

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**
(**Н И У « Б е л Г У »**)

ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК
Кафедра информационно-телекоммуникационных систем и технологий

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ N-МЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФАЗЫ**

Выпускная квалификационная работа студентки

**очной формы обучения
направления подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные
технологии и системы связи**

**4 курса группы 07001209
Будниковой Марии Александровны**

Научный руководитель
доцент кафедры
информационно-
телекоммуникационных
систем и технологий
НИУ «БелГУ»
канд. техн. наук, доцент
Сидоренко И.А.

Рецензент
профессор кафедры
прикладной информатики и
информационных технологий,
НИУ «БелГУ»
канд. техн. наук, доцент
Черноморец А.А.

БЕЛГОРОД 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ РАДИОТЕХНИКЕ....	5
1.1 Общие сведения о случайных процессах.....	5
1.2 Характеристическая функция случайной величины.....	9
2. ОБЗОР МЕТОДОВ ПОИСКА СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН.....	12
2.1 Проблема поиска формулы многомерного распределения фазы сигнала...	12
2.2 Методики подбора эмпирических функций	15
3. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЯ СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ ФАЗОЙ.....	20
3.1 Разработка и описание модели.....	20
3.2 Проведение моделирования.....	21
3.3 Подбор аппроксимирующей функции по данным эксперимента.....	25
4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ.....	29
4.1 Формулировка задачи.....	29
4.2 Получение формулы распределения.....	31
5. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ.....	35
5.1 Планирование работ по исследованию.....	35
5.2 Расчет расходов на оплату труда на исследование.....	36
5.3 Расчет продолжительности исследования.....	37
5.4 Расчет стоимости расходных материалов.....	37
5.5 Расчет сметы расходов на исследование.....	38
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	41
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	42

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>			
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата				
Разраб.		<i>Будникова М.А.</i>			<i>Компьютерное моделирование n-мерной плотности распределения фазы</i>	Лит.	Лист	Листов
Провер.		<i>Сидоренко И.А.</i>					2	42
Рецензент		<i>Черноморец А.А.</i>				<i>НИУ «БелГУ», гр.07001209</i>		
Н.контр.		<i>Сидоренко И.А.</i>						
Утв.		<i>Жуляков Е.Г.</i>						

ВВЕДЕНИЕ

Передача информации по каналам связи, радиолокация, радионавигация, физические эксперименты и т.д. связаны с проблемой измерения и определения параметров сигналов, несущих информацию об исследуемом объекте. Информация может быть заключена в амплитуде сигнала, частоте, фазе, времени задержки и т.д. Во всех этих случаях необходимо определить с некоторой погрешностью истинное значение измеряемого параметра. Тем более что сигнал, несущий информацию, подвержен воздействию помех и искажений, возникающих, например, в случае многолучевого распространения сигнала. Поэтому алгоритмы, по которым обрабатываются сигналы, должны учитывать случайный характер этих сигналов. В связи с этим была разработана математическая теория обработки сигналов, основанная на теории вероятностей, теории случайных процессов и математической статистики.

Во многих задачах статистической радиотехники осуществляется прием сигналов, представляющих собой сумму независимых случайных величин. Достаточно полное и детальное описание случайного процесса дается многомерными плотностями вероятности. В случае некогерентного поэлементного приема с накоплением, выполняется сложение n элементов сигнала со случайными фазами при постоянной амплитуде. В теории отсутствует известная формула n -мерной плотности распределения случайных величин, представляющих собой косинус разницы фаз, имеющих равномерное случайное распределение. Известно выражение только для плотности распределения одной случайной величины.

В данной работе исследуется n -мерная плотность вероятности для случайного распределения косинуса фазы принятого сигнала при разных значениях n . Производится также оценка нормализации совместного распределения для n случайных величин при $n \gg 1$.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		3

Цель работы: исследование n -мерной плотности распределения косинуса разности фаз при большом и малом значениях параметра n .

Задачи, которые требуется выполнить в ходе работы:

- 1) Полная постановка общей задачи исследования;
- 2) Выбор методов решения задачи;
- 3) Разработка компьютерной модели для исследования n -мерной плотности вероятности;
- 4) Проведение вычислительного эксперимента на основе полученной модели;
- 5) Исследование нормализации n -мерной плотности распределения численными методами;
- 6) Экономическая оценка результатов исследования.

В первой главе дипломной работы вводятся необходимые термины и основные положения теории вероятности и теории случайных процессов в статистической радиотехнике.

Во второй главе подробно рассмотрены поставленные задачи и приведен обзор методов их решения.

В третьей главе проводится моделирование многомерного распределения фазы сигнала в среде MATLAB со сбором статистики. По полученным экспериментальным данным проводится подбор аппроксимирующей функции.

В четвертой главе поставленная задача непосредственно решается численными методами. Находится аппроксимация характеристической функции многомерного распределения. Производится сравнение результатов, полученных в ходе эксперимента и аналитически. Оценивается схожесть полученных функций распределения с нормальным законом распределения случайных величин.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		4

1 СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СТАТИСТИЧЕСКОЙ РАДИОТЕХНИКЕ

1.1 Общие сведения о случайных процессах

Случайный процесс характеризуется тем, что какая-либо физическая величина изменяется в некотором абстрактном пространстве случайным образом. Конкретный вид случайного процесса в определенном опыте называется реализацией случайного процесса. В качестве синонимов употребляются также термины «выборочная функция» и «траектория случайного процесса»

В радиотехнике наиболее часто приходится оперировать со случайными процессами, зависящими от одного аргумента – времени. При этом под случайным процессом обычно понимается электрическая величина (ток, напряжение, напряженность поля и др.), изменяющаяся случайно во времени.

Для формального обозначения зависимости случайного процесса от аргументов применяются случайные функции. Если $\xi(t)$ есть случайная функция, представляющая случайный процесс, то ее значение $\xi(t_1)$ при фиксированном значении аргумента является случайной величиной. Это означает, что при неизменных условиях опыта значения $\xi(t_1)$ в реализациях, полученных для идентичных систем, будут различными. В этом состоит существенное отличие случайной функции от детерминированной (регулярной), значение которой однозначно определяется значениями аргументов. [1]

В инженерной практике возникает много различных классов случайных процессов. Одним из первых этапов в анализе случайных процессов является введение терминологии, которая может быть использована как рациональный метод описания характеристик любого процесса. Для этого могут служить

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		5

такие определения, как непрерывность, детерминированность, стационарность и эргодичность. [2]

Непрерывный случайный процесс — это процесс, для которого случайные величины $X(t_1)$, $X(t_2)$ и т.д. могут принимать любое значение в пределах заданной области возможных значений. Эта область может быть как конечной, так и бесконечной. Типовая реализация такого случайного процесса и соответствующая плотность вероятностей изображены на рисунке 1.1.

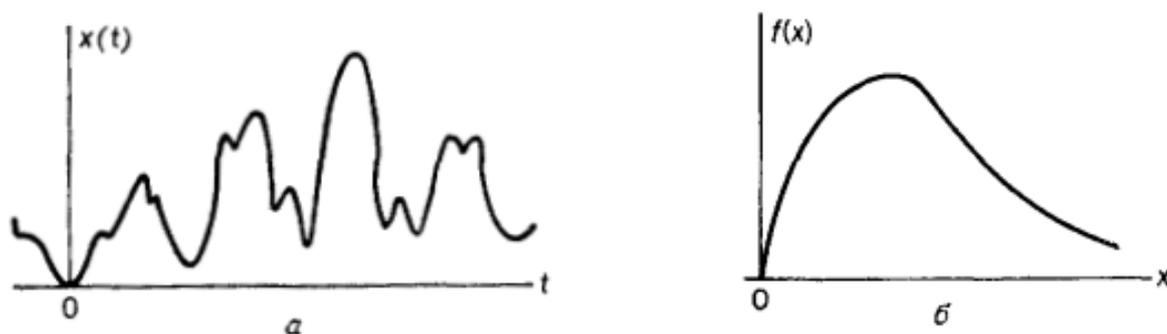


Рисунок 1.1 – Непрерывный случайный процесс: а) типовая реализация; б) плотность вероятностей.

Более точное определение непрерывного случайного процесса исходит из того, что его функция распределения непрерывна. Это означает также, что его плотность вероятностей не содержит в себе дельта-функций.

Дискретный случайный процесс – это процесс, для которого случайные величины могут принимать только определенные значения. Могут также существовать смешанные случайные процессы, которые имеют и непрерывную и дискретную компоненты. Соответствующая плотность вероятности будет содержать участки непрерывного изменения и дельта функции. [2]

Детерминированность случайного процесса определяется случайностью функции его реализаций. Если будущие значения не могут быть предсказаны на основе зарегистрированных ранее, то такой случайных процесс является недетерминированным. Почти все существующие в природе случайные

процессы относятся к недетерминированным, так как физический механизм, лежащий в основе их возникновения, либо ненаблюдаем, либо очень сложен.

