lambda_2^A, \dots, \lambda_{N_1}^A), \\ L^B &= \text{diag}(\lambda_1^B, \lambda_2^B, \dots, \lambda_{N_2}^B). \end{aligned} \quad (4)$$

Поэтому величина E_{Ω} части энергии изображения Φ может быть вычислена на основании значений собственных чисел и собственных векторов соответствующих субполосных матриц

$$E_{\Omega} = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} \lambda_i^A \lambda_k^B \gamma_{ik}^2, \quad (5)$$

где

$$\gamma_{ik} = (\bar{q}_i^A)^T \Phi \bar{q}_k^B. \quad (6)$$

Следовательно, выражению (3) можно придать следующий вид:

$$P_{\Omega} = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} s_{ik}^{\Omega}, \quad (7)$$

где s_{ik}^{Ω} , $i=1,2,\dots,N_1$, $j=1,2,\dots,N_2$ – элементы матрицы;

$$S^{\Omega} = \frac{L^A G_G^{\Omega} L^B}{\text{tr}(\Phi \Phi^T)}, \quad (8)$$

а элементы матрицы G_G^{Ω} – квадраты соответствующих элементов матрицы G^{Ω} :

$$G^{\Omega} = (Q^A)^T \Phi Q^B. \quad (9)$$

ОЦЕНКА ЗНАЧИМЫХ ДОЛЕЙ ЭНЕРГИИ ИЗОБРАЖЕНИЯ

Элементы матрицы G^{Ω} (9) можно считать значениями проекций изображения Φ на множества ортогональных векторов $\{\bar{q}_i^A\}$, $i=1,2,\dots,N_1$, $\{\bar{q}_k^B\}$, $j=1,2,\dots,N_2$, субполосных матриц A и B , соответствующих частотному интервалу Ω . В соответствии с этим, элемент s_{ik}^{Ω} , $i=1,2,\dots,N_1$, $j=1,2,\dots,N_2$ является долей энергии изображения, определяемой его проекцией на соответствующую пару собственных векторов \bar{q}_i^A и \bar{q}_k^B .

Таким образом, указанные выше соотношения определяют разложение изображения по проекциям на соответствующие собственные векторы и вычисление долей энергий, определяемых данными проекциями.

Представляет интерес исследование значений элементов матрицы $S^\Omega = (s_{ik}^\Omega)$, $i = 1, 2, \dots, N_1, j = 1, 2, \dots, N_2$.

Рассмотрим некоторое изображение Φ_0 размером 512x512 пикселей (рис. 1(a)).

Область D определения трансформант Фурье

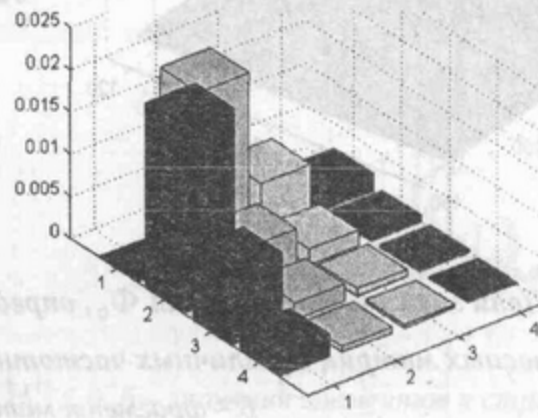
$$D = \{(u, v) \mid -\pi \leq u \leq \pi, -\pi \leq v \leq \pi\}$$

представим в виде объединения равновеликих частотных интервалов $\Omega_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$, вида (1), $R_1 = R_2 = 4$. Количество частотных интервалов R_1 и R_2 выбрано так, чтобы повысить наглядность графических представлений данных, что не влияет на общность получаемых результатов.

Графическое представление значений долей $P_{r_1 r_2}$ (2), (7) энергии изображения Φ_0 в частотных интервалах $\Omega_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1, 2, \dots, 4$, $r_2 = 1, 2, \dots, 4$ в виде диаграммы дано на рисунке 1б (значение P_{11} , существенно превышающее доли энергии в других частотных интервалах, на диаграмме не отображено с целью повышения наглядности).



