ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИИ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО СТАНДАРТА В ШКОЛЕ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль Математика
очной формы обучения, группы 02041302
Саломахиной Дарьи Сергеевны

Научный руководитель
к. п. н., доцент
Цецорина Т.А.

БЕЛГОРОД 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В школьном курсе математики особое внимание уделяется разделу тригонометрии: сначала – в курсе геометрии, затем – в курсе алгебры и начал анализа, поэтому в заданиях ЕГЭ обязательным компонентом являются задания по тригонометрии. Большинство учеников допускает ошибки при решении тригонометрических уравнений, тем самым показывая, свои неумения использовать формулы и возникают проблемы с отбором корней на заданном промежутке.

Основная задача преподавателя – научить ребенка решать задания, а не заполнять ячейки памяти формулами. В связи с этим необходимо пересмотреть методику преподавания тригонометрии в школе.

В школьном курсе алгебры и начал анализа в учебниках для общеобразовательных учреждений по теме: «Тригонометрические уравнения» можно выделить несколько видов тригонометрических уравнений:

1. Уравнения, в процессе которых используются основные свойства тригонометрических функций.
2. Простейшие тригонометрические уравнения.
3. Однородные уравнения.
4. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим уравнениям.

Из выше изложенного следует **проблема исследования**, которая заключается в рассмотрении методики преподавания и теоретических основ тригонометрии в условиях реализации Федерального государственного образовательного стандарта в школе (ФГОС).

Объект исследования – процесс изучения тригонометрии в школьном курсе математики в условиях ФГОС.

Предмет исследования – методика изучения тригонометрии в школьном курсе математики.

Цель исследования – на основе анализа учебной, научной и методической литературы выявить основные теоретические аспекты, связанные с изучением тригонометрии; установить разницу между традиционной формой проведения урока и проведением урока по требованиям ФГОС.

Для достижения цели были поставлены следующие **задачи исследования**:

1. Изучить школьные учебники и методическую литературу по данной теме.
2. Разработать урок изучения нового материала по стандартам ФГОС по теме «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений» (10 класс).
3. Выявить достоинства и недостатки традиционной формы проведения урока и проведением урока по стандартам ФГОС.
4. Разработать систему тренировочных упражнений для 10 – 11 класса при подготовке к ЕГЭ по теме: «Тригонометрия».

Методы исследования:

1.Общелогические методы: анализ, синтез, обобщение, сравнение, моделирование, проектирование.

2. Педагогические методы (экспериментальная работы, наблюдение).

Практической значимостью работы является то, что она может использоваться учителем при планировании и проведении уроков по тригонометрии.

Структура выпускной квалификационной работы. Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения и литературы.

Во введении обосновывается актуальность проблемы; задачи; методы исследования; практическая значимость исследования.

В первой главе раскрывается значимость ФГОС в развитии школьников; рассмотрена методика преподавания тригонометрии в школьном курсе математики.

Во второй главе представлены разработки уроков; представлена разница между традиционной формой проведения урока и проведением урока по ФГОС.

В заключении даны общие выводы исследования.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ОСНОВ ТРИГОНОМЕТРИИ

1.1. Особенности обучения математике в условиях реализации Федерального государственного образовательного стандарта

С момента введения новых федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОС) изменился процесс обучения детей и в корне поменялся подход к воспитательному процессу школьников.

Учебных процесс по требованиям ФГОС сильно отличается от былых подходов. Сейчас учебный процесс направлен не на достижение результатов в области предметных знаний, а на развитие в ребенке самостоятельности, умение адекватно анализировать и оценивать ситуации, развить в ребенке стремление к самообразованию. Стандарт, разработанный в русле системно – деятельностного подхода, совмещает в себе теоретические и практические знания, но огромное внимание уделяется именно практической части учебного процесса без ущерба для фундаментальных знаний[24].

Способность учиться поддерживается формированием универсальных учебных действий, которое включает в себя создание мотивации, определение и постановка целей, поиск эффективных методов их достижения. Раньше главным действующим лицом учебного процесса был учитель, он доносил всю информацию до учащихся. Но с момента введения новых федеральных государственных общеобразовательных стандартов ученик самостоятельно добивается делаемых результатов посредством поиска, освоения и хранения информации, а в дальнейшем использование полученных знаний. Учитель перестает быть главным действующим лицом в учебном процессе, он становится наблюдателем, старшим помощником, способным в нужный момент поддержать, подсказать, направить.

Термин «универсальные учебные действия» означает способность субъекта к саморазвитию и самосовершенствованию путем сознательного и активного присвоения нового социального опыта.

Формирование УУД в образовательном процессе определяется тремя взаимодополняющими положениями:

1. Определяет содержание и организацию учебного процесса.
2. Формирование УУД происходит в контексте усвоения разных предметных дисциплин.
3. УУД, их свойства и качества определяют эффективность образовательного процесса, в том числе усвоения знаний и умений, формирование образа мира и основных видов компетентности учащегося, в том числе социальной и личностной[24].

Также главным условием реализации ФГОС нового поколения является организация внеурочной деятельности в школе. Внеурочная работа – это хорошая возможность для организации межличностных отношений в классе, между обучающимися и классным руководителем с целью создания ученического коллектива и органов ученического самоуправления. Главной целью внеурочной деятельности является создание условий для развития и проявления своих интересов на основе свободного выбора. Внеурочная деятельность организована по различным направлениям:

1. Спортивно – оздоровительное;
2. Духовно нравственное (патриотическое);
3. Социальное (общественно – полезная деятельность);
4. Общекультурное (художественно - эстетическое).

Так, например, в МБОУ СОШ №13 города Белгорода организована внеурочная деятельность по всем направлениям среди 5-6 классов: факультатив «Наглядная геометрия», факультатив «Русская словесность», секция «Мир спортивных игр», факультатив «Белгородоведение», кружок «Мой инструмент - компьютер» и другие.

Факультатив «Наглядная геометрия» позволяет познакомить детей с азами геометрии.

Цели курса «Наглядная геометрия»:

- развитие пространственных представлений, образного мышления, изобразительно графических умений, приемов конструктивной деятельности;

- развитие умений преодолевать трудности при решении математических задач;

- формирование геометрической интуиции, познавательного интереса учащихся, развитие глазомера, памяти обучение правильной геометрической речи;

- формирование логического и абстрактного мышления, формирование качеств личности (ответственность, добросовестность, дисциплинированность, аккуратность, усидчивость) [24].

Задачи курса «Наглядная геометрия»:

1. Вооружить учащихся определенным объемом геометрических знаний и умений, необходимых им для нормального восприятия окружающей деятельности.

2. Познакомить учащихся с геометрическими фигурами и понятиями на уровне представлений.

3. Изучение свойств на уровне практических исследований, применение полученных знаний при решении различных задач. Основными приемами решения задач являются: наблюдение, конструирование, эксперимент.

Развитие логического мышления учащихся строения курса, которое, в основном, соответствует логике систематического курса, а во-вторых, при решении соответствующих задач, как правило, “в картинках”.

На занятиях наглядной геометрии предусмотрено решение интересных головоломок, занимательных задач, бумажных геометрических игр и т.п. Этот курс поможет развить у ребят смекалку и находчивость при решении задач[17].

Приобретение новых знаний учащимися осуществляется в основном в ходе их самостоятельной деятельности. Среди задачного и теоретического материала акцент делается на упражнения, развивающие “геометрическую зоркость”, интуицию и воображение учащихся. Уровень сложности задач таков, чтобы их решения были доступны большинству учащихся[17].

Факультатив «Белгородоведение» позволяет школьникам изучить историю своего родного города, организовывают экскурсии по знаменитым местам города Белгорода, посещение музеев. В секции «Мир спортивных игр» дети играют в различные подвижные игры, изучают биографию знаменитых спортсменов.

Внеурочная деятельность имеет множество плюсов:

1. Внеурочная деятельность является бесплатной;
2. Проводится в свободное время от учебы;
3. Дополнительные курсы выбирает сам ребенок и его родители;
4. Позволяет ребенку раскрыть свои способности и усовершенствовать их.

Также внедрение федерального государственного общеобразовательного стандарта имеет свои достоинства и недостатки[24].

Достоинства ФГОСа:

1. Проектная деятельность по каждой дисциплине с 1 класса;
2. Применение деятельностного подхода в процессе обучения;
3. Отсутствует авторитарный метод обучения, направляет учащихся с помощью логических вопросов на новые знания;
4. Внеурочная деятельность;
5. Широкое использование ИКТ.