Однако имеется возможность определить случайные процессы, для которых будущие значения какой-либо реализации можно точно предсказать, зная прошлые значения. Такие случайные процессы называют детерминированными (в отечественной литературе в соответствии с ГОСТ 21878-76 «Случайные процессы и динамические системы» такие процессы принято называть квазидетерминированными). В качестве примера, согласно книге Джорджа Купера и Клер Макгиллем «Вероятностные методы анализа сигналов и систем» можно привести случайный процесс:

$$X(t) = A \cos(\omega t + \theta), \quad (1.1)$$

где A и ω — постоянные, θ — случайная величина с определенным вероятностным распределением, т.е. для какой-то одной реализации величина θ имеет одно и то же значение для всех t , но для других членов ансамбля — другие значения. В этом случае имеют место случайные изменения только по ансамблю реализаций, но не по времени. Можно определить случайные величины $X(t_1)$, $X(t_2)$ и т.д., и соответствующие им плотности вероятностей.

Часто оказывается удобным получить вероятностную модель для сигналов, которые известны, за исключением одного или двух параметров. В частности, процесс, описываемый соотношением (1.1), целесообразно использовать для представления радиосигнала с известными амплитудой и частотой, но неизвестной фазой.

Если все безусловные одномерные и совместные плотности вероятностей случайного процесса не зависят от выбора начала отсчета времени, то такой процесс называется стационарным. В случае нестационарного случайного процесса хотя бы одна из статистических характеристик будет зависеть от времени. В строгом смысле физически не существует стационарных случайных процессов, так как любой процесс должен начинаться и заканчиваться в определенные моменты времени. Однако есть много физических ситуаций,

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		7

когда статистические характеристики процесса существенно не изменяются на интервале времени наблюдения. В этих случаях предположение о стационарности приводит к удобной математической модели, которая является достаточно точной аппроксимацией реальной ситуации.

Стоит учесть, что детерминированные случайные процессы стационарны только при выполнении определенных специфических условий. Например, для случайного процесса, описанного соотношением (1.1), легко показать путем вычисления математического ожидания, что процесс стационарен, если величина θ равномерно распределена на интервале $[0, 2\pi]$, и не является таковым в случае распределения θ на интервале $[0, \pi]$.

Некоторые стационарные случайные процессы обладают свойством, заключающимся в том, что почти каждый член ансамбля «ведет» себя в статистическом смысле так же, как и весь ансамбль. Таким образом, можно проанализировать статистическую динамику путем исследования только одной типовой реализации. Такие случайные процессы называются эргодическими.

Все нестационарные случайные процессы неэргодичны, однако неэргодическими могут быть и стационарные случайные процессы. Для примера можно взять тот же случайный процесс вида (1.1), в котором ω — постоянная, A — случайная относительно ансамбля величина, θ — случайная величина, равномерно распределенная в интервале $[0, 2\pi]$, причем θ и A статистически независимы. Можно показать, что этот случайный процесс стационарен, но не эргодичен, так как A — некоторая постоянная для определенной реализации, но имеет другие значения для остальных реализаций. [2]

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		8

1.2 Характеристическая функция случайной величины

Одномерная плотность вероятности является важной, но не полной характеристикой случайного процесса. Можно сказать, что одномерная плотность вероятности характеризует процесс статически и не дает представления о динамике его развития.

Более полной характеристикой является двумерная плотность вероятности. Но в общем случае двумерная плотность вероятности также не дает исчерпывающего описания случайного процесса, так как характеризует вероятностную связь между значениями случайной функции только в два момента времени.

Достаточно полное и детальное описание случайного процесса дается многомерными плотностями вероятности, позволяющими судить о вероятностных значениях функции в n произвольных моментов времени. [1]

Особое практическое значение имеет случай, когда необходимо найти распределение двух или более независимых случайных величин. Тогда говорят о композиции законов распределения. Произвести композицию двух законов распределения это значит найти закон распределения суммы двух независимых случайных величин $Z=X+Y$, подчиненных этим законам распределения. [3] Это действие равнозначно свертке плотностей распределения вероятностей этих случайных величин:

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) f_y(x-z) dx. \quad (1.2)$$

Плотность вероятностей суммы более чем двух случайных величин можно найти, повторяя свертку до тех пор, пока она не будет выполнена для всех случайных величин, входящих в сумму. Такая процедура трудна и занимает много времени. Существует более простой способ определения плотности вероятностей суммы случайных величин.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		9

Если при анализе системы или цепи нужно выполнить свертку функций, то можно воспользоваться различными преобразованиями, которые, упрощая процедуру вычислений, дают возможность заменить свертку простым перемножением отображений участвующих в ней функций. При этом каждой свертке соответствует умножение полученного на предыдущем этапе результата на отображение очередной функции. Такой способ можно применить и для нахождения многомерных плотностей вероятности. [2]

Функция $\varphi(t) = E[\exp(itX)]$, где j — мнимая единица, называется характеристической функцией случайной величины X . Функция представляет собой математическое ожидание некоторой комплексной случайной величины $U = \exp(itX)$, функционально связанной с величиной X . При решении многих задач теории вероятностей оказывается удобнее пользоваться характеристическими функциями, чем законами распределения.

Если X — непрерывная случайная величина с плотностью распределения $f(x)$, то ее характеристическая функция определяется с помощью выражения:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(itx) dx. \quad (1.3)$$

Функция (1.3) является преобразованием Фурье плотности распределения вероятностей $f(x)$. По аналогии с обратным преобразованием Фурье можно осуществить обратное преобразование от $\varphi(t)$, и получить выражение для определения плотности распределения вероятностей случайной величины X :

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \exp(itx) dt. \quad (1.4)$$

Свертке плотностей вероятностей случайных величин X и Y соответствует произведение характеристических функций этих случайных величин, равное характеристической функции случайной величины $Z=X+Y$:

$$\varphi_z(t) = \varphi_x(t) \varphi_y(t). \quad (1.5)$$

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		10

Соответственно плотность распределения вероятностей случайной величины Z равна:

$$f_z(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_x(t) \varphi_y(t) \exp(-itz) dt. \quad (1.6)$$

Таким образом, получена композиция законов распределения, содержащая в себе только одну операцию интегрирования. [2,3] Характеристические функции могут быть также удобнее в тех случаях, когда плотность или функция распределения имеют очень сложный вид.

Основные свойства характеристических функций:

1) характеристическая функция однозначно определяет распределение — если обе случайные величины непрерывны, то совпадение характеристических функций влечет совпадение плотностей, если дискретны — совпадение функций вероятности;

2) характеристическая функция всегда ограничена: $|\varphi_x(t)| \leq 1, \forall t \in R$;

3) характеристическая функция в нуле равна единице: $\varphi_x(0) = 1$;

4) характеристическая функция всегда непрерывна;

5) характеристическая функция как функция случайной величины однородна: $\varphi_{aX}(t) = \varphi_X(at), \forall a \in R$. [4]

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		11

2 ОБЗОР МЕТОДОВ ПОИСКА СОВМЕСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

2.1 Проблема поиска формулы многомерного распределения фазы сигнала

В некоторых задачах радиотехники необходимо иметь статистические характеристики косинуса фазы сигнала. Как, например, при некогерентном приеме, когда осуществляется прием сигнала с неопределенной фазой. При передаче сигналов по каналам радиосвязи фаза принимаемого сигнала обычно является случайной величиной, принимающей значения в пределах от 0 до 2π .

Таким образом, требуется рассмотреть преобразование случайной величины тригонометрической функцией, описывающей гармоническое колебание со случайной фазой. Пусть фаза сигнала – случайная величина φ , которая распределена равномерно на интервале $[0, 2\pi]$. Закон распределения φ описывается простым выражением $f(\varphi) = 1/2\pi$ при $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ (рисунок 2.1).

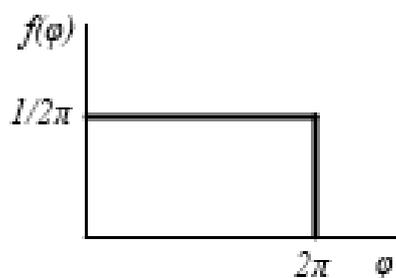


Рисунок 2.1 – Равномерное распределение фазы сигнала

Согласно книге Левина Б.Р. «Теоретические основы статистической радиотехники», одномерная функция плотности распределения случайной величины $\theta_1 = \cos \varphi(t)$ в таком случае имеет вид:

$$w(\theta_1) = \frac{1}{\pi\sqrt{1-\theta_1^2}}, \quad (2.1)$$

					11070006.11.03.02.096.ПЗВКР	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		12

Эта функция изображена в виде графика на рисунке 2.2 (а).