а)



б)

Рисунок 1 – Анализируемое изображение (а) и его доли энергии (б)

Для демонстрации значений проекций изображения на рисунке 2 в виде диаграммы представлены значения проекций изображения Φ_0 на собственные векторы субполосных матриц в частотных интервалах Ω_{11} и Ω_{21} (элементы матриц G^{11} и G^{21}); для повышения наглядности диаграммы (без потери общности результатов) в процессе визуализации значений проекций изображения была использована уменьшенная копия исходного изображения, размером 64x64 пикселей.

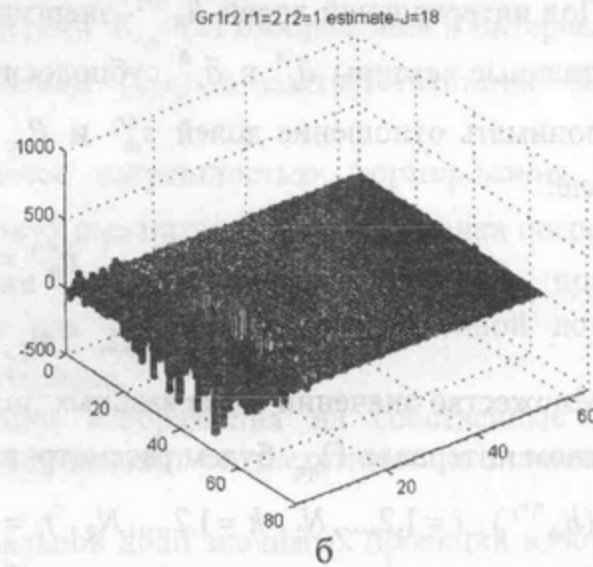
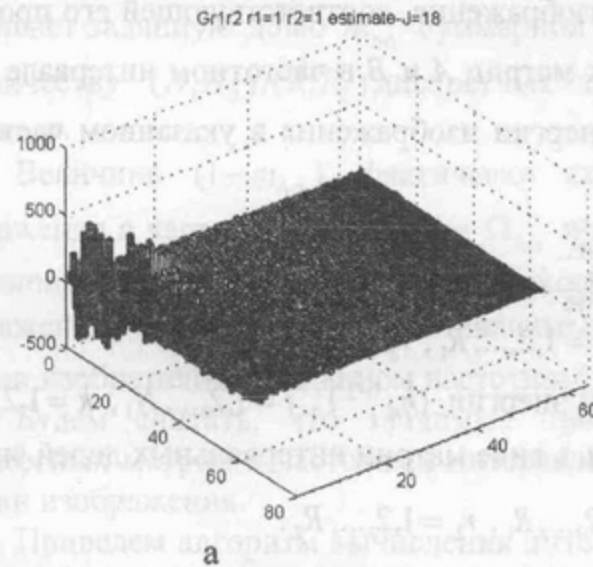


Рисунок 2 – Проекция изображения Φ_0 на собственные векторы субполосных матриц в частотных интервалах Ω_{11} и Ω_{21} : а – матрица G^{11} , б – матрица G^{21}

Значения, приведенные на рисунке 2, показывают, что значительное количество проекций имеет относительно небольшую величину.

На рисунке 3 в виде диаграммы представлены доли энергии изображения Φ_0 , определяемые его проекциями на собственные векторы субполосных матриц соответствующего частотного интервала (отображены отличные от нуля значения элементов матрицы $S^{r_1 r_2} = (s_{ik}^{r_1 r_2})$, $i = 1, 2, \dots, N_1 / R_1 + 2$, $k = 1, 2, \dots, N_2 / R_2 + 2$).