Недостатки ФГОСа:

1. Недостаточная оснащенность кабинетов;
2. Некоторым преподавателям тяжело перестроиться от авторитарного метода обучения к деятельностному подходу.

Из выше изложенного можно сделать вывод, что введение федерального государственного общеобразовательного стандарта имеет множество преимуществ. Главная задача состоит в том, чтобы правильно организовать учебный процесс, тогда внедрение ФГОСа сможет стать настоящим прорывом. Эта задача ложится на плечи учителей, они смогут поэтапно внедрить ФГОС и избавиться от недостатков[24].

1.2. Основные тригонометрические соотношения

1.1.1. Основные формулы для sin α и cos α

Теорема 1: для любого угла α справедливо равенство $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Данное равенство называется основным тригонометрическим уравнением.

Доказательство.

Известно, что окружность с центром в начале координат и радиусом равному единице имеет уравнение $x^2 + y^2 = 1$.

Из определения синуса и косинуса угла α следует, что точка A(x;y), которая принадлежит данной окружности и соответствующая углу α, имеет координаты $x=\cos\alpha$, $y=\sin\alpha$, удовлетворяющие уравнению $x^2 + y^2 = 1$.

Если мы подставим данные значения в уравнение $x^2 + y^2 = 1$, то получим равенство $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Теорема доказана[12, с.132].

***Теорема 2*:** для любого угла α справедливы равенства

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha,$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha.$$

Доказательство.

Точка A, соответствующая углу α, и точка B, соответствующая углу (-α), симметричны относительно оси *Ox*. Из этого следует, что абсциссы данных точек равны, а ординаты – противоположные числа. Следовательно, справедливы равенства $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$, $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$.

Теорема доказана[11, с.175].

Теорема 3: для любого угла α и любого целого числа *m* справедливы равенства

$$\sin(\alpha + 2\pi m) = \sin\alpha,$$

$$\cos(\alpha + 2\pi m) = \cos\alpha.$$

В дальнейшем при преобразовании выражений потребуются следующие формулы:

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha,$$

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha \text{ [7, с.321].}$$

1.1.2. Формулы для арксинуса и арккосинуса

Справедливо равенство arcsin(-a) = - arcsin a для любого угла α ($|\alpha| \leq 1$).

Пусть α = arcsin α, тогда $\alpha \in [-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}]$ и sin α = a. Из свойства синуса угла sin (-α) = -sin α, следует, что sin (-α) = -α.

Так как | - a | = | a | ≤ 1 и – α ∈ [- $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$], то по определению арксинуса числа мы имеем, что – α = arcsin (- a).

Из выше изложенного следует, что справедливо равенство arcsin (- a) = - arcsin α.

Справедливо равенство arcos (-a) = π - arccos a.

Пусть α = arcos a, тогда α ∈ [0; π] и cos α = a.

Так как | - a | = | a | ≤ 1 и π - α ∈ [0; π], то по определению арккосинуса числа имеем, что arcos (-a) = π - α.

Из выше сказанного следует, что справедливо равенство arcos (-a) = π - arccos a.

Справедливо равенство arcsin (sin α) = α для любого угла α ∈ [- $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$]. Также справедливо равенство arccos (cos α) = α для любого угла α ∈ [0; π] [7, с. 322].

1.1.3. Основные формулы для tg α и ctg α

Основными формулами для tg α являются следующие формулы:

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \pi n) = \operatorname{tg}\alpha,$$

где n- любое целое число.

Эти равенства верны не для всех углов, они верны только для тех углов, при которых правая и левая части имеют смысл.

Для любых углов α, для которых существует tg α, имеет смысл и tg (-α), и tg (α + πm). Это справедливо для углов отличных от углов α = $\frac{\pi}{2} + \pi l,$ где l- любое целое число[7, с. 324].

Для доказательства справедливости равенства tg (-α) = - tg α и tg (α + πn) = tg α воспользуемся формулами для cos α и sin α.

Имеем, что tg (-α) = $\frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = \frac{-\sin\alpha}{\cos\alpha}$ = - tg α . Если n является четным числом, то есть $n=2m$, где m- целое число, то

$$\text{tg}\ (\alpha + \pi n) = \text{tg}\ (\alpha + 2\pi l) = \frac{\sin(\alpha + 2\pi l)}{\cos(\alpha + 2\pi l)} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \text{tg}\ \alpha\ .$$

Если же n – нечетное число, то есть $n=2m+1$ где $m \in \mathbf{Z}$, то

$$\text{tg}\ (\alpha + \pi n) = \text{tg}\ (\alpha + \pi + 2\pi l) = \frac{\sin(\alpha+\pi+2\pi l)}{\cos(\alpha+\pi+2\pi l)} = \frac{\sin(\alpha+\pi)}{\cos(\alpha+\pi)} = \frac{-\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \text{tg}\ \alpha\ .$$

Следовательно, равенство tg (α + πn) = tg α доказано для любого целого числа n.

Основными формулами для ctg α являются следующие формулы:

$$\text{ctg}\ (-\alpha) = -\ \text{ctg}\ \alpha,$$

$$\text{ctg}\ (\alpha + \pi n) = \text{ctg}\ \alpha,$$

где n- любое целое число.

Эти равенства верны не для всех углов, они верны только для тех углов, при которых правая и левая части имеют смысл[11, с.176].

1.1.4.Формулы для арктангенса и арккотангенса

Справедливо равенство arctg (- a) = - arctg a для любого действительного числа a.

Пусть α = arctg a, то α ∈ (- $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{2}$) и tg α = a. Из свойства тангенса следует, что tg (- α) = - tg α, следовательно, tg (-α) = - a.

Так как $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, то справедливо равенство, что arctg (- a)= - α.

Справедливо равенство arcctg (- a) = π - arcctg a для любого действительного числа a.

Пусть α = arcctg a, тогда α ∈ (0; π) и ctg α = a. Из свойства котангенса следует, что ctg (π - α) = - ctg α, следовательно, ctg (π - α) =a.

Так как π - α ∈ (0; π), то справедливо равенство, что arcctg (- a) = π - α.

Для любого угла $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ справедливо равенство

arctg (tg α) = α.

Это равенство следует из определения арктангенса.

Для любого угла α ∈ (0; π) справедливо равенство

arcctg (ctg α) = α.

Это равенство следует из определения арккотангенса[12, с.134].

Формулы сложения.

1.1.5. Косинус разности и косинус суммы двух углов.

Теорема 1: справедливо равенство cos (α - β) = cosα cosβ + sinα sinβ для любых углов α и β.

Равенство cos (α - β) = cosα cosβ + sinα sinβ формулируют так: косинус разности двух углов равен произведению косинуса первого угла на косинус второго угла плюс произведение синуса первого угла на синус второго угла[12, с.135].

Теорема 2: справедливо равенство cos (α + β) = cosα cosβ - sinα sinβ для любых углов α и β.

Равенство cos (α + β) = cosα cosβ - sinα sinβ формулируют так: косинус суммы двух углов равен произведению косинуса первого угла на косинус второго угла минус произведение синуса первого угла на синус второго угла[12, с.135].

Доказательство.

Для доказательства воспользуемся формулой косинуса разности двух углов и формулами для $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$.

Получим, что $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha - (-\beta)) = \cos \alpha \cos(-\beta) + \sin \alpha \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$.

Теорема доказана[7, с. 325].

1.1.6. Формулы для дополнительных углов.

Углы α и β, образующие в сумме угол, равный $\frac{\pi}{2}$, называются дополнительными углами.

Теорема: справедливы равенства $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$, $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$ для любого угла α.

Доказательство.

Для доказательства воспользуемся формулой косинуса разности двух углов. Получим, что $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos\frac{\pi}{2} \cos \alpha + \sin\frac{\pi}{2} \sin \alpha = 0 \cdot \cos \alpha + 1 \cdot \sin \alpha = \sin \alpha$. Таким образом доказали равенство $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$.

Дальше докажем формулу $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$, используя доказанную выше формулу $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$.

Обозначим $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$, тогда по формуле $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin \alpha$ следует, что $\sin \beta = \cos(\frac{\pi}{2} - \beta)$. Теперь, подставляя в формулу $\sin \beta = \cos(\frac{\pi}{2} - \beta)$ $\frac{\pi}{2} - \alpha$ вместо β, получим формулу $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$.

Теорема доказана[11, с.178].

