

# АНАЛИЗ ВНЕШНЕТОРГОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ РОССИИ СО СТРАНАМИ АРАБО-ЕВРОПЕЙСКОГО СРЕДИЗЕМНОМОРЬЯ НА ОСНОВЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

**В.М. МОСКОВКИН, О.А. ПОСОХОВА**

Белгородский государственный университет  
Ул. Победы, д.85, 308000, Белгород, Россия

При изучении внешнеторговых взаимодействий России со странами арабо-европейского Средиземноморья предложена двумерная гравитационная модель в координатах: внешнеторговый оборот, ВВП и расстояния между Россией и рассматриваемыми странами. В работе поставлена задача построения двумерной трехпараметрической гравитационной модели внешнеторговых взаимодействий России со странами арабо-европейского Средиземноморья с учетом стратегической важности этого региона для России. Рассмотрены краткая история вопроса, эмпирическая база и методология многовариантных расчетов, анализ их результатов и выбор наилучшего варианта, а также сделаны краткие выводы по исследованию.

Гравитационная модель была предложена еще в конце XIX века при изучении процессов миграции населения, впоследствии она использовалась при изучении межстрановой взаимной торговли и значительно развита одним из классиков регионального анализа Уолтером Изардом [1]. На основе этой модели мы рассмотрим интенсивность взаимной торговли России со странами арабо-европейского Средиземноморья с учетом стратегической важности этого региона для России. В качестве интенсивности взаимной торговли будем рассматривать взаимный внешнеторговый оборот ( $T$ ), в качестве расстояний – расстояния между столицами стран Средиземноморья и Москвой, а также расстояния между основными портами стран Средиземноморья и Новороссийском ( $d$ ).

В данной модели мы также будем учитывать валовой внутренний продукт стран Средиземноморья. Значение данного показателя мы брали из двух источников: 1) из Географического справочника ЦРУ (2005) [2]; 2) с сайта Международного валютного фонда [3].

Расстояния между столицами определялись с помощью измерителя и линейки картографическим способом по карте масштаба 1:15 000 000 из Географического атласа (1985) [4], а расстояния между морскими портами – с помощью курвиметра и карты того же масштаба.

**Методология и результаты расчетов по гравитационной модели.** Гравитационную модель в общем виде представим следующим образом:

$$T = \frac{A^*(\text{ВВП})^k}{d^m} \quad (1)$$

где  $A$ ,  $k$  и  $m$  – константы (параметры модели), ВВП – валовой внутренний продукт,  $d$  – расстояние,  $T$  – внешнеторговый оборот.

Исходные данные для расчета по этой модели приведены в табл. 1 и 2. Расчеты проводились с помощью метода наименьших квадратов (МНК) в четырех вариантах:

1)  $d$  – кратчайшие расстояния от Москвы до столиц стран Средиземноморья, км; ВВП бралось по паритету покупательной способности в млрд долл. США на 2004 год; внешнеторговый оборот брался в тыс. долл. США на 2004 год;

2)  $d$  – то же, что и в *варианте 1*, ВВП бралось по официальному обменному курсу в млрд долл. США на 2006 год;

3)  $d$  – расстояния от Новороссийска до основных портов стран Средиземноморья, км; ВВП бралось как и в *варианте 1*;

4)  $d$  – то же, что и в *варианте 3*, ВВП – то же, что и в *варианте 2*.