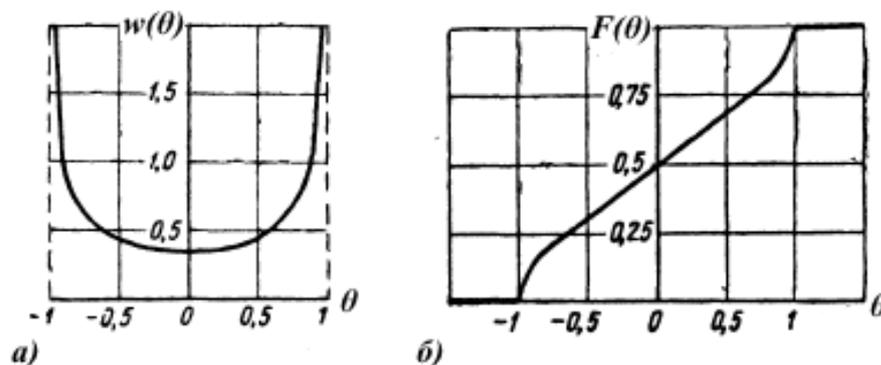


Рисунок 2.2 – Графическое отображение: а) плотности вероятности значений гармонического колебания со случайной фазой; б) функции распределения гармонического колебания со случайной фазой.

Осуществив преобразование Фурье выражения (2.1), можно найти характеристическую функцию случайной величины θ . Этой функцией является функция Бесселя первого рода нулевого порядка $J_0(x)$. Можно определить эту функцию с помощью разложения в ряд Тейлора около нуля:

$$J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(m+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m}, \quad (2.2)$$

где $\Gamma(z)$ — это гамма-функция Эйлера.

График функции Бесселя похож на синусоиду, колебания которой затухают пропорционально $1/\sqrt{x}$, хотя на самом деле нули функции расположены не периодически (рисунок 2.3).

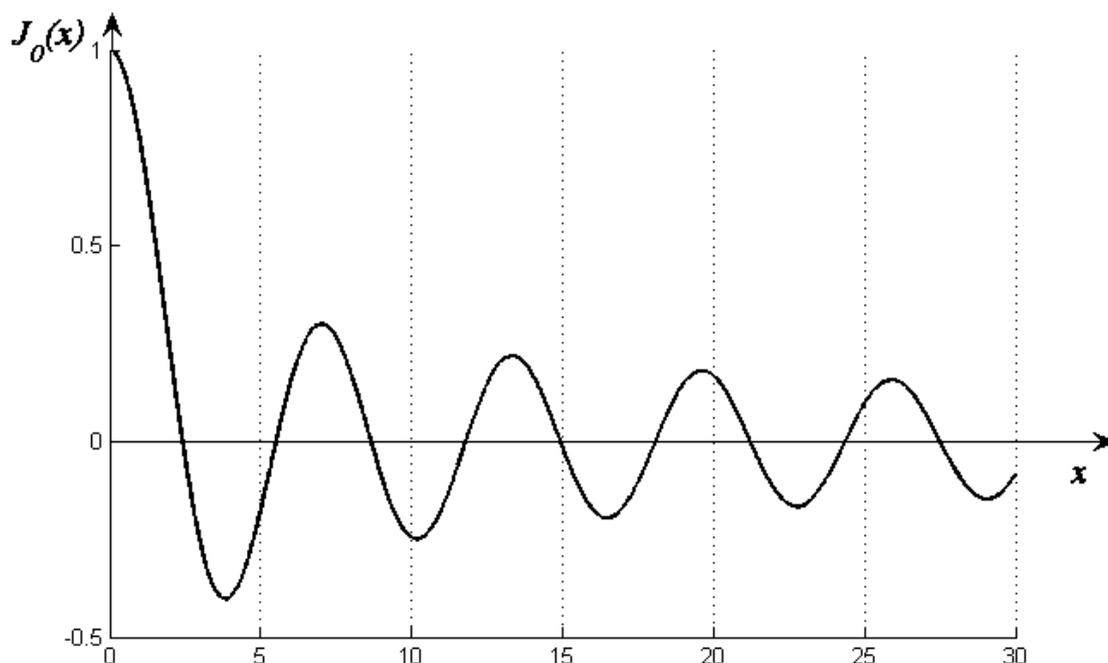


Рисунок 2.3 – Функция Бесселя первого рода

Для определения многомерной плотности вероятности θ (при сложении l гармонических колебаний со случайной фазой) можно использовать свойство характеристических функций, описанное выражениями (1.5) и (1.6). Тогда, с учетом четности функции $\cos(\varphi)$ и области определения функции $J_0(x)$, плотность вероятности значений суммы l гармонических колебаний со случайной фазой определяется как следующее выражение:

$$W_l(\theta_l) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} J_0^l(\omega) \cos[\theta_l \omega] d\omega, \quad (2.3)$$

где θ_l — случайная величина, равная $\sum_{k=1}^l \cos(\varphi)$.

Интеграл в (2.3) нельзя решить интегрированием по частям и другими способами. Поэтому для определения вида функции и нахождения общей формулы этой плотности вероятности следует использовать либо интегрирование численными методами и выражении интеграла в другом виде с использованием теоремы о среднем, либо статистическое моделирование с аппроксимацией экспериментальных данных в виде какой-либо функции.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		14

2.2 Методики подбора эмпирических функций

В вычислительной математике существенную роль играет интерполяция функций, которая имеет как практическое, так и теоретическое значение. На практике часто возникает задача о восстановлении непрерывной функции по ее табличным значениям, например, полученным в ходе некоторого эксперимента. Для вычисления многих функций оказывается эффективно приблизить их полиномами или дробно-рациональными функциями. Теория интерполирования используется при построении и исследовании квадратурных формул для численного интегрирования, для получения методов решения дифференциальных и интегральных уравнений. [6]

Программная среда MATLAB имеет множество функций, позволяющих осуществлять интерполяцию и аппроксимацию функций и данных, в основном при помощи интерполяционных полиномов. Язык математической системы MATLAB прост в обращении и позволяет легко оперировать широким набором его функций, в том числе и графических, что позволяет вместо написания собственных программ интерполяции и визуализации сосредоточиться на исследовании результатов, полученных, например, в ходе моделирования результатов.

Интерполяцией называется представление функции $y = f(x)$ функцией $\varphi(x)$, идентичной в некоторой области значений аргумента. В зависимости от метода интерполяции функция $\varphi(x)$ в MATLAB может быть получены в аналитическом виде или в виде чисел из диапазона узлов интерполяции.

Основными видами интерполяции являются: точная в узлах и приближенная в узлах. При интерполяции, точной в узлах, значения функции $y = \varphi(x)$ совпадают со значениями исходной функции $y = f(x)$ в узлах интерполяции (рисунок 2.4). Подобная интерполяция используется в тех случаях, когда исходная функция задана аналитически или моделируется физическое явление при высокой точности исходных данных.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		15

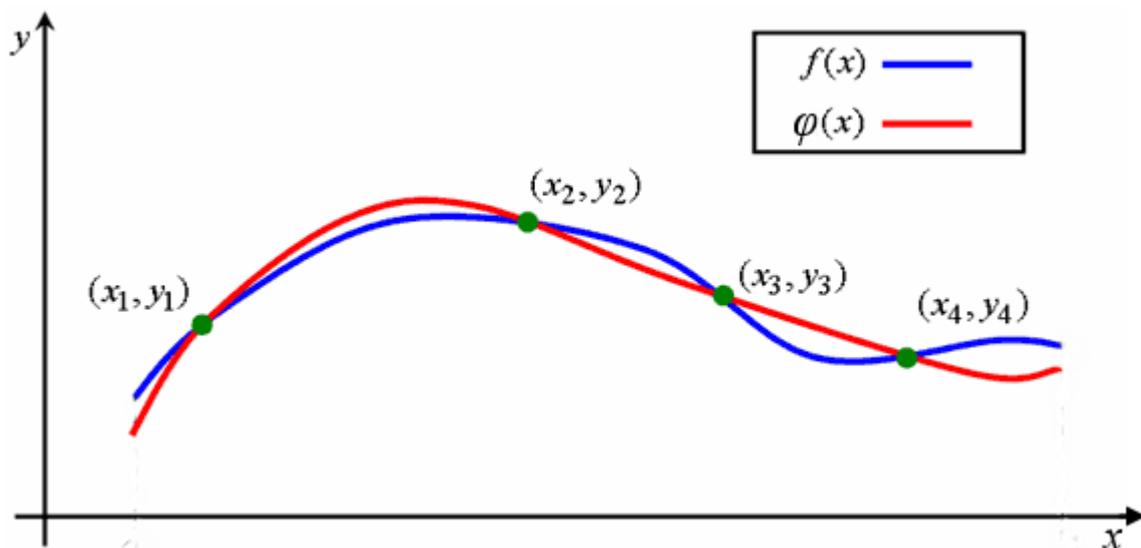


Рисунок 2.4 – Пример интерполяции с четырьмя узлами

При интерполяции, приближенной в узлах, значения функции $y = \varphi(x)$ не совпадают со значениями исходной функции. На рисунке 2.5 показан график приближенной интерполяции, где d_i — отклонения полученной кривой от точек, соответствующих исходным значениям.