1.1.7. Синус суммы и синус разности двух углов.

Теорема 1: справедливо равенство sin (α + β) = sin α cos β + cos α sin β для любых углов α и β.

Равенство sin (α + β) = sin α cos β + cos α sin β формулируют так: синус суммы двух углов равен произведению синуса первого угла на косинус второго плюс произведение косинуса первого угла на синус второго.

Доказательство.

Для доказательства воспользуемся формулами для дополнительных углов и формулу косинуса разности двух углов.

Получим, что $\sin(\alpha+\beta)=\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha-\beta)=\cos((\frac{\pi}{2}-\alpha)-\beta)=\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cos\beta+\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)\sin\beta=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$.

Теорема доказана[7, с.180].

Теорема 2: справедливо равенство sin (α - β) = sin α cos β - cos α sin β для любых углов α и β.

Равенство sin (α - β) = sin α cos β - cos α sin β можно сформулировать так: синус разности двух углов равен произведению синуса первого угла на косинус второго минус произведение косинуса первого угла на синус второго.

Доказательство.

Для доказательства воспользуемся формулой синуса суммы двух углов и формулами для sin α и cos α.

Получим, что $\sin(\alpha-\beta)=\sin(\alpha+(-\beta))=\sin\alpha\cos(-\beta)+\cos\alpha\sin(-\beta)=$ $=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$.

Теорема доказана[12, с.136].

1.1.8. Сумма и разность синусов и косинусов.

Теорема 1: справедливо равенство $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ для любых углов α и β.

Равенство sin α + sin β = 2 sin $\frac{\alpha+\beta}{2}$ cos $\frac{\alpha-\beta}{2}$ формулируют так: сумма синусов любых двух углов равна удвоенному произведению синуса полусуммы этих углов на косинус их полуразности [12, с.138].

Теорема 2: справедливо равенство sin α - sin β = 2 sin $\frac{\alpha-\beta}{2}$ cos $\frac{\alpha+\beta}{2}$ для любых углов α и β.

Равенство sin α - sin β = 2 sin $\frac{\alpha-\beta}{2}$ cos $\frac{\alpha+\beta}{2}$ формулируют так: разность ьсинусов любых двух углов равна удвоенному произведению синуса полуразности этих углов на косинус их полусумму[7, с.181].

Теорема 3: справедливо равенство cos α + cos β = 2 cos $\frac{\alpha-\beta}{2}$ cos $\frac{\alpha+\beta}{2}$ для любых углов α и β.

Равенство cos α + cos β = 2 cos $\frac{\alpha-\beta}{2}$ cos $\frac{\alpha+\beta}{2}$ формулируют так: сумма косинусов любых двух углов равна удвоенному произведению косинуса полусуммы этих углов на косинус их полуразности[7, с.181].

Теорема 4: справедливо равенство cos α - cos β = - 2 sin $\frac{\alpha-\beta}{2}$ sin $\frac{\alpha+\beta}{2}$ для любых углов α и β.

Равенство cos α - cos β = - 2 sin $\frac{\alpha-\beta}{2}$ sin $\frac{\alpha+\beta}{2}$ формулируют так: разность косинусов любых двух углов равна взятому со знаком $\ll - \gg$ удвоенному произведению синуса полусуммы этих углов на синус их полуразности.

Доказательство теорем 1,2,3,4.

Пусть x = $\frac{\alpha+\beta}{2}$, y = $\frac{\alpha-\beta}{2}$, тогда α = x + y, β = x – y.

Для доказательства воспользуемся формулами косинуса суммы, косинуса разности, синуса суммы и синуса разности.

sin α + sin β = sin (x + y) + sin (x - y) = (sin x cos y + cos x sin y) + + (sin x cos y + cos x sin y) = 2 sin x cos y = 2 sin $\frac{\alpha+\beta}{2}$ cos $\frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\sin \alpha - \sin \beta = \sin(x + y) - \sin(x - y) = 2 \cos x \sin y = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\cos \alpha + \cos \beta = \cos(x + y) + \cos(x - y) = 2 \cos x \cos y = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$;

$\cos \alpha - \cos \beta = \cos(x + y) - \cos(x - y) = -2 \sin x \sin y =$
$= -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$.

Теоремы доказаны[7, с.182].

1.1.9. Формулы для двойных и половинных углов.

Формулы двойного угла – это формулы, которые выражают тригонометрические функции угла 2α через тригонометрические функции угла α.

Воспользуемся формулой синуса суммы:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta.$$

Предположим, что в этой формуле $\beta = \alpha$.

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha \cos\alpha + \cos\alpha \sin\alpha,$$

следовательно, $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$.

Таким образом, мы получили формулу синуса двойного угла.

Воспользуемся формулой косинуса суммы:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta.$$

Предположим, что в этой формуле $\beta = \alpha$.

$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos\alpha \cos\alpha + \sin\alpha \sin\alpha,$$

следовательно, $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

Таким образом, мы получили формулу косинуса двойного угла.

Это одна из формул косинуса двойного угла. Имеется еще несколько формул. Они получаются путем преобразования с помощью основного тригонометрического тождества.

Выразим $\cos^2\alpha$ из основного тригонометрического выражения: $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$.

Подставим данное равенство в формулу $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

Получим, что $\cos 2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$.

Также мы можем выразить $\sin^2\alpha$ из основного тригонометрического выражения: $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$.

Подставим данное равенство в формулу $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$.

Получим, что

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$ [12, с.140].

1.1.10. Произведение синусов и косинусов.

Теорема 1: для любых углов α и β справедливы равенства:

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)); \quad \textbf{(1)}$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)); \quad \textbf{(2)}$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)). \quad \textbf{(3)}$$

Доказательство.

Для доказательства воспользуемся формулами синусов и косинусов суммы и разности двух углов:

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha; \quad \textbf{(4)}$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha; \quad \textbf{(5)}$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta; \quad \textbf{(6)}$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta. \quad \textbf{(7)}$$

Сложим почленно равенства (4) и (5), получим:

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta,$$

следовательно, получаем справедливость равенства (1).

Сложив почленно равенства (6) и (7), имеем:

$$\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos\alpha\cos\beta,$$

следовательно, получаем справедливость равенства (2).

Вычитая почленно из равенства (7) равенство (6), имеем:

$$\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta) = 2\sin\alpha\sin\beta,$$

следовательно, получаем справедливость равенства (3) [12, с.141]

1.3. Тригонометрические уравнения, сводящиеся к простейшим заменой неизвестного

Чтобы решить уравнение методом замены неизвестного необходимо проделать несколько действий:

1. Привести уравнение к алгебраическому виду относительно одной из тригонометрических функций.
2. Сделать замену неизвестного и обозначить буквой t (если необходимо, то ввести ограничения на t).
3. Записать и решить полученное алгебраическое уравнение.
4. Сделать обратную замену.
5. Решить простейшее тригонометрическое уравнение[15, с.36].

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Решите уравнение $9\cos^2 x + 7\cos x\cdot\sin x – 1=0$.

Для того чтобы решить уравнение необходимо произвести некоторые преобразования. Для этого используем основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

$9\cos^2 x + 7\cos x \cdot \sin x - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$

$8\cos^2 x + 7\cos x\cdot\sin x - \sin^2 x = 0$

Разделим правую и левую часть уравнения на $\cos^2 x \neq 0$.