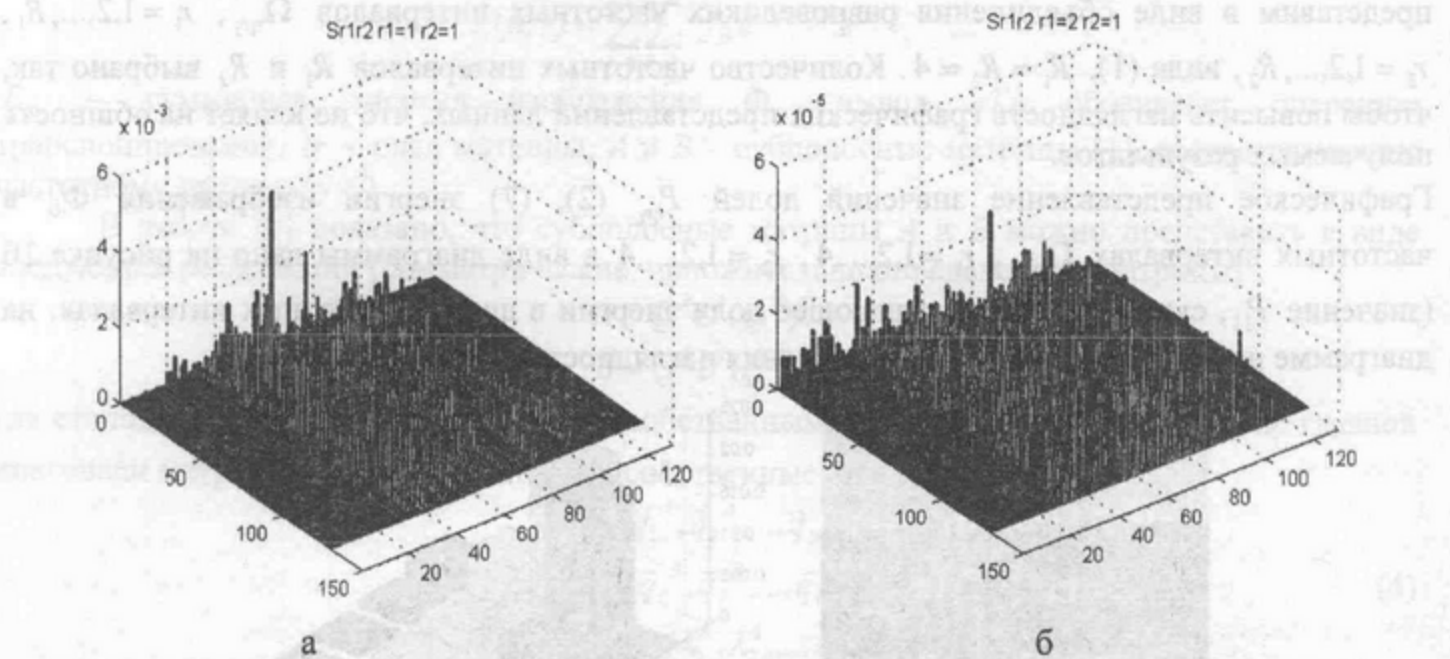


Рисунок 3 – Доли энергии изображения Φ_0 , определяемые его проекциями на собственные векторы субполосных матриц в различных частотных интервалах: а – фрагмент матрицы S^{11} , б – фрагмент матрицы S^{21}

На диаграммах (рис. 3) видно, что значения $P_{r_1 r_2}$ долей энергии в соответствующих частотных интервалах $\Omega_{r_1 r_2}$ формируются на основании ограниченного количества элементов матрицы $S^{r_1 r_2}$.

Для оценки количества элементов матрицы $S^{r_1 r_2}$ долей энергии изображения в частотном интервале $\Omega_{r_1 r_2}$, значимых с точки зрения формирования энергии изображения с заданной погрешностью, введем некоторые понятия.

Под интервальной долей $h_{ik}^{r_1 r_2}$ энергии изображения, соответствующей его проекции на собственные векторы \bar{q}_i^A и \bar{q}_k^B субполосных матриц A и B в частотном интервале $\Omega_{r_1 r_2}$, будем понимать отношение долей $s_{ik}^{r_1 r_2}$ и $P_{r_1 r_2}$ энергии изображения в указанном частотном интервале:

$$h_{ik}^{r_1 r_2} = \frac{s_{ik}^{r_1 r_2}}{P_{r_1 r_2}}, \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_1, k = 1, 2, \dots, N_2, r_1 = 1, 2, \dots, R_1, r_2 = 1, 2, \dots, R_2.$$

Множество значений интервальных долей энергии $\{h_{ik}^{r_1 r_2}\}$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $k = 1, 2, \dots, N_2$ в частотном интервале $\Omega_{r_1 r_2}$ будем рассматривать в виде матриц интервальных долей энергии $H^{r_1 r_2} = (h_{ik}^{r_1 r_2})$, $i = 1, 2, \dots, N_1$, $k = 1, 2, \dots, N_2$, $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$.