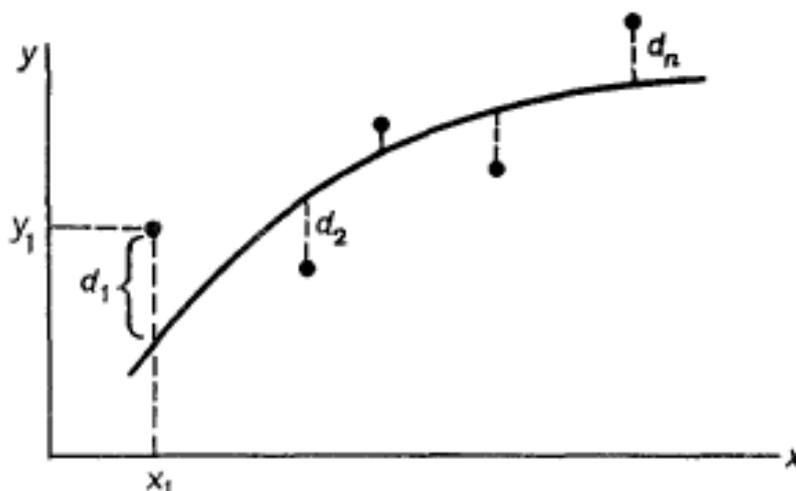


Рисунок 2.5 – Интерполяция, приближенная в узлах

Такую интерполяцию называют аппроксимацией, и применяют в тех случаях, когда данные $y = f(x)$, полученные в ходе эксперимента, содержат вероятные ошибки. Тогда аппроксимация за счет сглаживания неточностей исходных данных позволяет получить математическую модель с более высокой точностью, чем при точном в узлах способе интерполирования. [7]

Иногда математическое выражение, полученное в результате аппроксимации, называют уравнением регрессии (регрессией), а соответствующую кривую — линией регрессии. Чтобы подобрать наилучшую в некотором смысле регрессию, сначала необходимо установить критерий, с помощью которого можно будет определить качество полученной аппроксимации. [2]

Компьютерные технологии интерполяции любого вида состоят из следующих основным этапов:

- выбор вида функции интерполяции;
- определение коэффициентов функции интерполяции;
- проверка адекватности математической модели. [7]

Тип уравнения регрессии в значительной мере зависит от вида экспериментальных данных, однако наиболее часто используют полином вида:

$$y = a + bx + cx^2 + \dots + kx^j. \quad (2.4)$$

Можно построить кривую, описываемую полиномом (n-1)-й степени, проходящую через все n точек исходных данных, однако такой способ обычно не используется, поскольку не приводит к сглаживанию кривой, хотя график этого полинома будет проходить через все заданные точки, и сумма квадратов отклонений линии регрессии от всех точек будет равно 0. Поскольку результаты измерений, как правило, случайны, предпочтительно аппроксимировать их средние значения. Поэтому обычно для аппроксимации используют полиномы первой и второй степени, чтобы сохранить простоту при описании существенных аспектов метода. [2]

Существует большое число различных способов определения коэффициентов функции интерполяции. Выбор способа зависит от формулировки задачи и метода интерполяции. Система MATLAB позволяет определить коэффициенты функции интерполяции следующими способами:

- использованием встроенных функций системы;
- решением алгебраических линейных или нелинейных уравнений;

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		17

- непосредственным вычислением коэффициентов полинома.

Ниже приведен список функций MATLAB для поиска коэффициентов функции интерполяции или непосредственно её значений. [7]

Функция `solve()` позволяет решать системы уравнений для определения коэффициентов полинома выбранной степени m . Система уравнений должна содержать $m+1$ уравнений с $m+1$ переменными, определяющих искомые коэффициенты.

Функция `spline(x,y,xi)` осуществляет интерполяцию кубическими сплайнами; при этом необходимо задать x — вектор узлов интерполяции, y — вектор значений функции в узлах интерполяции, x_i — вектор аргументов функции $y = f(x)$ из области ее определения, задаваемый пользователем. Функция `spline(x)` не позволяет получить функцию интерполяции в виде формулы, в чем её существенный недостаток.

Функция `interp1()` позволяет решать задачи интерполяции несколькими методами. Она имеет вид $y_i = \text{interp1}(x,y,x_i, 'method')$, где *'method'* — аргумент, задающий метод интерполяции: *'nearest'* — ступенчатая интерполяция, *'linear'* — линейная, *'cubic'* — кубическая, *'spline'* — интерполяция кубическими сплайнами, аналогичная предыдущей рассмотренной функции. Если метод не указан, реализуется линейная интерполяция. Эта функция также позволяет получить только вектор значений приближенной функции.

Функция `lsqcurvefit(f, x0, a, b)` является функцией аппроксимации (приближенной в узлах), которая использует аргументы a, b как векторы узлов интерполяции и значений функции, x_0 — стартовое значение параметров функции, f — функцию аппроксимации, задаваемую пользователем. Вид линии регрессии может быть не только полиномом n -й степени, но и другими типичными математическими функциями, что делает функцию `lsqcurvefit()` достаточно универсальной.

Функция `polyfit(x,y,n)` осуществляет аппроксимацию полиномами, с заданной n — степенью полинома. Откликом при реализации данной функции

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		18

является вектор коэффициентов полинома. [6,7]

Проверку правильности решения задачи можно осуществить следующими способами:

- табулированием функции аппроксимации и сравнением ее результатов с исходными данными;
- использованием графических образов;
- вычислением погрешности математической модели.

Наиболее эффективным способом проверки адекватности модели является вычисление погрешностей функции интерполяции. Погрешность интерполяционной формулы оценивается абсолютной среднеквадратической погрешностью ε и максимальной относительной δ , которые имеют вид:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n}}, \quad (2.5)$$

$$\delta = \frac{\varepsilon}{y_{\min}} \cdot 100\%, \quad (2.6)$$

где $\Delta_i = y(x_i) - \varphi(x_i)$;

$y(x_i)$ — функция, заданная в виде таблицы;

$\varphi(x_i)$ — функция интерполяции;

n — число узлов исходной функции, заданной таблично;

y_{\min} — минимальное значение функции.

Задача считается решенной, если погрешность модели не превосходит заданной. [7]

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		19

3 СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗНАЧЕНИЯ СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ ФАЗОЙ

3.1 Разработка и описание модели

Для исследования вероятностных характеристик косинуса фазы требуется создать модель, генерирующую множество значений суммы l случайных величин $\theta = \cos(\varphi)$. Программа должна включать в себе генератор случайных чисел φ , распределенных по равномерному закону в интервале $[0, 2\pi]$, тригонометрическую функцию вычисления $\cos(\varphi)$, накопление суммы l значений и повтор эксперимента со сбором статистики. Структурная схема используемой модели изображена на рисунке 3.1.

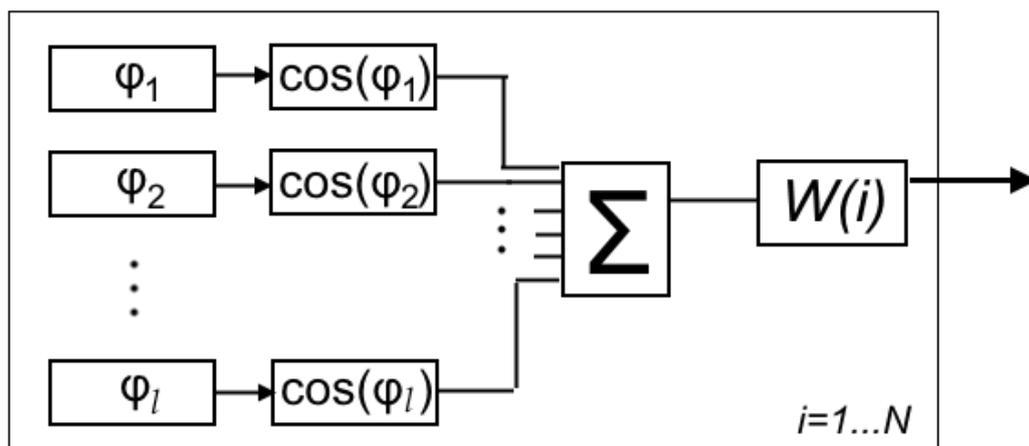


Рисунок 3.1 – Статистическая модель исследования

Ниже приведен листинг простой программы в MATLAB, реализующий работу разработанной модели с визуализацией результатов моделирования. В программе два параметра задаются пользователем: l — число слагаемых суммы, и N — количество слагаемых. Результат выводится в виде графика функции статистики (огibaющей гистограммы).

```

l=5; %число слагаемых суммы
N=100000; %количество опытов
for i=1:N
phi=rand(1,1); %генератор случайных чисел
phi=phi*2*pi; %переход к интервалу [0,2*pi]
q=cos(phi);
w=sum(q); %суммирование
W(i)=w; %запись вектора опытов
end
figure(1)
[y,x]=hist(W, 75);
y1=y/max(y); %нормирование графика функции статистики
plot(x,y1)

```

Цель исследований, проводимых на данной модели — получить законы распределения для некоторых l и аппроксимировать их формулами. Количество опытов принято как $N=100000$ и это значение использовано для всех экспериментов на данной модели.