Получим,

$8 + 7\mathrm{tg}\, x - \mathrm{tg}^2\, x = 0$

Введем новое неизвестное $\mathrm{tg}\, x = t$. Получим квадратное уравнение:

$8 + 7t - t^2 = 0$

$t^2 – 7t - 8 = 0$

$D = b^2 – 4ac$

$D = (-7)^2 - 4\cdot1\cdot(-8) = 49 + 32 = 81 > 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{81} = 9$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ $t_1 = \frac{7-9}{2} = -1$

$t_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ $t_2 = \frac{7+9}{2} = 8$

Сделаем обратную замену. Получим,

tg x = 8 tg x = -1

x = arctg 8 + πn, n ∈ **Z** x = arctg (-1) + πk, k ∈ **Z**

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbf{Z}$

Ответ: x = arctg 8 + πn, n ∈ **Z**

$x = -\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbf{Z}$ [1, с.121]

Пример 2. Решите уравнение $8 - 4\sin^2 x = \sin 2x \cdot \mathrm{ctg}\, x - 9\cos x$

ОДЗ: $x \neq 0 + \pi n$, n ∈ **Z**

Для того чтобы решить уравнение необходимо проделать некоторые преобразования. Для этого используем основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ и формулой для двойного угла $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

Получим,

$8 - 4\sin^2 x = 2\sin x\cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} - 9\cos x$

$8 - 4\sin^2 x - 2\cos^2 x + 9\cos x = 0$

$8 - 4(1 - \cos^2 x) - 2\cos^2 x + 9\cos x = 0$

$8 – 4 + 4\cos^2 x - 2\cos^2 x + 9\cos x = 0$

$2\cos^2 x + 9\cos x + 4 = 0$

Введем новое неизвестное cos x = t , $-1 \leq t \leq 1$. Получим квадратное уравнение:

$2t^2 + 9t + 4 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 9^2 - 4\cdot 2\cdot 4 = 81 - 32 = 49 > 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{49} = 7$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ $t_1 = \frac{-9-7}{4} = -4$ – не удовлетворяет условию $-1 \leq t \leq 1$

$t_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ $t_2 = \frac{-9+7}{4} = -\frac{1}{2}$

Сделаем обратную замену. Получим,

$\cos x = -\frac{1}{2}$

$x = \pm(\pi - \frac{\pi}{3}) + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$

Ответ: $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ [6, с. 357]

Пример 3. Решите уравнение $6\cos^2 x + 5\sin x - 7 = 0$.

Для решения уравнения используем основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

$6(1 - \sin^2 x) + 5\sin x - 7 = 0$

$6 - 6\sin^2 x + 5\sin x - 7 = 0$

$6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$

Введем замену неизвестного $\sin x = t$.

Получим квадратное уравнение:

$6t^2 - 5t + 1 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 25 - 24 = 1 > 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{1} = 1$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ $\quad$ $t_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

$t_1 = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ $\quad$ $t_2 = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

Сделаем обратную замену. Получим,

$\sin x = \frac{1}{3}$ $\quad$ $\sin x = \frac{1}{2}$

$x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{3} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $\quad$ $x = (-1)^k \arcsin\frac{1}{2} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

Ответ: $x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{3} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$;

$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$ [10, с.186].

Пример 4. Решите уравнение $6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2$.

Для решения уравнения используем основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

$6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$

$6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$

$6\sin^2 x + \sin x \cos x - \cos^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x = 0$

$4\sin^2 x + \sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$

Разделим левую и правую части уравнения на $\cos^2 x$ ($\cos x \neq 0$)

$4\,tg^2 x + tg\, x - 3 = 0$

Введем замену неизвестного $tg\, x = t$. Получим квадратное уравнение:

$4t^2 + t - 3 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 1^2 - 4\cdot 4\cdot(-3) = 1 + 48 = 49 > 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{49} = 7$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ $\qquad$ $t_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

$t_1 = \frac{-1-7}{8} = \frac{-8}{8} = -1$ $\qquad$ $t_2 = \frac{-1+7}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Сделаем обратную замену.

$tg\, x = -1$ $\qquad$ $tg\, x = \frac{3}{4}$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $\qquad$ $x = arctg\,\frac{3}{4} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$.

Ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$;

$x = arctg\,\frac{3}{4} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$ [6, с. 369].

Пример 5. Решите уравнение $tg^2 x - \frac{1}{tg^2 x - 1} = 2{,}5$

Введем замену неизвестного $tg^2 x = t$. Получим квадратное уравнение:

$t - \frac{1}{t-1} = 2{,}5$

$t(t - 1) - 1 = 2{,}5(t - 1)$

$t^2 - t - 1 = 2{,}5t - 2{,}5$

$t^2 - t - 1 - 2,5t + 2,5 = 0$

$t^2 - 3,5t + 1,5 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-3,5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1,5 = 12,25 - 6 = 6,25 > 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ $\qquad$ $t_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

$t_1 = \frac{3,5-2,5}{2} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $t_2 = \frac{3,5+2,5}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Сделаем обратную замену.

$tg^2\, x = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $tg^2\, x = 3$

$tg\, x = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$ $\qquad$ $tg\, x = \pm\sqrt{3}$

$x = \pm\, arctg\, \frac{1}{\sqrt{2}} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $\qquad$ $x = \pm\, arctg\, \sqrt{3} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

$x = \pm\, arctg\, \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $\qquad$ $x = \pm\, \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

Ответ: $x = \pm\, arctg\, \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$

$x = \pm\, \frac{\pi}{3} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$ [14, с. 192].

Пример 6. Решите уравнение $5\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4 = 0$.

Для того чтобы решить уравнение необходимо произвести некоторые преобразования. Для этого используем основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

$5\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4 (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0$

$5\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4\sin^2 x - 4 \cos^2 x = 0$

$\sin^2 x + 3\sin x \cdot \cos x - 4 \cos^2 x = 0$

Разделим левую и правую части уравнения на $\cos^2 x$ ($\cos x \neq 0$).

Получим,

$tg^2\, x + 3tg\, x - 4 = 0$

Введем замену неизвестного $tg\, x = t$. Получим квадратное уравнение:

$t^2 + 3t - 4 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = 3^2 - 4·1·(-4) = 9 + 16 = 25 > 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ $\quad$ $t_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

$t_1 = \frac{-3-5}{2} = -\frac{8}{2} = -4$ $\quad$ $t_2 = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$

Сделаем обратную замену.

tg x = - 4 $\quad$ tg x = 1

x = arctg (-4) + πn , n ∈ **Z** $\quad$ x = arctg 1 + πk , k ∈ **Z**

x = – arctg 4 + πn , n ∈ **Z** $\quad$ x = $\frac{\pi}{4}$ + πk , k ∈ **Z**

Ответ: x = - arctg 4 + πn , n ∈ **Z**

x = $\frac{\pi}{4}$ + πk , k ∈ **Z** [6, с.401].

Пример 7. Решите уравнение $3tg^2 x + \frac{1}{tg^2x-1} = -0,5$

Введем новое неизвестное $tg^2 x = t$.

$3t + \frac{1}{t-1} = -0,5$

3t(t - 1) + 1 = - 0,5(t - 1)

$3t^2 - 3t + 1 = -0,5t + 0,5$

$3t^2 - 3t + 1 + 0,5t - 0,5 = 0$

$3t^2 - 2,5t + 0,5 = 0$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-2,5)^2 - 4·3·0,5 = 6,25 - 6 = 0,25 > 0$

$\sqrt{D} = \sqrt{0,25} = 0,5$

$t_1 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$ $\quad$ $t_2 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$

$t_1 = \frac{2,5-0,5}{2·3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\quad$ $t_2 = \frac{2,5+0,5}{2·3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Сделаем обратную замену.

$tg^2 x = \frac{1}{3}$ $\quad$ $tg^2 x = \frac{1}{2}$

$\operatorname{tg} x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\operatorname{tg} x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \pm \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $x = \pm \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $x = \pm \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \mathbf{Z}$

$x = \pm \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$ [10, с.139].

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИ ТРИГОНОМЕТРИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ.

2.1. Разработка урока по теме: «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений»

План урока

Тема урока: «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений»

Цели урока:

Предметные: научить учащихся применять основные тригонометрические формула при решении уравнений.

Личностные: формировать независимость суждений.

Метапредметные: формировать умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Средства обучения: учебник Никольский С.М. «Алгебра и начала анализа» 10 класс, рабочая тетрадь, доска, мел.

Методы обучения: объяснение с элементами рассказа, беседа, диалог с учащимися.