Согласно терминологии, предложенной в [5], данная регрессионная модель является «внутренне линейной», так как с помощью логарифмического преобразования она приводится к линеаризованной модели:

$$\ln(T) = \ln(A) + k \cdot \ln(BB\pi) - m \cdot \ln(d). \quad (2)$$

Введя обозначения:  $g = \ln(T)$ ,  $h_1 = \ln(BB\pi)$ ,  $h_2 = \ln(d)$ ,  $b_0 = \ln(A)$ ,  $b_1 = k$  и  $b_2 = -m$ , переходим от уравнения (2) к уравнению линейной регрессии:

$$g = b_0 + b_1 h_1 + b_2 h_2 \quad (3)$$

Для приближенной оценки параметров модели можно воспользоваться классическим методом наименьших квадратов (МНК) для минимизации функционала:

$$S(b_0, b_1, b_2) = \sum_i (b_0 + b_1 h_{1i} + b_2 h_{2i} - g_i)^2 \quad (4)$$

При этом система нормальных уравнений МНК будет иметь вид

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_i h_{1i} + b_2 \sum_i h_{2i} = \sum_i g_i \\ b_0 \sum_i h_{1i} + b_1 \sum_i h_{1i}^2 + b_2 \sum_i h_{1i} h_{2i} = \sum_i g_i h_{1i} \\ b_0 \sum_i h_{2i} + b_1 \sum_i h_{1i} h_{2i} + b_2 \sum_i h_{2i}^2 = \sum_i g_i h_{2i} \end{cases} \quad (5)$$

Решение линейной системы уравнений (5) для варианта 3 приводит к следующим значениям для коэффициентов  $b_i$ :  $b_0 = 23,73$ ;  $b_1 = 0,99$ ;  $b_2 = -1,97$ . Переходя от коэффициентов  $b_i$  к параметрам нелинейной регрессионной модели (1), получим:  $A = 20166890180$ ;  $k = 0,99$ ;  $m = 1,97$  (табл. 2).

Для оценки достоверности модели вычислим стандартную ошибку регрессии:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sum_i (T_i^p - T_i)^2}{n-3}}, \quad (6)$$

где  $T_i^p$  – расчетные (по формуле (1)) значения товарооборота,  $T_i$  – фактические значения,  $n$  – число точек данных, и коэффициент детерминации:

$$R^2 = 1 - \frac{\sigma_u^2}{\sigma_T^2}, \quad (7)$$

где  $\sigma_T^2 = \frac{\sum_i (T_i - \bar{T})^2}{n-1}$  – дисперсия величины  $T$ ,  $\bar{T}$  – среднее значение.

Получим:

$$\sigma_u = 862862,34; R^2 = 0,8.$$

В связи с тем что функция  $g(T) = \ln(T)$  является нелинейной, рассматриваемая регрессионная модель является, согласно терминологии используемой в [6], нелинейной моделью 2-го рода. Для таких моделей классический МНК минимизирует сумму квадратов отклонений линейной регрессионной функции от фактических значений функции  $g(T)$ , т.е. функционал (4). Сумма квадратов отклонений нелинейной регрессионной функции (1) от фактических значений  $T_i$  при этом может отличаться от минимальной. Таким образом, применение классического МНК не приводит к оптимальным оценкам параметров нелинейной регрессии.

Для получения оценок параметров нелинейной регрессии, близких к оптимальным, следуя [6], применим взвешенный МНК. Согласно данному методу при минимизации суммы квадратов отклонений линеаризованной регрессионной функции от фактических значений функции  $g(T_i)$ , различные данные берутся с различным весом  $w_i$ , в зависимости от крутизны графика функции  $g(T)$ : точки с меньшей крутизной берутся с большим весом. Как показано в [5], близкие к оптимальным оценки параметров регрессии достигаются при выборе весовых множителей в виде:

$w_i = \frac{1}{[g'(T_i)]^2}$ , т.е. при минимизации функционала:

$$S(b_0, b_1, b_2) = \sum_i \frac{1}{g'(T_i)^2} (b_0 + b_1 h_{1i} + b_2 h_{2i} - g_i)^2. \quad (8)$$