3.2 Проведение моделирования

В ходе моделирования получены законы совместного распределения l случайных величин для $l \leq 5$. На рисунках 3.2–3.5 представлены результаты моделирования в виде гистограмм.

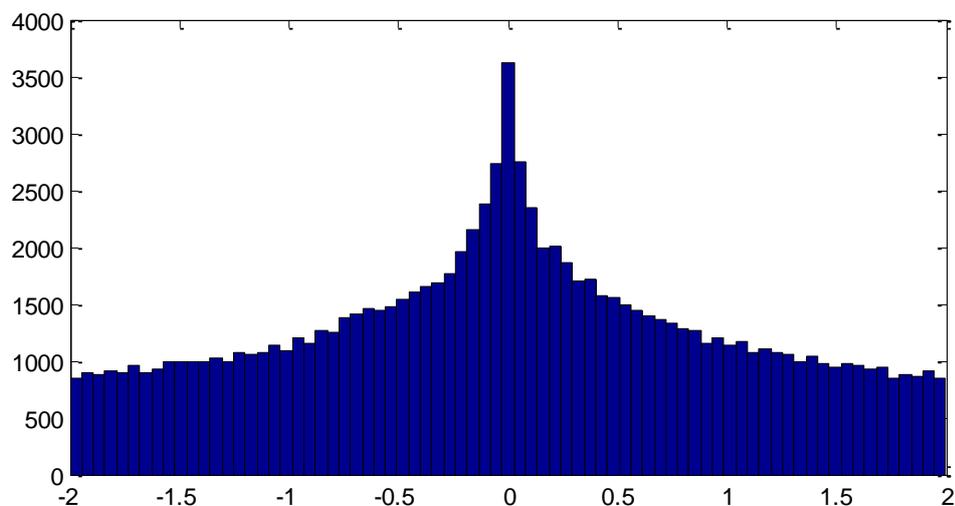


Рисунок 3.2 – Гистограмма экспериментальных данных при $l=2$

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		21

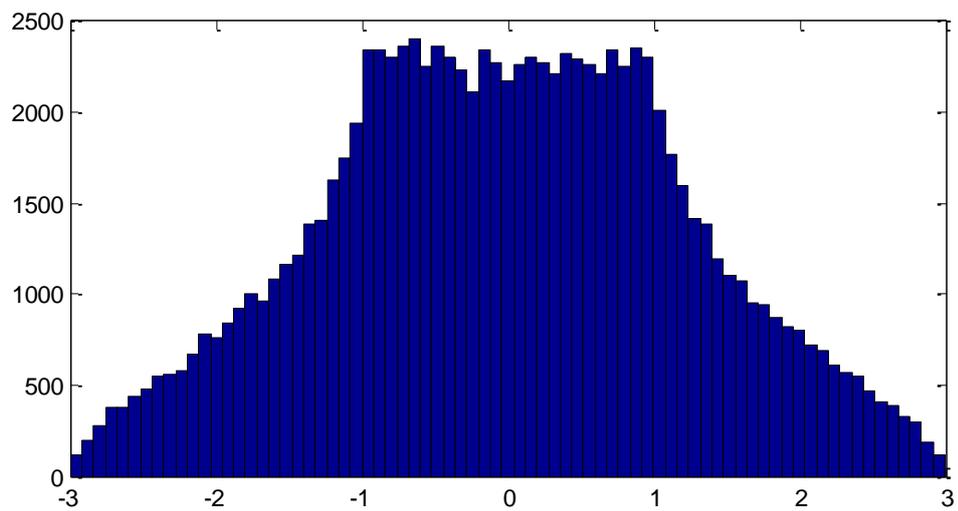


Рисунок 3.3 – Гистограмма экспериментальных данных при $l=3$

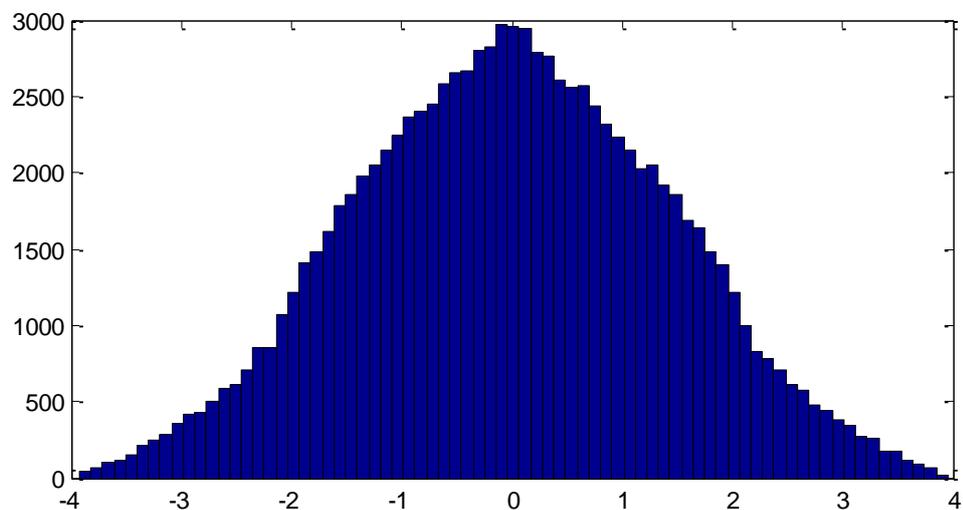


Рисунок 3.4 – Гистограмма экспериментальных данных при $l=4$

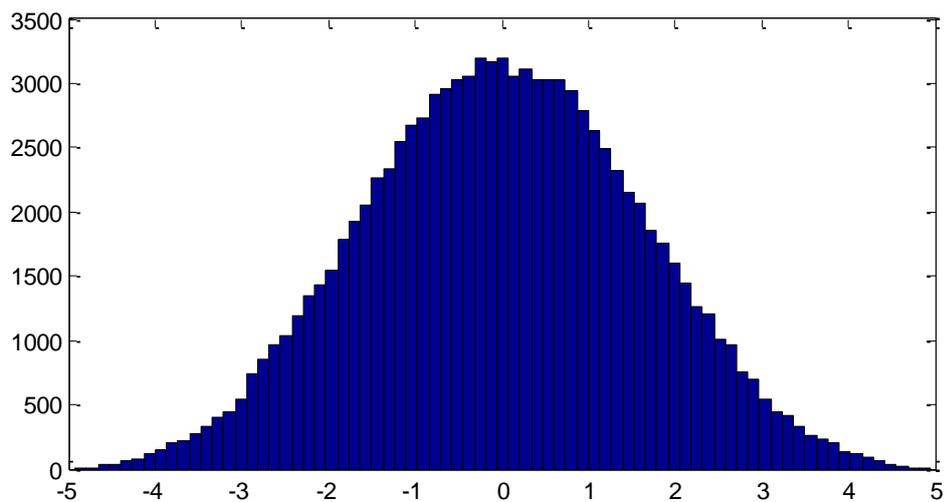


Рисунок 3.5 – Гистограмма экспериментальных данных при $l=5$

Гистограммы можно представить в виде функций их огибающих, характеризующих совместные законы распределения случайных величин (рисунки 3.6–3.9).

