РОСТ НАЦИОНАЛЬНОГО КАПИТАЛА И КРИВАЯ ЛАФФЕРА

ВЛАДИМИР МОСКОВКИН
ХАРЬКОВ

В последнее время в связи с непомерным налоговым прессом, оказываемым постсоветскими государствами на своих отечественных производителей, возник большой интерес к разработке оптимальных схем налогообложения. Дискуссия по этому вопросу развернулась и на страницах журнала «Бизнес Информ» [1, 2]. Естественно, авторы не могли не обратить свое внимание на американский опыт 80-х годов, в частности на разработки Артура Лаффера [3], бывшего в те годы советником президента США Рональда Рейгана. Именно *А. Лаффер* первый получил качественный вид зависимости суммарных налоговых поступлений в бюджет от величины средней ставки налога (x). Эта зависимость, имеющая максимум на интервале от $x = 0$ (нулевая ставка налога) до $x = 1$ (100-процентная ставка налога), а также нули в этих точках и представленная графически, носит название *кривой Лаффера.* Данная статья посвящена теоретическому обоснованию этой зависимости и определению точки ее максимума x = xmax.

В работе *И. Чугунова* [2] была предложена формальная двухпараметрическая аппроксимация зависимости налоговых поступлений в бюджет от величины ставки налога без выявления механизма таких поступлений:

$$y(x) = x^{\tilde{\alpha}}(1-x)^{\tilde{\beta}}. \qquad (1)$$

В то же время рассмотрение такого механизма с позиции концепции материальной и нематериальной заинтересованности производителя в результатах своего труда позволило *В. Быкадорову*[1] несколько ранее получить более конкретный результат, который находился в классе предложенных И. Чугуновым биномиальных функций [1]. Параметры конкретной функции [1], полученные В. Быкадоровым, имели вид:
$\tilde{\alpha} = 1, \tilde{\beta} = 2$, откуда $x_{max} = 1/3$ (33,3% — уровень оптимального суммарного налогообложения с точки зрения максимального наполнения бюджета).

Еще одна, более ранняя, математическая аппроксимация зависимости поступлений в бюджет от величины ставки налога была предложена нами в виде [4]:

$$y(x) = P(x) = P_0 x \cdot n(x) = P_0 x(-1/\alpha)\ln x, \qquad (2)$$

где $n(x)$ — количество функционирующих в данном регионе (стране) предприятий[2]; P_0 — усредненная по всем предприятиям прибыль[3].

ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Очевидно, что при поиске математических аппроксимаций кривой Лаффера их вид следует искать как $y(x) = xf(x)$, где $f(1) = 0$.

Изложим теперь более строгий подход к проблеме оптимизации налогообложения. Введем функцию кумулятивного валового внутреннего продукта (ВВП) от времени $\tilde{P}(t)$. Еще в 30-е годы этого столетия Н. Кондратьев [5] показал, что динамика роста кумулятивного национального капитала описывается логистической моделью, которую представим в виде

$$\frac{d\tilde{P}}{dt} = \alpha\tilde{P} - \beta\tilde{P}^2, \qquad (3)$$

где $\alpha, \beta = \text{const} > 0$.

Уравнение (3) имеет хорошо известное решение, графическое представление которого называется логистической кривой

$$\tilde{P}(t) = \frac{(\alpha/\beta)}{1 + C\exp(-\alpha t)}, \qquad (4)$$

где C — постоянная интегрирования.

Решение (4) стремится в пределе к равновесному состоянию

$$\lim_{t\to\infty} \tilde{P}(t) = \tilde{P}_{cm} = \alpha/\beta.$$

Предположим, что коэффициент роста кумулятивного ВВП (α) является пропорциональным части ВВП, оставляемой производителям, то есть $\alpha = \alpha_0(1-x)$.

Постоянную интегрирования C определим из начального условия $\tilde{P}(t=0) = \tilde{P}_0$ с помощью выражения (4):

$$C = \frac{\alpha_0(1-x)}{\beta\tilde{P}_0} - 1. \qquad (5)$$

Введем теперь функцию ежегодного прироста ВВП с параметром x

$$P(t,x) = \frac{d\tilde{P}}{dt}.$$

Тогда с учетом выражений (3 – 5) получим искомую функцию ежегодной доли от прироста ВВП, отчуждаемого государством, в виде

$$xP(t,x) = \frac{\alpha_0^2 x(1-x)^2}{\beta}\left[\frac{\alpha_0(1-x)}{\beta\tilde{P}_0} - 1\right] \times \frac{\exp(-\alpha_0(1-x)t)}{\left[1 + \left(\frac{\alpha_0(1-x)}{\beta\tilde{P}_0} - 1\right)\exp(-\alpha_0(1-x)t)\right]^2}. \qquad (6)^4$$

[1]См. неофициальное издание: Быкадоров В. Сто страниц твоей жизни.— Х., 1997.

[2]Логарифмическая функция n(x) является обратной к экспоненциальной функции $x(n) = \exp(-\alpha n)$; если у предприятий изымать всю прибыль ($x = 1$), то количество работающих в сфере официальной экономики будет стремиться к нулю; если предприятиям оставлять всю прибыль ($x = 0$), то их количество будет достаточно большим.

[3]В дальнейшем мы считаем целесообразным использовать в задачах такого рода понятие валового внутреннего продукта (ВВП), а под параметром x понимать долю ВВП, отчуждаемую государством.

В начальной стадии процесса накопления национального капитала при $t \approx 0$ выражение (6) примет простой вид:

$$xP(x) = \beta \tilde{P}_0^2 x \left[\frac{\alpha_0(1-x)}{\beta \tilde{P}_0} - 1 \right]. \quad (7)$$

Максимум этой функции будет находиться в точке $x = x_{max}$:

$$x_{max} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\beta \tilde{P}_0}{\alpha_0}\right). \quad (8)$$

При реальных значениях изменения параметров β, α_0, $\tilde{P}_0$ величина x_{max} лежит в пределах от 0 до 1/2.