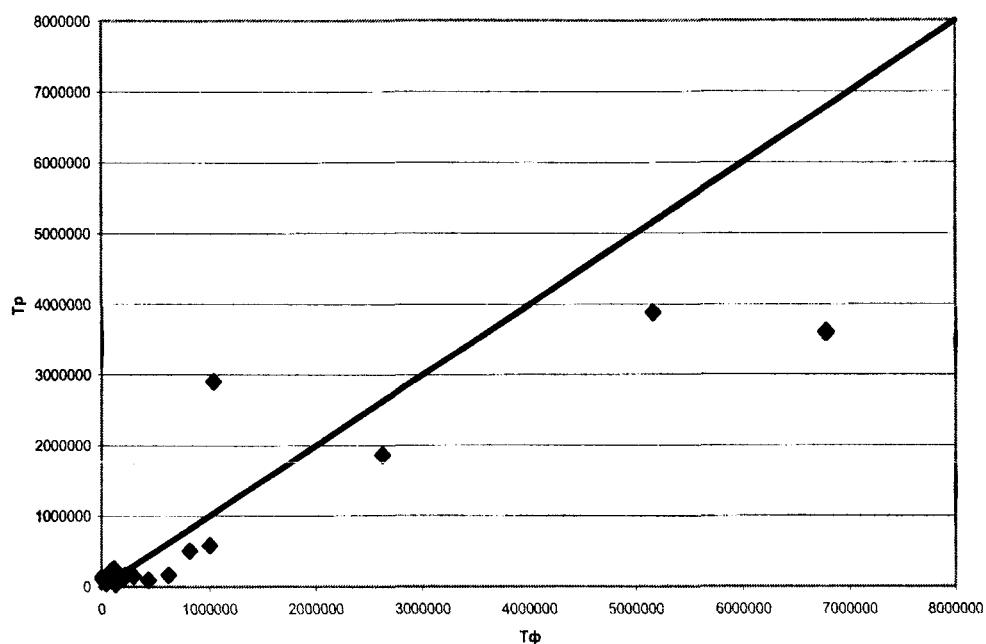
В нашем случае  $g'(T) = \frac{1}{T}$ , и минимизация функционала (8) приводит к следующей системе нормальных уравнений МНК:

$$\begin{cases} b_0 \sum T_i^2 + b_1 \sum h_{1i} T_i^2 + b_2 \sum h_{2i} T_i^2 = \sum g_i T_i^2 \\ b_0 \sum h_{1i} T_i^2 + b_1 \sum h_{1i}^2 T_i^2 + b_2 \sum h_{1i} h_{2i} T_i^2 = \sum g_i h_{1i} T_i^2 \\ b_0 \sum h_{2i} T_i^2 + b_1 \sum h_{1i} h_{2i} T_i^2 + b_2 \sum h_{2i}^2 T_i^2 = \sum g_i h_{2i} T_i^2 \end{cases} \quad (9)$$

Решение линейной системы уравнений (9) для варианта 3 (взв. МНК) приводит к следующим значениям для коэффициентов  $b_i$ :  $b_0 = 14,37$ ;  $b_1 = 0,91$ ;  $b_2 = -1,54$ . Переходя от коэффициентов  $b_i$  к параметрам нелинейной регрессионной модели (1), получим:  $A = 1734363.267$ ;  $k = 0,92$ ;  $m = 1,54$  (табл. 2).

Оценка достоверности регрессионной модели по формулам (6–7) приводит к следующим значениям стандартной ошибки регрессии и коэффициента детерминации:  $\sigma_u = 623,83$  и  $R^2 = 0,90$ , т.е. применение взвешенного МНК позволило уменьшить стандартную ошибку регрессии на 3 порядка, а коэффициент детерминации увеличить на 12,5%.

Зависимость фактических значений  $T$  от их расчетных значений для взвешенного МНК приведены на рис. 1.



**Рис. 1.** Линейная корреляционная зависимость между расчетным ( $T_p$ ) и фактическим ( $T_f$ ) внешнеторговым оборотом России со странами Арабо-Европейского Средиземноморья.  
Вариант 4 (без учета Кипра и Италии, 15 стран), тыс. долл. США

Результаты расчетов по всем вариантам приведены в табл. 3.