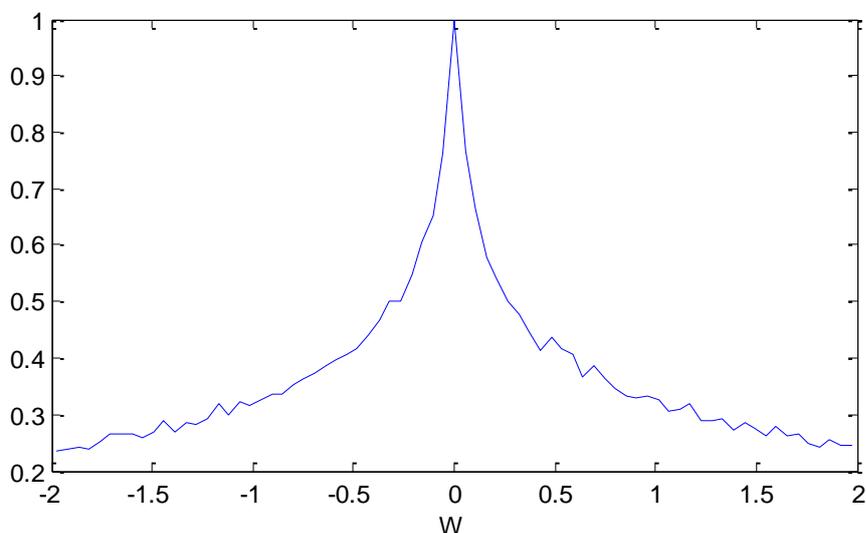


Рисунок 3.6 – Нормированный график огибающей гистограммы при $l=2$

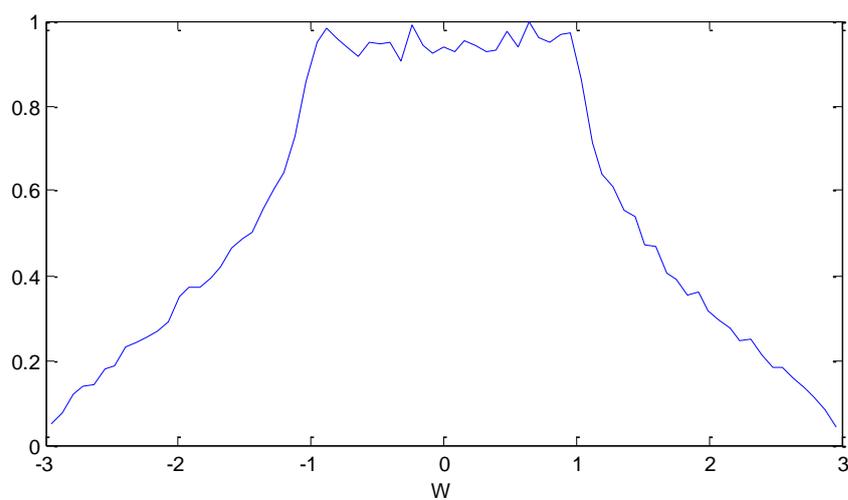


Рисунок 3.7 – Нормированный график огибающей гистограммы при $l=3$

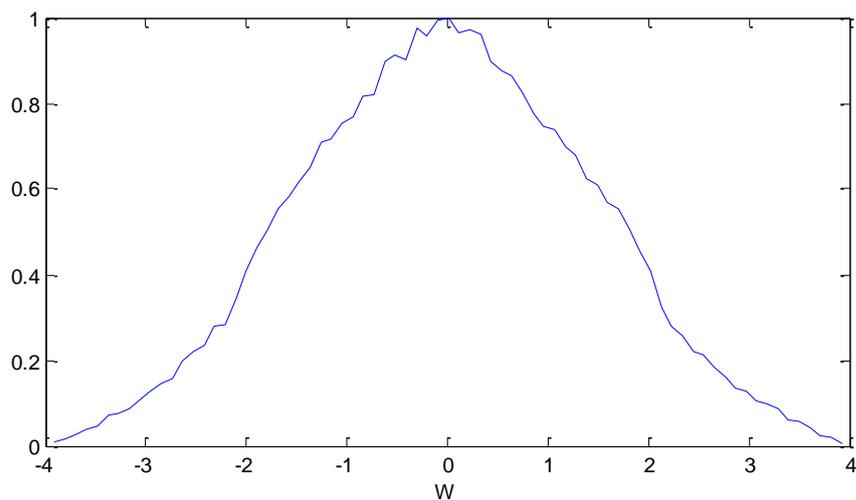


Рисунок 3.8 – Нормированный график огибающей гистограммы при $l=4$

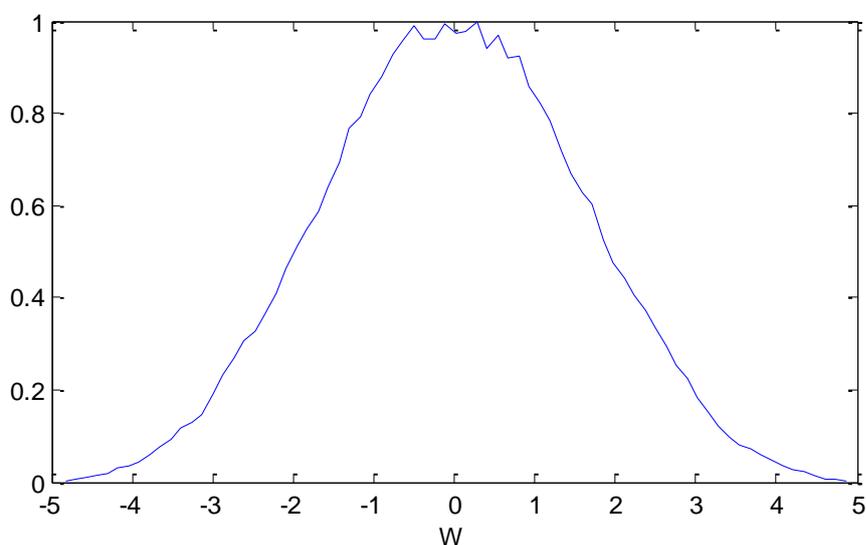


Рисунок 3.9 – Нормированный график огибающей гистограммы при $l=5$

По полученным графикам можно наблюдать выполнение закона больших чисел, когда совместное действие большого числа одинаковых и независимых случайных факторов приводит к результату, в пределе не зависящему от случая. Полученное распределение с увеличением l стремится к нормальному (гауссовому) закону распределения, что является иллюстрацией центральной предельной теоремы для одинаково распределенных слагаемых [3]. В данном случае при $l=5$ совместное распределение случайных величин уже можно считать нормальным.

Можно дальше исследовать поведение функции плотности вероятности при большем увеличении l . Для этого на один график выведены результаты моделирования при $l=6, 8, 10$ (рисунок 3.10).

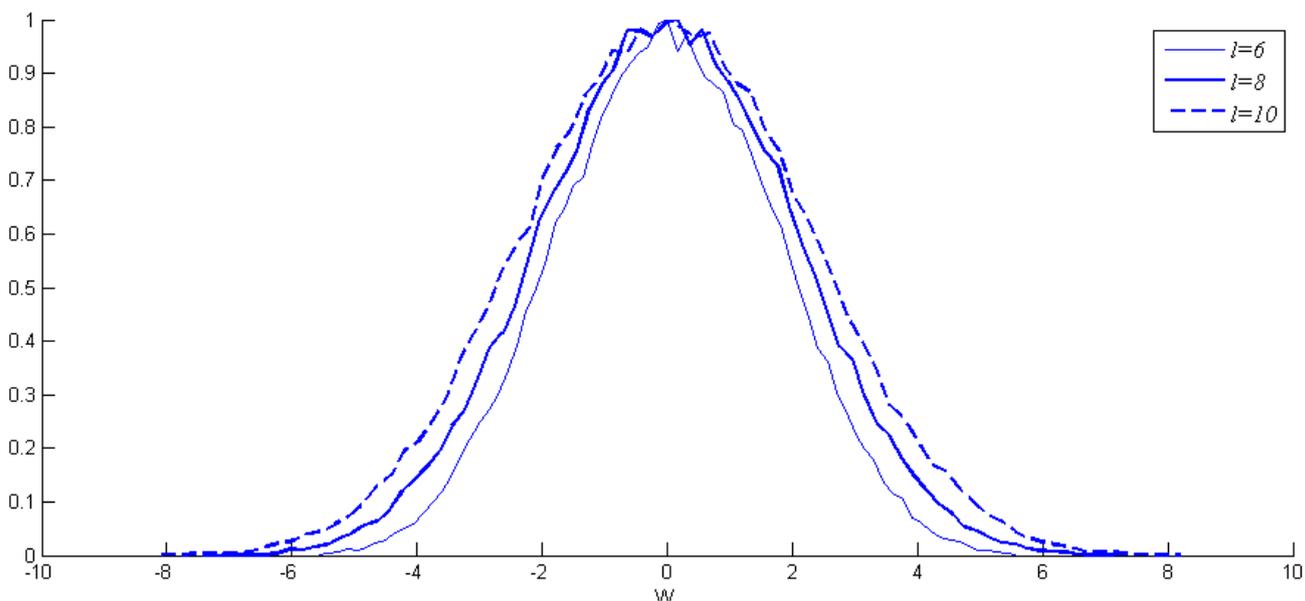


Рисунок 3.10 – Нормированные графики огибающих гистограмм экспериментальных данных при больших значениях l

Полученные функции также аппроксимируются гауссовым законом распределения с нулевым математическим ожиданием и увеличением дисперсии соответственно размерности случайной величины.

3.3 Подбор аппроксимирующей функции по данным эксперимента

Статистические данные, полученные в ходе моделирования и проиллюстрированные в виде графиков в подразделе 3.2, представляют собой определенные математические зависимости, которые удобно описывать в форме аналитически заданных функций. Для этого необходимо произвести интерполяцию и определить уравнение регрессии экспериментальных данных.

Для данного случая оптимальной будет являться интерполяция, приближенная в узлах, позволяющая сгладить неточности и отклонения экспериментальных данных, обусловленные ограничениями, неизбежными при компьютерном моделировании поведения случайных величин. Так, огибающие гистограммы, описывающие законы распределения исследуемых случайных величин, не являются гладкими; ограничение количества опытов также не позволяет получить идеальные функции.

Обработка статистических данных моделирования осуществлялась с помощью функции MATLAB `polyfit()`, которая выполняет аппроксимацию полиномами. На рисунке 3.11 изображен график интерполирующей функции, представляющей собой полином шестой степени.