На рисунке 4 в виде диаграмм отображены значения ненулевых элементов $h_{ik}^{r_1 r_2}$, $i = 1, 2, \dots, N_1 / R_1 + 2$, $k = 1, 2, \dots, N_2 / R_2 + 2$, отдельных строк и столбцов матриц H^{11} для частотного интервала Ω_{11} .

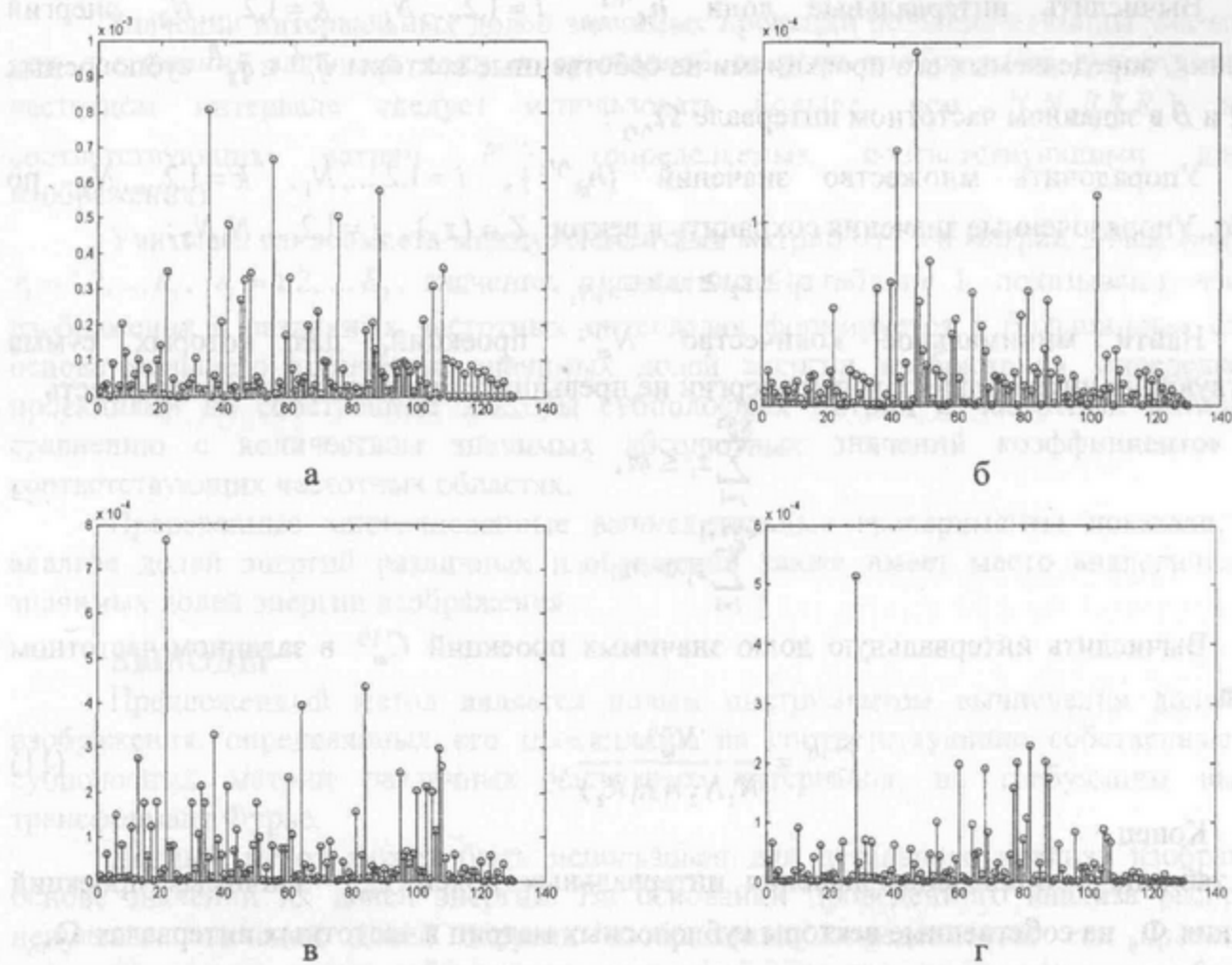


Рисунок 4 – Значения элементов матрицы H^{11} : а, б – значения элементов в строках с номерами 45, 99, в, г – значения элементов в столбцах с номерами 64, 90