Ход урока:

Этап	Содержание урока	Методы обучени я	Средства обучения	Формы обучения
1	**Организационный момент:** Здравствуйте, дети! Присаживайтесь. Передайте тетради с выполненным домашним заданием на первый стол.	слово учителя		фронталь ная
2	**Постановка целей и задач урока:** 1. Вспомнить основные тригонометрические формул и алгоритм решения уравнений. 2. Научиться пользоваться тригонометрическими формулами для решения уравнений. 3. Развить логическое мышление, внимание и память. 4. Воспитать самостоятельность, точность и аккуратность.	слово учителя	доска, мел, тетради	фронталь ная
3	**Актуализация опорных знаний:** Ребята, давайте сначала вспомним, как решаются простейшие уравнения и, используя основные тригонометрические формулы, упростите выражение. Разделимся на 3 группы (1 ряд- 1 группа, 2 ряд-2 группа, 3 ряд- 3 группа). Решим задачи: *1 группа:* а) $x^2 - 8x + 15 = 0$ (Ответ: 3; 5); б) (sin a - 1)(sin a + 1) (Ответ: - $\cos^2 a$). *2 группа*: а) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ (Ответ: 0,5); б) $\sin^2 a - 1 + \cos^2 a$ (Ответ: 0). *3 группа:* а) $3x^2 - 12 = 0$ (Ответ: -2; 2); б) $\sin^2 a + \text{tg } a \cdot \text{ctg } a + \cos^2 a$ (Ответ: 1).	беседа		фронталь ная, группова я
4	**Объяснение нового материала:** **1. Применение основного тригонометрического тождества.** *Пример 1*. Решим уравнение $3\sin x = 2\cos^2 x$. (1) Применяя основное тригонометрическое тождество $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, перепишем уравнение (1) в виде	слово учителя, беседа	учебник, тетрадь, доска, мел	фронталь ная

$$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0. \qquad (2)$$

Введем новое неизвестное $\sin x = t$, тогда уравнение (2) превращается в квадратное уравнение с неизвестным t:

$$2t^2 + 3t - 2 = 0. \qquad (3)$$

Уравнение (3) имеет два корня $t_1 = \frac{1}{2}$ и $t_2 = -2$. Поэтому множество всех решений уравнения (2), а значит и уравнение (1), есть объединение множеств всех решений уравнение:

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \sin x = -2.$$

Все решения первого из них состоят из двух серий:

$x_m = \frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in Z; \qquad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$

Второе уравнение не имеет решений, следовательно, все решения уравнения (1) состоят из двух серий:

$x_m = \frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in Z; \qquad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$

2. Применение формул сложения.

Пример 2. Решим уравнение

$$\sin 5x \cos 3x = \sin 3x \cos 5x. \qquad (4)$$

Перенеся все члены уравнения (4) в левую часть и применив формулу синуса разности двух углов, перепишем уравнение (4) в виде

$$\sin 2x = 0. \qquad (5)$$

Все решения уравнение (5), а значит и уравнение (4), удовлетворяют условию

$$2x_m = \pi m,\ m \in Z.$$

Следовательно, уравнение (4) имеет одну серию решений

$$x_m = \frac{\pi}{2} m,\ m \in Z.$$

3. Понижение кратности углов. В некоторых случаях при решении тригонометрических уравнений бывает удобно синусы и косинусы кратных углов выражать через синусы и косинусы самих углов.

	Пример 3. Решим уравнение $$\sin 2x \cos x + 2 \sin^3 x = 1 \qquad (6)$$ Применив формулу синуса двойного угла, перепишем уравнение (6) в виде $$2 \sin x (\cos^2 x + \sin^2 x) = 1.$$ Применив основное тригонометрическое тождество, перепишем это уравнение в виде $$\sin x = \frac{1}{2}. \qquad (7)$$ Уравнение (7), а значит и уравнение (6), имеет две серии решений: $$x_m = \frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in Z; \qquad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$$ *Пример 4.* Решим уравнение $$\cos 2x - \sin x = 0. \qquad (8)$$ Применив формулу косинуса двойного угла, перепишем уравнение (8) в виде $$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0. \qquad (9)$$ Введем новое неизвестное $\sin x = t$, тогда уравнение (9) превращается в квадратное уравнение с неизвестным t: $$2t^2 + t - 1 = 0,$$ имеющее корни $t_1 = - 1$ и $t_2 = \frac{1}{2}$. Следовательно, множество всех решений уравнения (9) есть объединение множеств всех решений двух решений: $$\sin x = - 1 \quad \text{и} \quad \sin x = \frac{1}{2} .$$ Решая каждое из этих простейших тригонометрических уравнений, находим, что множество всех решений уравнения (9), а значит и уравнение (8), состоит из трех серий решений: $$x_k = - \frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in Z; \qquad x_m = \frac{\pi}{6} + 2\pi m,\ m \in Z; \qquad x_n = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z.$$			

5	**Закрепление изученного материала:** **№ 11.15 (а, в)** а) $2\sin^2 x = 3 \cos x$ $2(1 - \cos^2 x) - 3 \cos x = 0$ $2 - 2 \cos^2 x - 3 \cos x = 0$ $2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0$ Пусть $\cos x = t$, $-1 \le t \le 1$ $2t^2 + 3t - 2 = 0$ $D = b^2 – 4ac$ $D = 3^2 - 4\cdot2\cdot(-2) = 9 +16 = 25$, $D > 0$ $t_1 = \frac{- b- \sqrt{D}}{2a}$ $t_1 = \frac{-3-5}{4} = - 2$ – не удовлетворяет условию $-1 \le t \le 1$ $t_2 = \frac{- b+ \sqrt{D}}{2a}$ $t_2 = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2}$ $\cos x = \frac{1}{2}$ $x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n\in Z$ $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n\in Z$ Ответ: $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n\in Z$. б) $2 \cos^2 x + 2 \cos x + \sin^2 x = 0$ $2 \cos^2 x + 2 \cos x + (1 - \cos^2 x) = 0$ $2 \cos^2 x + 2 \cos x + 1 - \cos^2 x = 0$ $\cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$ Пусть $\cos x = t$, $-1 \le t \le 1$ $t^2 + 2t + 1 = 0$ $D = b^2 – 4ac$ $D = 2^2 - 4\cdot1\cdot(-1) = 4 - 4 = 0$, $D = 0$ $t = -\frac{b}{2a}$	диалог с учащимися	учебник, тетрадь, доска, мел	фронтальная

	$t = -\frac{2}{2}$ = - 1 cos x = - 1 x = π + 2πn, n∈Z Ответ: x = π + 2πn, n∈Z. **№ 11.16 (а – г)** а) sin 2x cos x – sin x cos 2x = 1 sin (2x – x) = 1 sin x = 1 x = $\frac{\pi}{2}$ + 2πn, n∈Z Ответ: x = $\frac{\pi}{2}$ + 2πn, n∈Z. б) sin 3x cos x + sin x cos 3x = 0 sin (3x +x) = 0 sin 4x = 0 4x = πn, n∈Z x = $\frac{\pi n}{4}$, n∈Z Ответ: x = $\frac{\pi n}{4}$, n∈Z в) cos 5x cos 4x + sin 5x sin 4x = 1 cos (5x – 4x) = 1 cos x = 1 x = 2πn, n∈Z Ответ: x = 2πn, n∈Z г)cos 2x cos x –sin 2x sin x = -1 cos(2x + x) = -1 cos 3x = -1 3x = π + 2πn, n∈Z x = $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}$, n∈Z			

	Ответ: x = $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}$, n$\in$Z			
6	**Подведение итогов урока:** - Что нового вы узнали на уроке? - Как вы считаете, мы достигли поставленных целей на сегодняшний урок?	диалог с учащимися		фронтальная
7	**Сообщение д/ з:** Откройте свои дневники и запишите домашнее задание: пересказать п. 11.3., выполнить №11.15(б), 11.16(д).	слово учителя	доска, мел, дневник	фронтальная
8	**Определение перспектив:** Как вы считаете, чем вы будете заниматься на следующем уроке?	диалог с учащимися		фронтальная
9	**Рефлексия:** Выберите смайлик, который соответствует Вашему настроению в конце урока. Почему? 	диалог с учащимися		фронтальная

2.2. Разработка урока по стандартам Федерального государственного образовательного стандарта на тему: «Применение тригонометрических формул для решения уравнений»

План урока

Тема урока: «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений».

Класс: 10

Тип урока: урок изучения нового материала.

Дидактическая цель: создать условия для формирования новой учебной информации.

Цели по содержанию:

Предметные: познакомить учащихся с применением основных тригонометрических формул при решении уравнений.

Личностные: формировать умение соотносить полученный результат с поставленной целью, объективно оценивать труд одноклассников.

Метапредметные:

- регулятивные – умеют определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии; развивают монологическую речь;

- познавательные – передают содержание в сжатом, выборочном или развернутом виде;

- коммуникативные – умеют отстаивать точку зрения, аргументируя ее, подтверждая фактами.

Задачи:

- организовать деятельность обучающихся по изучению десятичных дробей;

- способствовать усвоению знаний об особенностях записи десятичных дробей;

- развивать активную познавательную деятельность через работу с учебником, рабочей тетрадью, применение интерактивных заданий;

- формировать интеллектуальные способности (умение анализировать, обобщать, сравнивать, классифицировать, делать выводы);

- формировать опыт равноправного сотрудничества учителя и учащихся в процессе обучения;

- стимулировать развитие познавательного интереса;

- прививать умения коммуникации учащихся, умения провести оценку и самооценку.