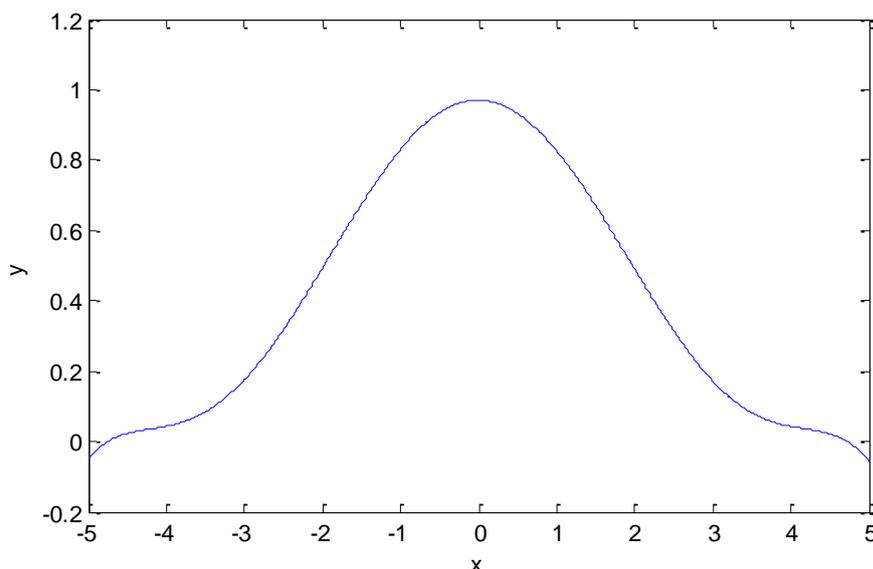


Рисунок 3.11 – Функция интерполяции

Данная интерполяция проводилась для функции плотности вероятности при $l=5$. Среднеквадратическая погрешность интерполяции, рассчитанная по формуле (3.1), равна 0,024.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (\tilde{s}(t) - s(t))^2}{\sum_{t=1}^N s^2(t)}}, \quad (3.1)$$

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		26

где $s(t)$ — исходная функция;

$\tilde{s}(t)$ — значения аппроксимированной функции, взятые от аргументов исходной.

На рисунках 3.12 и 3.13 приведены аналогичные аппроксимации для $l=3,4$. При $l=3$ среднеквадратическая погрешность интерполяции составила 0,0821; при $l=4$ — 0,0324.

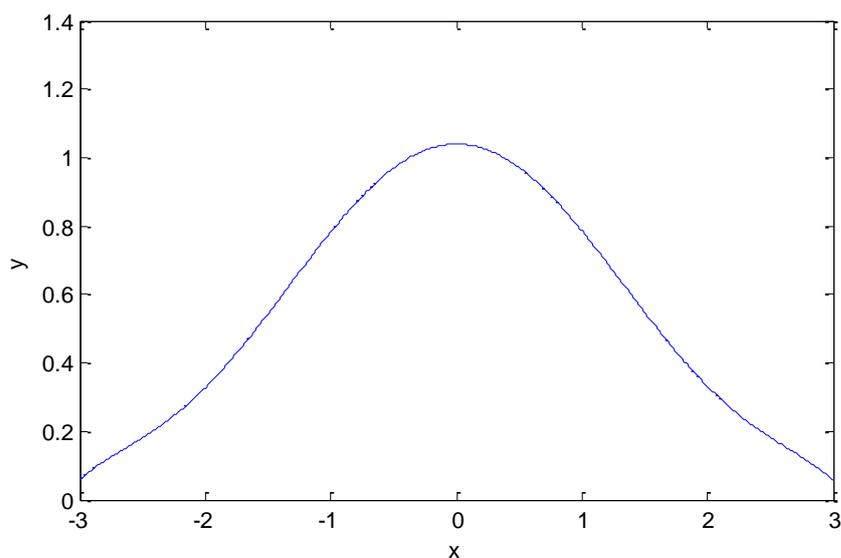


Рисунок 3.12 – Линия регрессии экспериментальных данных для $l=3$

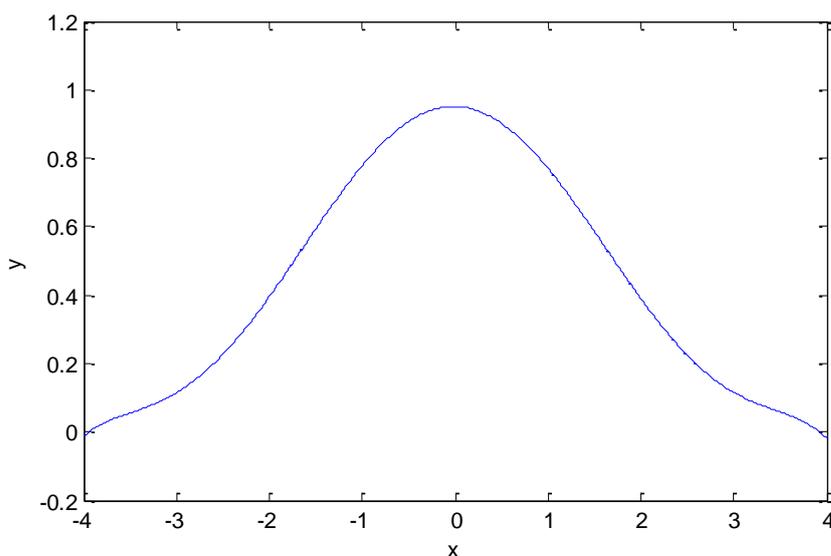


Рисунок 3.13 – Линия регрессии экспериментальных данных для $l=4$

Для $l=2$ подобрать простую аппроксимирующую функцию не удалось. Однако вычисление двумерной плотности вероятности не является трудоемкой задачей, так как выполняется одной операцией свертки. Исследования в данной работе сосредоточены на многомерных совместных распределениях случайных величин при $l \gg 1$.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		28

4 РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

4.1 Формулировка задачи

Во втором разделе настоящей работы (подраздел 2.1) с использованием свойства характеристических функций была определена формула (2.3) многомерной плотности вероятности θ (при сложении l гармонических колебаний со случайной фазой):

$$W_l(\theta_l) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} J_0^l(\omega) \cos[\theta_l \omega] d\omega.$$

Подынтегральное выражение содержит специальную функцию Бесселя, поэтому решение интеграла возможно только численными методами. Для выражения интеграла в другом виде можно использовать вторую теорему о среднем значении [8]. Если в промежутке (p, q) [$p < q$] $f(x)$ монотонно не возрастает и неотрицательна, а $g(x)$ интегрируема, то существует хотя бы одна точка ξ [$p \leq \xi \leq q$], для которой:

$$\int_p^q f(x)g(x)dx = f(p) \int_p^{\xi} g(x)dx. \quad (4.1)$$

Из условия теоремы следует, что подынтегральную функцию требуется ограничить по оси ординат главным лепестком, так как далее функция Бесселя осциллирует и имеет значения ниже нуля. Однако при $l < 5$ такое ограничение несёт за собой значительную погрешность из-за потерь площади под кривой подынтегральной функции, поэтому такой метод подходит только для нахождения плотностей вероятностей с $l \geq 5$ слагаемых совместного распределения. При $l=5$ при ограничении главного лепестка потери составят около 1,8% от общей площади, что является допустимой погрешностью.

На рисунках 4.1–4.3 изображены графики подынтегральной функции для разных значений l .