Диаграммы на рисунке 4 демонстрируют факт, что в матрице H^{11} существует значительное количество строк и столбцов, большинство элементов которых близки к нулю. По аналогии с частотной концентрацией [5] частотных интервалов при заданной доле суммарной энергии изображения введем понятие интервальной доли $C_m^{\Omega_{r_2}}$ значимых проекций изображения на собственные векторы субполосных матриц частотного интервала Ω_{r_2} как отношение минимального количества проекций (назовем их значимыми проекциями), для которых сумма соответствующих интервальных долей энергии не превышает заданную долю m_{r_2} суммарной энергии E_{r_2} (2) изображения в интервале Ω_{r_2} , к количеству $(N_1 N_2)/(R_1 R_2)$ дискретных значений (u, v) в соответствующем частотном интервале.

Величина $(1 - m_{r_2})$ фактически является погрешностью формирования энергии изображения в частотном интервале Ω_{r_2} и может рассматриваться как оценка погрешности восстановления изображения на основании данных, соответствующих проекциям изображения, которые являются значимыми для достижения определенной доли m_{r_2} энергии изображения в заданном частотном интервале.

Будем считать, что значимые проекции изображения на собственные векторы субполосных матриц в частотных интервалах определяют соответствующие значимые доли энергии изображения.

Приведем алгоритм вычисления интервальной доли значимых проекций изображения на собственные векторы субполосных матриц:

1) Пусть заданы частотный интервал Ω_{r_2} , которому соответствует часть E_{r_2} энергии изображения, и доля m_{r_2} данной энергии.

2) Вычислить интервальные доли $h_{ik}^{r_1 r_2}$, $i=1,2,\dots,N_1$, $k=1,2,\dots,N_2$ энергий изображения, определяемых его проекциями на собственные векторы \bar{q}_i^A и \bar{q}_k^B субполосных матриц A и B в заданном частотном интервале $\Omega_{r_1 r_2}$.

3) Упорядочить множество значений $\{h_{ik}^{r_1 r_2}\}$, $i=1,2,\dots,N_1$, $k=1,2,\dots,N_2$ по убыванию. Упорядоченные значения сохранить в вектор $Z = (z_j)$, $j=1,2,\dots,N_1 N_2$:

$$z_1 \geq z_2 \geq \dots \geq z_{N_1 N_2}.$$

4) Найти минимальное количество $N_m^{r_1 r_2}$ проекций, для которых сумма соответствующих интервальных долей энергии не превышает заданное значение m , то есть

$$\sum_{j=1}^{N_m^{r_1 r_2}} z_j \leq m,$$

$$\sum_{j=1}^{N_m^{r_1 r_2} + 1} z_j > m.$$

5) Вычислить интервальную долю значимых проекций $C_m^{r_1 r_2}$ в заданном частотном интервале,

$$C_m^{r_1 r_2} = \frac{N_m^{r_1 r_2}}{N_1 N_2 / (R_1 R_2)}. \quad (11)$$

6) Конец.

В таблице 1 приведены значения интервальных долей $C_m^{r_1 r_2}$ значимых проекций изображения Φ_0 на собственные векторы субполосных матриц в частотных интервалах $\Omega_{r_1 r_2}$, $r_1 = 1,2,\dots,4$, $r_2 = 1,2,\dots,4$ при заданной доле m суммарной энергии изображения в указанных частотных интервалах, вычисленных на основе рассмотренного метода субполосного анализа (СА). Укажем также в данной таблице интервальные доли значимых абсолютных значений коэффициентов ДПФ в соответствующих частотных интервалах, вычисленных аналогично интервальной доле значимых проекций.