Планируемые результаты: учащиеся научаться применять основные тригонометрические формулы при решении уравнений.

Методы:

По источникам знаний: словесные, наглядные;

По степени взаимодействия учитель-ученик: эвристическая беседа;

Относительно дидактических задач: подготовка к восприятию;

Относительно характера познавательной деятельности: репродуктивный, частично-поисковый.

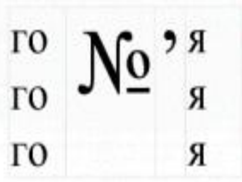
Оборудование: компьютер, доска, карточки, таблицы.

План проведения урока:

Этапы урока	Формируемые универсальные учебные действия учащихся
1. Организационный момент	Саморегуляция.
2. Актуализация знаний и умений	Сравнение и анализ, наблюдение, проверка и опровержение правильности решения, быстрота реакции, прогнозирование
3. Целеполагание и мотивация	Целеполагание, умение оценивать и прогнозировать
4. Усвоение новых знаний и способов усвоения	Морально-этические стороны личности, эстетическое сознание, эрудиция, потребность познавать, самостоятельность, самоконтроль, самосознание
5. Организация первичного закрепления	Формирование целостного мировоззрения, развитие научной эстетики, прогнозирование и оценка, развитие математического аппарата, ценностно-смысловой компонент чтения
6. Физминутка	Эстетическое восприятие, здоровьесбережение, саморегуляция
7. Самостоятельная работа, взаимопроверка самостоятельной работы	Самоконтроль, стрессоустойчивость, саморегуляция, самооценка, прогнозирование, развитие морально-этических качеств личности
8. Подведение итогов урока	Самооценка, развитие грамотной математической речи, стрессоустойчивость
9. Информация о домашнем задании	Обеспечение понимания детьми цели, содержания и способов выполнения домашнего задания
10. Рефлексия	Эмоциональное общение, рефлексия

Ход урока:

Этапы урока	Задачи этапа	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формируемые УУД
1. Организационный момент	Создать благоприятный психологический настрой на работу	Проверьте готовность к уроку.	Проверяют наличие всего необходимого для работы на уроке,	***Коммутативные УУД*** – уметь совместно

		<u>Приветствие.</u> Ты пришел сюда учиться, Не лениться, а трудиться! Только тот, кто много знает, в жизни что-то достигает.	аккуратность расположения предметов.	договариваться о правилах поведения и общения; умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли ***Регулятивные УУД*** – уметь проговаривать последовательность действий на уроке.
2. Актуализация знаний и умений	Актуализация опорных знаний и способов действий	Предлагает отгадать ключевое слово в теме урока.  **Устная работа** (фронтальная работа с классом). 1) Какие простейшие тригонометрические уравнения вы знаете? (sin x=a, cos x=a, tg x=a, ctg x=a) 2) Решите уравнение:	Дети получают слово тригонометрия. Учащиеся записывают ответы.	***Познавательные УУД*** – уметь ориентироваться в своей системе знаний, анализировать с целью выделения признаков. ***Коммуникативные УУД*** – уметь оформлять свои мысли в устной форме, слушать и

		а) $3x - 5 = 7$ (Ответ: 4); б) $x^2 - 8x + 15 = 0$ (Ответ: 3; 5); в) $4x^2 - 4x + 1 = 0$ (Ответ: 0,5); г) $3x^2 - 12 = 0$ (Ответ: -2 ; 2). 3) Используя основные тригонометрические формулы, упростите выражение: а) $(\sin a - 1)(\sin a + 1)$ Ответ: $-\cos^2 a$; б) $\sin^2 a - 1 + \cos^2 a$ Ответ: 0; в) $\sin^2 a + \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{ctg} a + \cos^2 a$ Ответ: 1 - Как вы считаете, чем мы займемся на сегодняшнем уроке?	Обмениваются тетрадями и проверяют свои ответы под диктовку учителя. Оценивают себя - Научимся применять основные тригонометрические формулы к решению уравнений.	понимать речь других. ***Регулятивные УУД*** – умение взаимодействовать в учебной деятельности. Осмысление.

3. Целеполагание и мотивация	Обеспечение мотивации учения детьми, принятия ими целей урока	Тема урока «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений». Попробуйте сформулировать задачи, которые помогут достичь цели урока? Чему должны научиться?	Записывают тему урока в тетрадь «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений». 1)вспомнить основные тригонометрические формулы; 2)научиться решать тригонометрические уравнения; 3) закрепить навыки решения тригонометрических уравнений.	***Познавательные УУД*** - принимают познавательную цель, сохраняют ее при выполнении учебных действий, ***Коммуникативные УУД*** – уметь оформлять свои мысли в устной форме, слушать и понимать речь других ***Регулятивные УУД*** – регулируют весь процесс выполнения учебной цели и четко выполняют требования познавательных задач.

4. Усвоение новых знаний и способов усвоения	Обеспечение восприятия, осмысления и первичного запоминания детьми изучаемой темы: десятичная запись дробных чисел.	Соотнесите №11.15(а, в) , 11.16(а - г) с задачами, которые вы сформу лировали для себя, а поможет вам в этом таблица. Распределите номера из учебника в таблице. - Ребята, что у вас получилось? Обсуждение вопросов. 1) Какой формулой нужно воспользоваться для решения №11.15? 2) Какими формулами нужно воспользоваться, что выполнить №11.16?	Работа с учебниками в парах. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$. $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$ – синус разности двух углов; $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ – синус суммы двух углов; $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ – косинус суммы двух углов; $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ – косинус разности двух углов.	***Познавательные УУД***- сохраняют познавательную цель при выполнении учебных действий, работать с текстом, находя нужную информацию. ***Коммуникативные УУД*** – уметь оформлять свои мысли в устной форме, слушать и понимать речь других, уметь работать в группах и парами. ***Регулятивные УУД*** – регулируют весь усвоения новых знаний и четко выполняют требования познавательных задач. Понимают информацию,

				представленную в виде текста, алгоритма. Оценивать свою работу.
5. Физкультминутка	Физкультурная минутка.		Дети выполняют движения.	
6. Организация первичного закрепления материала	Установление правильности и осознанности изучения темы «Применение основные тригонометрических формул к решению уравнений». Выявление пробелов первичного осмысления изученного материал, коррекция выявленных пробелов.	Учитель предлагает выполнить работу по вариантам: ***1 вариант*** $2\cos^2 x + 5\sin x - 4=0$ Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, k Z ***2 вариант*** $3\sin x - 2\cos^2 x = 0$ Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$, $k \in Z$	По одному представителю от каждого варианта выполняют задание на обратной стороне доски. Оценивают работу одноклассников.	***Познавательные УУД*** - сохраняют познавательную цель при выполнении учебных действий, ***Коммуникативные УУД*** – уметь оформлять свои мысли в устной форме, слушать и понимать речь других, работать в группе. ***Регулятивные УУД*** – регулируют весь усвоения новых знаний и четко выполняют требования

				познавательных задач; обмениваться знаниями между собой; оценивать свою работу.
7. Самостоятельная работа, взаимопроверка самостоятельной работы	Выявление качества и уровня усвоения знаний и способов действий, а также выявление недостатков в знаниях и способах действий, установление причин выявленных недостатков.	С какого номера начнем выполнять задания? №11.15(а,в). а) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$; в) $\pi + 2\pi n,\ n \in Z$. №11.16(а - г). а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$; б) $\frac{\pi n}{4},\ n \in Z$; в) $2\pi n,\ n \in Z$; г) $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3},\ n \in Z$.	Выполняют задания в тетрадях. Учащийся выполняет работу на боковой доске.	***Познавательные УУД*** - сохраняют познавательную цель при выполнении учебных действий. ***Коммуникативные УУД*** – уметь оформлять свои мысли в устной форме, слушать и понимать речь других.
8. Подведение итогов урока	Дать качественную оценку работы класса и отдельных обучаемых	- Что изучали сегодня на уроке? - Что нужно сделать для того, чтобы решить тригонометрическое	-Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений. -Привести уравнение к одной переменной.	***Регулятивные УУД*** - структурируют знания.