Рассмотрим еще один частный случай. Продифференцируем уравнение (3) по t

$$\frac{d\tilde{P}^2}{dt^2} = \frac{dP}{dt} = \alpha_0(1-x)P - 2\beta P\tilde{P}. \quad (9)$$

Тогда нетривиальное (ненулевое) стационарное решение ($P_{ст}$) для этого уравнения достигается при $dP/dt = 0$: $\alpha_0(1-x) - 2\beta\tilde{P} = 0$ и ему соответствует $\tilde{P}$, равное

$$\tilde{P}_* = \frac{\alpha_0(1-x)}{2\beta}. \quad (10)$$

Определим теперь корни квадратного уравнения

$$\tilde{P}^2 - \frac{\alpha_0(1-x)}{\beta}\tilde{P} + \frac{P}{\beta} = 0, \quad (11)$$

которое следует из дифференциального уравнения (3), с учетом $P = d\tilde{P}/dt$:

$$\tilde{P}_{1,2} = \frac{\alpha_0(1-x)}{2\beta} \pm \sqrt{\frac{\alpha_0^2(1-x)^2}{4\beta^2} - \frac{P}{\beta}}. \quad (12)$$

Так как согласно выражению (9) стационарному решению $P_{ст}$ соответствует $\tilde{P}_*$, определяемое по формуле (10), то само $P_{ст}$, очевидно, определится из выражения (12) в виде

$$P_{cm} = \frac{\alpha_0^2(1-x)^2}{4\beta}. \quad (13)$$

С учетом выражения (10) это решение справедливо в точке (или в малой окрестности этой точки) перегиба логистической кривой (4)[5]. Отсюда ежегодная доля отчуждаемого государством прироста ВВП будет равняться

$$y(x) = xP_{cm} = \frac{\alpha_0^2 x(1-x)^2}{4\beta}, \quad (14)$$

то есть фактически приходим к результату, полученному В. Быкадоровым с максимом функции (14) в точке $x_{max} = 1/3$.

Рассмотренные два частных случая, а также анализ общего выражения (6) показали, что у функции $y(x, t) = xP(t, x)$ не существует независимого от времени t максимума по x[6].

В заключение определим максимальные по x значения суммарного за время от 0 до бесконечности отчуждения государством ВВП. Здесь после несложных математических выкладок придем к выражению

$$S(x) = \int_0^\infty xP(t,x)dt = x\tilde{P}(t,x)\Big|_0^\infty = x\left[\frac{\alpha_0(1-x)}{\beta} - \tilde{P}_0\right], \quad (15)$$

откуда точка максимума этой функции определится по выражению (8), а

$$S(x_{max}) = \frac{1}{4\beta\alpha_0}\left(\alpha_0 - \beta\tilde{P}_0\right)^2.$$

Таким образом, если государство хочет отчуждать максимально возможную суммарную величину ВВП за весь период своего существования[7], то и в этом случае оно должно ежегодно отчуждать не более 50% ежегодно создаваемого ВВП.

Следовательно, формула (8) подводит определенное теоретическое обоснование в рамках логистической модели (3) под известные эмпирические оценки. Сама величина оптимальной доли отчуждаемого прироста ВВП (xmax) зависит согласно формуле (8) только от параметров логистической кривой. Логистическая модель (3-5) и следующее из нее выражение (6) позволяют рассматривать процесс отчуждения доли ВВП государством не как статический, описываемый классической кривой Лаффера, а во временной динамике.

ЛИТЕРАТУРА

1. ЕСИПОВ С. ОБЩИЙ УРОВЕНЬ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ // БИЗНЕС ИНФОРМ.— 1997.— № 1.— С. 35 – 36.

2. ЧУГУНОВ И. ВЗАИМОСВЯЗЬ СТАВКИ НАЛОГОВ И НАЛОГОВЫХ ПОСТУПЛЕНИЙ // БИЗНЕС ИНФОРМ.— 1997.— № 11.— С. 28 – 34.

3. МАККОННЕЛЛ К. Р., БРЮ С. Л. ЭКОНОМИКС: ПРИНЦИПЫ, ПРОБЛЕМЫ И ПОЛИТИКА.— К., 1993.

4. МОСКОВКИН В. ОПТИМАЛЬНОЕ НАЛОГООБЛОЖЕНИЕ ПРЕДПРИЯТИЙ В УСЛОВИЯХ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ // БИЗНЕС ИНФОРМ.— 1994.— № 15.— С. 17.

5. КОНДРАТЬЕВ Н. ПРОБЛЕМЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ. — М., 1989.

Материал предоставлен 13. 06. 97 г.

[4]Функция $y(x, t) = xP(t, x)$ имеет три нуля: $x_1 = 0$; $x_2 = 1 - (\beta\tilde{P}_0)/\alpha$; $x_3 = 1$, причем в интервале $x_2 \le x \le x_3$ $y(x, t) \le 0$, то есть область значений параметра x, при которой наблюдается поступление средств в бюджет, несколько суживается по сравнению с классической кривой Лаффера.

[5]Согласно одному из свойств логистической кривой ее точка перегиба находится на половине величины ее стационарного уровня, что соответствует выражению (10).

[6]С точки зрения общей экономической теории при достаточно большом увеличении времени следует ожидать кардинального изменения в уровне развития техники и производительных сил, что приведет к изменению параметров первоначальной логистической кривой. Здесь имеет место экономический (технологический) скачок с возникновением нового экономического цикла, описываемого новой логистической кривой.

[7]Или за период одного экономического цикла.