Таблица 1 – Интервальные доли значимых проекций и абсолютных значений коэффициентов ДПФ при различных преобразованиях изображения Φ_0

интервал		$m=0.99$		$m=0.98$		$m=0.97$		$m=0.96$	
r1	r2	СА	ДПФ	СА	ДПФ	СА	ДПФ	СА	ДПФ
1	1	0,6635	0,4922	0,5788	0,3427	0,5226	0,2516	0,4791	0,1894
1	2	1,0315	0,8457	0,7765	0,7850	0,6837	0,7394	0,6265	0,7017
1	3	1,0315	0,8499	0,9292	0,7897	0,7359	0,7436	0,6633	0,7053
1	4	0,8244	0,8496	0,7080	0,7913	0,6443	0,7484	0,5985	0,7130
2	1	0,8786	0,8208	0,7258	0,7510	0,6563	0,6995	0,6077	0,6574
2	2	0,7897	0,8576	0,6994	0,8002	0,6438	0,7572	0,6021	0,7221
2	3	0,7984	0,8551	0,7062	0,7955	0,6499	0,7513	0,6073	0,7153
2	4	0,7767	0,8548	0,6941	0,7962	0,6416	0,7522	0,6009	0,7157
3	1	0,8900	0,8077	0,7262	0,7340	0,6568	0,6794	0,6080	0,6350
3	2	0,8024	0,8565	0,7072	0,7987	0,6497	0,7556	0,6065	0,7203
3	3	0,7991	0,8529	0,7077	0,7936	0,6514	0,7493	0,6090	0,7128
3	4	0,7816	0,8474	0,6979	0,7872	0,6439	0,7424	0,6026	0,7059
4	1	1,0315	0,8070	0,8486	0,7335	0,7135	0,6799	0,6469	0,6359
4	2	0,7826	0,8590	0,6985	0,8022	0,6452	0,7595	0,6044	0,7239
4	3	0,7835	0,8524	0,6994	0,7943	0,6455	0,7509	0,6043	0,7147
4	4	0,7656	0,8593	0,6897	0,8012	0,6388	0,7581	0,5994	0,7229
среднее		0.8395	0.8230	0.7246	0.7561	0.6515	0.7074	0.6042	0.6682

Значения интервальных долей значимых проекций большие единицы указывают, что для достижения заданной доли m суммарной энергии изображения в соответствующем частотном интервале следует использовать больше, чем $N_1 N_2 / (R_1 R_2)$ элементов соответствующих матриц H^{r_2} (определяемых соответствующими проекциями изображения).

Учитывая зависимость между элементами матриц H^{r_2} и матриц долей энергии S^{r_2} , $r_1 = 1, 2, \dots, R_1$, $r_2 = 1, 2, \dots, R_2$, значения, приведенные в таблице 1, показывают, что энергия изображения в различных частотных интервалах формируется в большинстве случаев на основе меньшего количества значимых долей энергии изображения, определяемых его проекциями на собственные векторы субполосных матриц в частотных интервалах, по сравнению с количеством значимых абсолютных значений коэффициентов ДПФ в соответствующих частотных областях.

Проведенные многочисленные вычислительные эксперименты показали, что при анализе долей энергий различных изображений также имеет место аналогичная оценка значимых долей энергии изображения.

ВЫВОДЫ

Предложенный метод является новым инструментом вычисления долей энергии изображения, определяемых его проекциями на соответствующие собственные векторы субполосных матриц различных частотных интервалов, не требующим вычисления трансформант Фурье.