		уравнение? - Научились ли вы решать уравнения?	-Да.	
9.Рефлексия	Инициировать рефлексию детей по поводу психоэмоциональног о состояния, мотивации, их собственной деятельности и взаимодействия с учителем и другими детьми в классе.	Выберите смайлик, который соответствует вашему настроению в конце урока. Почему? 	Дети выбирают смайлик.	***Регулятивные УУД*** - умение оценивать правильность выполнения действия на уроке. ***Личностные УУД*** - умение оценить свои знания и возможности.
10. Информация о домашнем задании	Обеспечение понимания детьми цели, содержания и способов выполнения домашнего задания.	Разобрать п. 11.3., выполнить на «3» - №11.15(б) на «4» - №11.15(б), 11.16(д) на «5» - №11.15(б, г), 11.16(д)	Записывают д/з в дневник.	

2.1. Отличия традиционного урока от урока по ФГОС

Главной особенностью федерального государственного образовательного стандарта является деятельностный подход, который ставит главной задачей развитие личности. Современное образование переходит от традиционной формы проведения урока к уроку по стандартам ФГОС.

Через формирование универсальных учебных действий обеспечивается развитие личности школьника. С помощью овладения учащимися универсальных учебных действий ребенок учится самостоятельно осваивать новые знания, умения. Можно сделать вывод, что универсальные учебные действия – это обобщенные действия, которые порождают у обучающихся широкую ориентация на познание и мотивацию к процессу обучения. Для того чтобы знания обучающихся были результатом их собственных поисков, необходимо организовать, помогать, управлять, развивать их познавательную деятельность. Поэтому в школах вводят новую образовательную программу.

Цель программы: создать все условия для развития и воспитания ребенка в соответствии с требования ФГОС в общеобразовательных учреждениях.

На сегодня по-прежнему в школе основной формой обучения остается традиционный урок, так как человеку, проработавшему много лет в школе, тяжело перестроиться на новые требования к учебному процессу. Также изменяются технологии обучения, происходит внедрение информационно-коммуникационных технологий (ИКТ), что позволяет значительно расширить образовательные рамки в общеобразовательном учреждении.

Главное отличие современного подхода – это ориентация стандартов на результаты освоения основных образовательных программ. Результатом являются не только предметные знания, но и умение применять эти знания в практической деятельности. Образованные, высоконравственные, предприимчивые люди сейчас очень нужны обществу, которые могут:

1. анализировать свои действия и поступки;
2. самостоятельно принимать решения;
3. отличаться высокой мобильностью;
4. быть способными к совместной деятельности;

Что же появляется нового в современном уроке по стандартам основного федерального государственного стандарта? Стали часто организовываться групповые и индивидуальные формы проведения урока. Постепенно происходит смена стиля общения между учителем и учащимся, преодолевается авторитарный стиль общения.

Требования к современному уроку:

1. урок должен быть хорошо организован в укомплектованном кабинете;
2. урок должен иметь хорошее начало и хорошее окончание;
3. учитель должен спланировать урок, развести деятельность учителя и деятельность учащихся, четко сформулировать тему, цели, задачи урока;
4. урок должен быть проблемным и развивающим: происходит совместная деятельность учителя и учащихся;
5. по итогам проделанной работы ученики сами делают выводы;
6. максимальное проявления творчества и сотрудничества;
7. дети всегда находятся в центре внимания;
8. происходит обратная связь.

В чем же все-таки отличие между традиционной формой проведения урока и урока, разработанного по стандартам федерального государственного образовательного стандарта?

Происходят изменения в самом начале организации урока. Если раньше учитель сам сообщал учащимся тему урока, то сейчас все меняется.

Дети должны сами сообщать тему урока, а учитель должен только наталкивать наводящими вопросами или заданиями к осознанию темы урока.

Такой же процесс происходит и с формулированием целей и задач на урок. Если раньше учитель сам формулировал цели и задачи урока, то сейчас дети сами формулируют цели и задачи на урок, определив границы знания и незнания, а учитель также является направляющим, помогает и поддерживает детей в течение урока.

Также происходят изменения и в планировании урока. Раньше учитель сам сообщал учащимся, какую работу должны выполнить в течение урока, сейчас же учащиеся, отталкиваясь от целей и задач урока, должны сами правильно организовать урок, учитель только советует, помогает.

Меняется практическая деятельность учащихся. Под руководством учителя учащиеся выполняют ряд практических задач и чаще всего применяются фронтальный метод организации деятельности учащегося. На современном уроке дети сами осуществляют учебные действия по учебному плану и тут уже применяются другие методы организации урока (групповые, индивидуальные методы обучения). Учитель консультирует.

По-другому происходит процесс осуществления контроля и коррекции. В традиционной форме проведения урока учитель осуществлял контроль над процессом выполнения учащимися практической части, сейчас же ученики сами осуществляют контроль (применяют формы самоконтроля и взаимопроверки), учитель консультирует. Также происходит процесс коррекции. Учащиеся сами формулируют затруднения и осуществляют коррекцию самостоятельно, учитель консультирует, советует, помогает.

В корне меняется процесс выставления отметок по окончании урока. Стандартно в конце урока учитель самостоятельно оценивал учащихся за работу на уроке. Сейчас же ученики сами оценивают себя по результатам проделанной работы, происходит процесс самооценивания, оценивание результатов деятельности товарищей.

Требование к уроку	Традиционный урок	Урок по ФГОС
1. Объявление темы урока	Учитель сообщает учащимся	Формулируют сами учащиеся (учитель подводит к осознанию темы)
2. Сообщение целей и задач	Учитель формулирует и сообщает	Формулируют сами учащиеся (учитель подводит к осознанию)
3. Планирование	Учитель сообщает детям, какой объем работы должны выполнить за урок	Учащиеся сами планируют объем работы (учитель помогает, советует)
4. Практическая деятельность учащихся	Под руководством учителя учащиеся выполняют ряд практических заданий (чаще всего на уроке применяется фронтальный метод организации деятельности)	Учащиеся осуществляют учебные действия по намеченному плану (стали чаще применяться групповые, индивидуальные методы организации деятельности), учитель консультирует
5. Осуществление контроля	Учитель контролирует процесс выполнения задания учащимися	Учащиеся сами осуществляют контроль (применяется взаимоконтроль и самоконтроль), учитель советует
6. Осуществление коррекции	Учитель в ходе выполнения и по итогам работы учащихся осуществляет коррекцию	Учащиеся осуществляют коррекцию самостоятельно, формулируют затруднения; учитель консультирует, советует, помогает
7. Оценивание учащихся	По окончанию урока учитель оценивает работу учащихся на уроке	Учащиеся дают оценку деятельности по ее результатам (самооценка, оценка товарищей), учитель консультирует
8. Итог урока	Учитель выясняет у	Проводится рефлексия

	учащихся, что они запомнили	
9. Домашнее задание	Учитель объявляет и объясняет (чаще всего одно задание для всех)	Учащиеся могут выбирать задание из предположенных учителем с учетом индивидуальных возможностей

2.2. Система тренировочных упражнений по теме: «Тригонометрия»

Упростите выражения	
Задания	**Ответы**
cos α cos α – cos 3α cos 4α	sin 2α sin 5α
2 sin 2α sin α + cos 3α	cos α
sin (α – β) + sin (α + β)	2 sin α cos β
sin (α – β) ·sin (α + β)	$\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta$
tg x – ctg x	– 2 ctg 2x
$1 - \sin^2 \alpha\,(1 + \mathrm{ctg}^2\,\alpha)$	0
$\dfrac{1 - 2cos^2\beta}{\cos\beta + \sin\beta}$	sin β – cos β
$\cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha$	$\sin^2 \alpha$
$\dfrac{\cos\alpha\cos\beta - \cos(\alpha + \ \beta)}{\cos(\alpha - \ \beta) - \sin\alpha\sin\beta}$	tg α · tg β
2 sin (α + β) sin (α- β) + cos 2α	cos 2β