*Таблица 1*

**Исходные географические данные для расчета интенсивности внешней торговли России со странами Средиземноморья на основе гравитационной модели**

Страны Средиземноморья	Столицы стран Средиземноморья	Кратчайшие расстояния от Москвы до столиц стран Средиземноморья, км	Основные морские порты стран Средиземноморья	Расстояние от Новороссийска до основных морских портов стран Средиземноморья, км
1	2	3	4	5
Албания	Тирана	2100	Дуррес	2550
Алжир	Алжир	3375	Алжир	3750
Греция	Афины	2295	Пирей	1500
Египет	Каир	2993	Порт-Саид	2400
Израиль	Иерусалим	2700	Тель-Авив	2550
Испания	Мадрид	3480	Валенсия	4050
Италия	Рим	2415	Неаполь	3000
Кипр	Никосия	2340	Лимасол	2400
Ливан	Бейрут	2460	Бейрут	2550
Ливия	Триполи	3210	Триполи	2700
Мальта	Валлетта	2850	Валлетта	2475
Марокко	Рабат	4155	Касабланка	4650
Сербия и Черногория	Белград	1740	Бар	2550

1	2	3	4	5
Сирия	Дамаск	2490	Джабла	2550
Словения	Любляна	1965	Изола	3150
Тунис	Тунис	2985	Тунис	2858
Турция	Анкара	1800	Измир	1500
Франция	Париж	2535	Марсель	3600
Хорватия	Загреб	1890	Сплит	2850
<i>Источники</i>	Измерены по карте масштаба 1:15 000 000 (Географический атлас, 1985)	Определены по Географическому справочнику ЦРУ (2005)	Измерены по морским путям по карте масштаба 1:15 000 000 (Географический атлас, 1985)	

**Таблица 2**  
**Исходные экономические данные для расчета интенсивности внешней торговли**  
**России со странами Средиземноморья на основе гравитационной модели**

Страны Средиземноморья	ВВП по паритету покупательной способности, млрд долл. США, 2004 г.	ВВП по официальному обменному курсу, млрд долл. США, 2006 г.	Внешнеторговый оборот (T), млн долл. США, 2004 г.
Албания	17,46	9,13(1)	43,772
Алжир	212,3	114,32(1)	116,449
Греция	226,4	307,71	1 039,666
Египет	316,3	107,38(1)	818,500
Израиль	129	140,20	1 003,475
Испания	937,6	1225,75	2 625,159
Италия	1609,0	1852,59	12 111,406
Кипр	20,25	18,24	5 714,865
Ливан	18,83	22,62(1)	197,695
Ливия	37,48	50,33(1)	87,068
Мальта	7,223	6,09	129,140
Марокко	134,6	57,41	435,767
Сербия и Черногория	26,27	31,59(1)	214,484
Сирия	60,44	31,50(1)	295,131
Словения	39,41	37,34	510,437
Тунис	70,88	30,62(1)	205,919
Турция	508,7	392,42	6 772,149
Франция	1737,0	2231,63	5 153,987
Хорватия	50,33	42,46	621,045
Россия	1408,0	979,05	
<i>Источники</i>	Географический справочник ЦРУ, (2005)	Округленные данные МВФ за 2006 год – <a href="http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_countries_by_GDP_(nominal)">(1): Estimated by IMF staff</a>	Рассчитано авторами по данным Международного торгового центра ВТО (Женева) – <a href="http://www.intracen.org">http://www.intracen.org</a>

Таблица 3

## Расчетные коэффициенты по гравитационной модели

Вариант	<i>k</i>	<i>m</i>	<i>A</i>	<i>R</i> <sup>2</sup>
1	0,86	0,51	434,219	0,39
1(15) <sup>1</sup>	0,94	0,20	19,534	0,50
2	0,80	-0,02	10,639	0,38
2(15) <sup>2</sup>	0,86	-0,38	0,373	0,39
3	0,91	2,20	222105310,065	0,41
3(15) <sup>3</sup>	0,99	1,97	20166890,180	0,80
4	0,84	1,94	46181345,212	0,44
4(15) <sup>4</sup>	0,89	1,69	4037293,121	0,71
3(15), взв. МНК	0,92	1,54	1734,363	0,90