Данный метод может быть использован для детального анализа изображений на основе значений их долей энергий. На основании проведенного анализа распределений ненулевых значений долей энергии изображения, определяемых его проекциями на соответствующие пары собственных векторов, показано, что энергия изображения в заданном частотном интервале формируется на основе ограниченного количества соответствующих долей энергий, в большинстве случаев, меньшего, чем количество соответствующих коэффициентов ДПФ, а также, что в соответствующих матрицах долей энергий имеются строки и столбцы, состоящие преимущественно из нулевых элементов. Следовательно, данные элементы не содержат значимой информации об изображении и в ходе соответствующих преобразований могут быть изменены или удалены без существенного изменения изображения, что указывает на перспективность применения методов субполосного анализа на основе собственных векторов субполосных матриц, например, при стеганографическом внедрении или сжатии изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жилияков Е.Г. Методы анализа и построения функций по эмпирическим данным на основе частотных представлений. – Белгород: Изд-во БелГУ, 2007. – 160 с.
2. Жилияков Е.Г. Метод определения точных значений долей энергии изображений в заданных частотных интервалах / Е.Г. Жилияков, А.А. Черноморец, И.В. Лысенко // Вопросы радиоэлектроники. Сер. РЛТ. – 2007. – Вып. 4. – С. 115-123.
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – М.: Техносфера, 2006. – 1072 с.
4. Черноморец А.А., Иванов О.Н. Метод анализа распределения энергий изображений по заданным частотным интервалам // Научные ведомости БелГУ. Сер. «История. Политология. Экономика. Информатика». – 2010. – № 19(90). – Вып. 16/1. – С. 161-166.
5. Черноморец А.А. О частотной концентрации энергии изображений / А.А. Черноморец, В.А. Голощапова, И.В. Лысенко, Е.В. Болгова // Научные ведомости БелГУ. Сер. «История. Политология. Экономика. Информатика». – 2011. – № 1(96). – Вып. 17/1. – С. 146-151.

Черноморец Андрей Алексеевич

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород

Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой прикладной информатики

Тел.: 8 (4722) 30-13-56

E-mail: chernomorets@bsu.edu.ru

Жиляков Евгений Георгиевич

Белгородский государственный национальный исследовательский университет, г. Белгород

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
информационно-телекоммуникационных систем и технологий

Тел.: 8(4722) 30-13-92

E-mail: zhilyakov@bsu.edu.ru

A.A. CHERNOMORETS (*Candidate of Engineering Sciences, Associate Professor,
head of the department of applied informatics*)

E.G. ZHILYAKOV (*Doctor of Engineering Sciences, Professor,
head of the department of information and telecommunication systems and technologies*)

*Federal State Autonomous
Educational Institution of Higher Professional Education
«Belgorod National Research University»*

THE ESTIMATION OF SIGNIFICANT IMAGE ENERGY PARTS DEFINED BY THE PROJECTIONS OF THE IMAGE ON EIGEN VECTORS OF SUB-BAND MATRICES

The work presents the comparison of significant coefficients percentage of image energy represented by the sum of its parts, which are defined by the projection of the image to the corresponding pairs of orthogonal eigen vectors of sub-band matrices in given frequency intervals. It is shown that generally less coefficients of the supposed decomposition are used in order to obtain certain energy parts than the respective coefficients of DFT.

Keywords: *image; sub-band analysis-synthesis; frequency interval; energy parts; sub-band matrix; eigen vector.*

BIBLIOGRAPHY (TRANSLITERATED)

1. Zhilyakov E.G. Metody' analiza i postroeniya funkciy po e'mpiricheskim dannym na osnove chastotny'x predstavlenij. – Belgorod: Izd-vo BelGU, 2007. – 160 s.
2. Zhilyakov E.G. Metod opredeleniya tochny'x znachenij dolej e'nergii izobrazhenij v zadanny'x chastotny'x intervalax / E.G. Zhilyakov, A.A. Chernomorecz, I.V. Ly'senko // Voprosy' radioe'lektroniki. Ser. RLT. – 2007. – Vy'p. 4. – S. 115-123.
3. Gonsales R., Vuds R. Cifrovaya obrabotka izobrazhenij. – M.: Texnosfera, 2006. – 1072 s.
4. Chernomorecz A.A., Ivanov O.N. Metod analiza raspredelenij e'nergij izobrazhenij po zadanny'm chastotny'm intervalam // Nauchny'e vedomosti BelGU. Ser. «Istoriya. Politologiya. E'konomika. Informatika». – 2010. – № 19(90). Vy'p. 16/1. – S. 161-166.
5. Chernomorecz A.A. O chastotnoj koncentracii e'nergii izobrazhenij / A.A. Chernomorecz, V.A. Goloshhapova, I.V. Ly'senko, E.V. Bolgova // Nauchny'e vedomosti BelGU. Ser. «Istoriya. Politologiya. E'konomika. Informatika». – 2011. – № 1(96). – Vy'p. 17/1. – S. 146-151.