Решите задания, используя различные тригонометрические формулы

Задания	Ответы
cos (- $\frac{\pi}{4}$)	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
sin (45°)	$-\ \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
cos ($\frac{\pi}{2} - 10\pi$)	0
sin 660°	$-\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
sin 240°	$-\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{1}{2}$
$\arccos(-\frac{1}{2})$	$\frac{2\pi}{3}$
$\arcsin(-\frac{\sqrt{2}}{2})$	$-\frac{\pi}{4}$
$\text{tg } 45°$	1
$\text{ctg}\frac{\pi}{6}$	$\sqrt{3}$
$\text{arctg}(-\sqrt{3})$	$-\frac{\pi}{3}$
$\text{arcctg}(-\frac{\sqrt{3}}{3})$	$\frac{2\pi}{3}$
$\cos 105°$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
$\sin 20° \cos 10° + \cos 20° \sin 10°$	$\frac{1}{2}$
$\cos 80° \sin 10° + \sin 80° \cos 10°$	1
$\sin 20° + \sin 10°$	$2 \sin 15° \cos 5°$
$\cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{\pi}{4}$	$2\sin\frac{\pi}{40}\sin\frac{9\pi}{40}$
$\sin\frac{11\pi}{24}\sin\frac{5\pi}{24}$	$\frac{1+\sqrt{2}}{4}$
$\cos\frac{13\pi}{24}\cos\frac{7\pi}{24}$	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{4}$
$\sin\frac{7\pi}{24}\cos\frac{\pi}{24}$	$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$
$\text{tg}\frac{\pi}{12}$	$2-\sqrt{3}$
$\text{tg}(60° + 45°)$	$-2-\sqrt{3}$
$\sin x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$
$\cos x = \frac{1}{2}$	$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$	$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$ $x = \pi + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$
$\sin^2 x - \sin x + 3 = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$
$3\sin x = 2\cos^2 x$	$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\cos x + \sin x = 0$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$
$3\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = \operatorname{arctg}\frac{2}{3} + \pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = \operatorname{arctg} 2 + \pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\sqrt{3}\sin x = -\cos x$	$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$
$\frac{6\,sin^2 x - \sin x - 2}{\sqrt{-\cos x}}$	$x = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = \pi - \operatorname{arctg}\frac{2}{3} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\sin 2x = 2\sin x - \cos x + 1$	$x = 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\frac{\cos 2x + \cos x}{1 + \sqrt{\sin x}}$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$
$\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} 2x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$
$\sin^2 x - 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$
$3\sin^2 x + \sin x = 2$	$x = \operatorname{arctg}\frac{2}{3} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ $x = \pi - \operatorname{arctg}\frac{2}{3} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbf{Z}$

$2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $x = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k,\ k \in \mathbf{Z}$
$\frac{\sin 2x}{\lvert \cos x \rvert} = 2 \sin x - 2$	$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$
$\sqrt{\sin 3x} = \sqrt{1 + 2 \sin 4x \cos x}$	$x = \frac{3\pi}{10} + 2\pi n,\ n \in \mathbf{Z}$ $x = \frac{7\pi}{10} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$ $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi m,\ nm \in \mathbf{Z}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тригонометрия является одной из важнейших составных частей школьного курса математики.

Проработав соответствующую психолого-педагогическую и методическую литературу по данному вопросу, очевидно, сделать вывод о том, что умение и навыки решать тригонометрических уравнения в школьном курсе алгебры и начал анализа являются очень важными, ведь эти знания будут необходимы обучающимся в ходе подготовке к единому государственному экзамену. Развитие навыков и умений решать тригонометрические уравнения требует значительных усилий со стороны учителя математики.

Также с момента введения федерального государственного образовательного стандарта поменялся и сам процесс обучения детей. В своей работе мы выявили достоинства и недостатки введения ФГОС.

Достоинства ФГОСа:

1. Проектная деятельность по каждой дисциплине с 1 класса;
2. Применение деятельностного подхода в процессе обучения;
3. Отсутствует авторитарный метод обучения, направляет учащихся с помощью логических вопросов на новые знания;
4. Внеурочная деятельность;
5. Широкое использование ИКТ.

Недостатки ФГОСа:

1. Недостаточная оснащенность кабинетов;
2. Некоторым преподавателям тяжело перестроиться от авторитарного метода обучения к деятельностному подходу.

И все же что появилось нового в современном уроке по стандартам основного федерального государственного стандарта? Стали часто организовываться групповые и индивидуальные формы проведения урока.

Постепенно происходит смена стиля общения между учителем и учащимся, преодолевается авторитарный стиль общения.

Требования к современному уроку:

1. урок должен быть хорошо организован в укомплектованном кабинете;
2. урок должен иметь хорошее начало и хорошее окончание;
3. учитель должен спланировать урок, развести деятельность учителя и деятельность учащихся, четко сформулировать тему, цели, задачи урока;
4. урок должен быть проблемным и развивающим: происходит совместная деятельность учителя и учащихся;
5. по итогам проделанной работы ученики сами делают выводы;
6. максимальное проявления творчества и сотрудничества;
7. дети всегда находятся в центре внимания;
8. происходит обратная связь.

Итак, задачи, которые необходимо было выполнить: изучить школьные учебники и методическую литературу по данной теме, разработать урок изучения нового материала по требованиям ФГОС по теме «Применение основных тригонометрических формул для решения уравнений» (10 класс), выявить достоинства и недостатки традиционной формы проведения урока и проведением урока по требованиям ФГОС, разработать систему тренировочных упражнений для 10-11 класса по теме: «Тригонометрия» - успешно решены. Цель достигнута.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бочков, Б.Г. 3000 задач вступительных экзаменов по математике. – М.: МГУИЭ, 2006. – 165 с.

2. Глейзер, Г.И. История математики в школе: IX-X кл. / Глейзер Г.И. – М.: Просвещение, 1983. – 351 с.

3. Громов, Ю.Ю. Тригонометрия / Громов Ю.Ю., Земской Н.А., Иванова О.Г. и др. – М.: ТГТУ, 2003. – 69 с.

4. Гусев, В.А. Математика (пособие для поступающих в техникумы) / Гусев В.А., Мордкович А.Г. – М.: Высш. шк., 1984. – 351 с.

5. Дерофеева, Г.В. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы / Дерофеева Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. – М.: Наука, 2001. – 672 с.

6. Дыбов, П.Т. Задачи по математике (с указаниями и решениями) / Дыбов П.Т., Осколков В.А. – М.: ООО «Издательство Оникс», 2006. – 464 с.

7. Колмогоров, А.Н. Алгебра и начала анализа: Учеб. Для 10-11 кл. образоват. Учреждений / Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. – М.: Просвещение, 2004. – 388 с.

8. Лысенко, Ф.Ф. Подготовка к ЕГЭ -2015. Книга 2 / Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. – М.: Легион, 2014. – 256 с.

9. Макарычев, Н.Г. Алгебра (учеб. для 9 кл. сред. шк.) / Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б. – М.: Просвещение, 2000. - 271 с.

10. Мирошин, В.В. Алгебра (экспресс – диагностика) 11 класс / Мирошин В.В. – М.: Просвещение, 2010. – 192 с.

11. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа, часть 2, 10 – 11 класс / Мордкович А.Г. – М.: Мнемозина, 2009. – 239 с.

12. Никольский, С.М. Алгебра и начала математического анализа / Никольский С.М., Потапов М.К., Шевкин А.В., Решетников Н.Н. – М.: Просвещение, 2008. – 192 с.

13. Осипов, В.Ф. Конкурсные задачи по математике с решениями и указаниями. Алгебра и тригонометрия / Осипов В.Ф. – СПб., С – Петербургский университет, 1996. – 48 с.

14. Пичурин, Л.Ф. О тригонометрии и не только о ней / Пичурин Л.Ф. – М.: Просвещение, 1985. – 80 с.

15. Прилепко, А.И. Сборник конкурсных задач по математике / Прилепко А.И. – М: Наука, 1999. – 239 с.

16. Ященко, И.В. ЕГЭ 4000 задач / Ященко И.В.- М.:МЦНМО, 2016. – 640 с.

17. https://www.kazedu.kz/referat/178996

18. http://emirsaba.org/kafedra-teorii-i-tehnologij-prepodavaniya-matematiki-i-informa-v2.html?page=2

19. http://kpfu.ru/portal/docs/F1137683193/Hazieva.pdf

https://doc4web.ru/pedagogika/metodika-prepodavaniya-temi-trigonometricheskie-funkcii-v-kurse-.html

21. http://www.tstu.ru/book/elib2/pdf/2014/naxman_tr.pdf

22. https://yandex.ru/search/?text=http%3A%2F%2Fwww.cleverstudents.ru%2Ftrigonometry%2Ftables_of_sin_cos_tg_ctg.html&lr=4&clid=1955453&win=216

23. http://nsportal.ru/shkola/geometriya/library/2015/12/05/fakultativ-6-klass-fgos-naglyadnaya-geometriya

24. http://fb.ru/article/226194/fgos---chto-takoe-trebovaniya-obrazovatelnogo-standarta