Примечания. <sup>1</sup> вариант 1, в котором оставлено 15 стран;

<sup>2</sup> вариант 2, в котором оставлено 15 стран;

<sup>3</sup> вариант 3, в котором оставлено 15 стран;

<sup>4</sup> вариант 4, в котором оставлено 15 стран, *R*<sup>2</sup> – коэффициент детерминации.

В расчетах со всеми семнадцатью странами были получены слабые коэффициенты детерминации на уровне 0,4, но при исключении двух стран – Кипра и Италии в 1-м, 3-м и 4-м вариантах этот коэффициент вырос до 0,5–0,8. В случае, когда в лучшем третьем варианте (*R*<sup>2</sup>=0,8) нами был применен взвешенный метод наименьших квадратов, тогда удалось дополнительно улучшить коэффициент детерминации до *R*<sup>2</sup>=0,9 (табл. 3).

\* \* \*

В работе построена двумерная трехпараметрическая гравитационная модель внешнеторговых взаимодействий на примере внешней торговли России со странами арабо-европейского Средиземноморья, с учетом стратегической важности этого региона для России. В качестве эмпирической базы моделирования использовались данные по ВВП стран Средиземноморья из Географического справочника ЦРУ и сайта МВФ, данные по внешнеторговому обороту рассматриваемых стран – из базы данных Trade Map Международного торгового центра ВТО, собственные измерения расстояний между столицами государств и их основными морскими портами, проделанные картографическим способом. Три неизвестных параметра модели, в многовариантных расчетах, определялись на основе регрессионной модели с помощью обычного и взвешенного метода наименьших квадратов. С помощью последнего метода, при исключении из расчетов Кипра и Италии, удалось улучшить коэффициент детерминации до 0,9.

Полученная регрессионная гравитационная модель может использоваться при грубых экспресс-оценках внешнеторгового оборота между рассматриваемыми странами по данным расстояний между ними и ВВП средиземноморских стран. Эта же модель может быть использована для оценки внешнеторгового оборота между Россией и странами, примыкающими к Средиземноморью, например черноморскими странами.

Наши числовые эксперименты с гравитационной моделью показали, что она является более достоверной, в случае учета расстояний между морскими портами. Это согласуется с реальной практикой внешней торговли России со странами Средиземноморья, осуществляющей преимущественно через морские пути.

Таким образом, гравитационная гипотеза, проверяемая нами, при изучении внешнеторговых взаимодействий России со странами Средиземноморья вполне себя оправдала, за исключением стран Кипра и Италии, что в дальнейшем потребует дополнительного изучения.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Изард У. Методы регионального анализа: введение в науку о регионах. – М.: Прогресс, 1966
- [2] Географический справочник ЦРУ. – Екатеринбург: У-Фактория, 2005.
- [3] <http://web.worldbank.org>
- [4] Географический атлас для учителей средней школы. 4 издание. Главное управление геодезии и картографии при совете министров СССР. – М., 1985.
- [5] Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. – М.: Статистика, 1998.
- [6] Айвазян С.А. Статистические исследования зависимостей. – М.: Металлургия, 1969.

## FOREIGN TRADE INTERACTION BETWEEN RUSSIA AND MEDITERRANEAN COUNTRIES: GRAVITY MODEL APPROACH

V.M. MOSKOVKIN, O.A. POSOKHOVA

Belgorod State University  
Pobeda Str., 85, 308000, Belgorod, Russia

The two-dimensional gravity model in coordinates: foreign trade turnover, gross domestic product and distances between Russia and countries of the Mediterranean was offered during the study of foreign trade interactions between Russia and concerned countries.