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		29

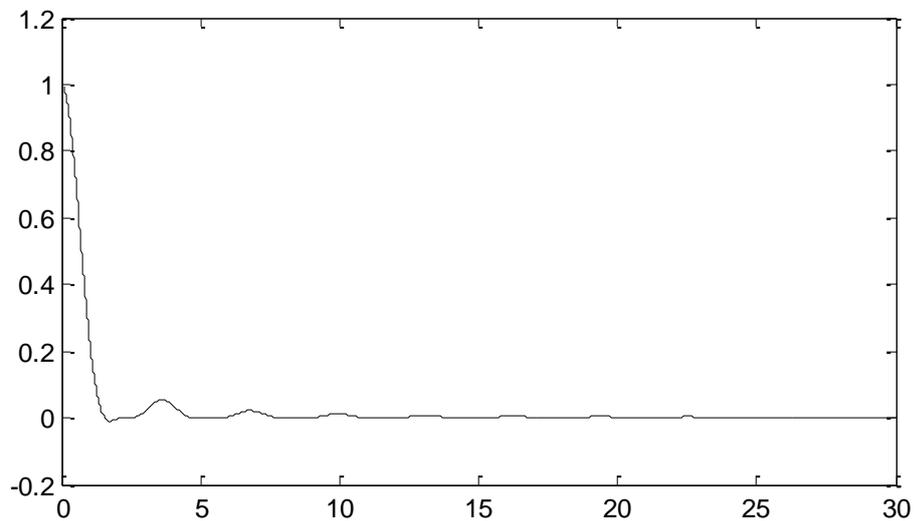


Рисунок 4.1 – График подынтегральной функции $y = J_0^3(x) \cos[x]$

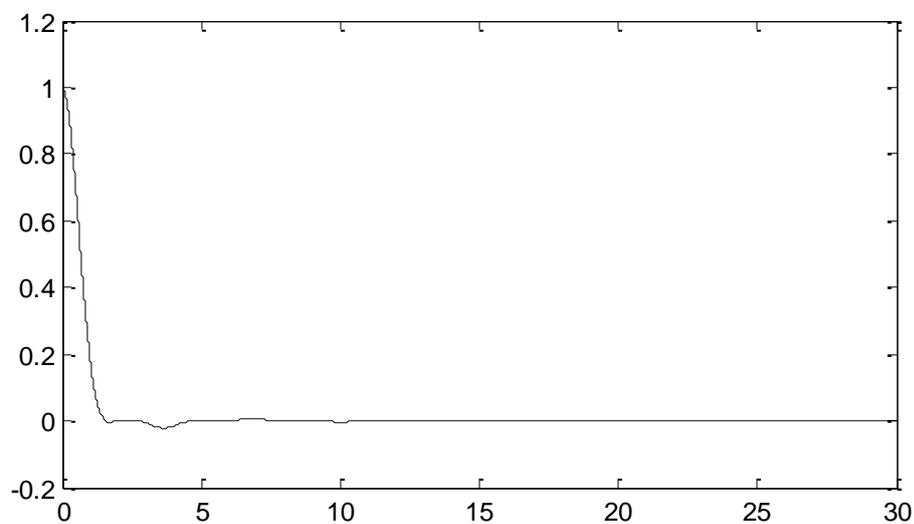


Рисунок 4.2 – График подынтегральной функции $y = J_0^4(x) \cos[x]$

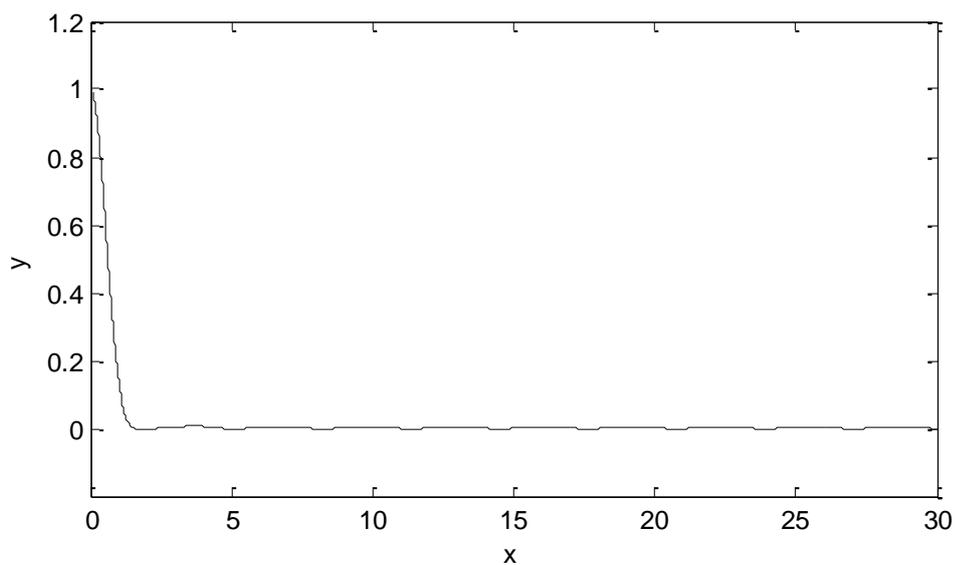


Рисунок 4.3 – График подынтегральной функции $y = J_0^5(x) \cos[x]$

После ограничения функции интеграл решается численными методами в системе MATLAB для нахождения средних точек ξ при разных значениях θ и для каждого l . Это необходимо для определения окончательной формулы распределения.

4.2 Получение формулы распределения

Применением второй теоремы о среднем получается следующее преобразование формулы (2.3):

$$W_l(\theta_l) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} J_0^l(\omega) \cos[\theta\omega] d\omega = \frac{1}{\pi} \cdot J_0^l(0) \cdot \int_0^{\xi} \cos(\theta\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \cdot 1 \cdot \left[\frac{1}{\theta} \sin(\theta\xi) - \frac{1}{\theta} \sin(\theta \cdot 0) \right] = \frac{1}{\theta\pi} \sin(\theta\xi).$$

Таким образом, приближенным решением интеграла и искомой формулой многомерной плотности вероятности можно принять выражение:

$$W_l(\theta_l) = \frac{1}{\theta_l\pi} \sin(\theta_l T), \quad (4.2)$$

где T некий коэффициент, зависящий от θ_l и l .

Найденная функция имеет точку разрыва первого рода в $\theta=0$, что учитывается в дальнейших вычислениях.

Можно пронаблюдать зависимость (4.2) от l и оценить вид полученной функции распределения. На рисунке 4.2 представлены графики функции (4.2) при разных l , для построения которых вычисление коэффициента T производилось при одном и том же значении $\theta_l=1$.

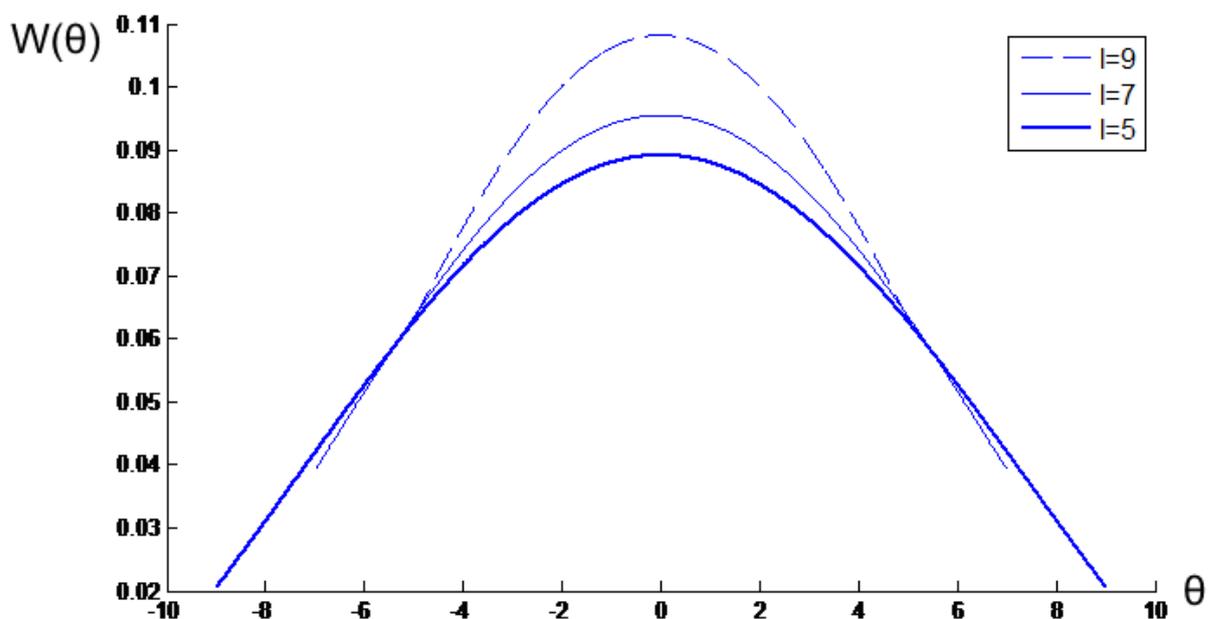


Рисунок 4.2 – Функция многомерной плотности вероятности при $l > 5$

По полученным графикам видно, что поведение функции (3.2) при увеличении l аналогично поведению функции нормального распределения при увеличении дисперсии, что означает, что подтверждает сделанные в 3 разделе работы выводы о нормализации многомерного распределения косинуса случайной фазы при $l > 5$.

Следующим этапом решения задачи является поиск функциональной зависимости, определяющей значение T . Для этого производится численное решение интеграла в изначальном выражении (2.3) и поиск конкретных значений средних точек.

В среде MATLAB составлена программа для быстрого нахождения средней точки T .

```

l=5; %степень функции бесселя
teta=1; %случайная величина - косинус фазы teta=cos(phi);
x=[0:0.01:30];
L=length(x);
y=besselj(0,x);
y1=y.^l;
y1=y1.*cos(teta.*x); %подынтегральная функция
% plot(x,y1)

```

```

%при l>=5 можно ограничить функцию главным лепестком
e=1e-3; % порог
for i=1:L
    if y1(i)<e
        N=i; %последний отсчет ограниченной функции
        M=x(i); %граничное значение аргумента
        break
    end
end
y2=y1(1:N);
x1=x(1:N);
% plot(x1,y2) %ограниченная функция
S=quad('((besselj(0,x)).^5).*cos(1.*x)', 0, M)
m=S/2;
for i=1:N
    s=quad('((besselj(0,x)).^5).*cos(1.*x)', 0, x(i));
    if s>m
        T=x(i-1) %средняя точка
        break
    end
end
end

```

При $l=5$ получены все T в диапазоне изменения θ_l от 0 до 1 с шагом 0,05. На основании этих данных можно построить функцию, график которой изображен на рисунке 4.3.

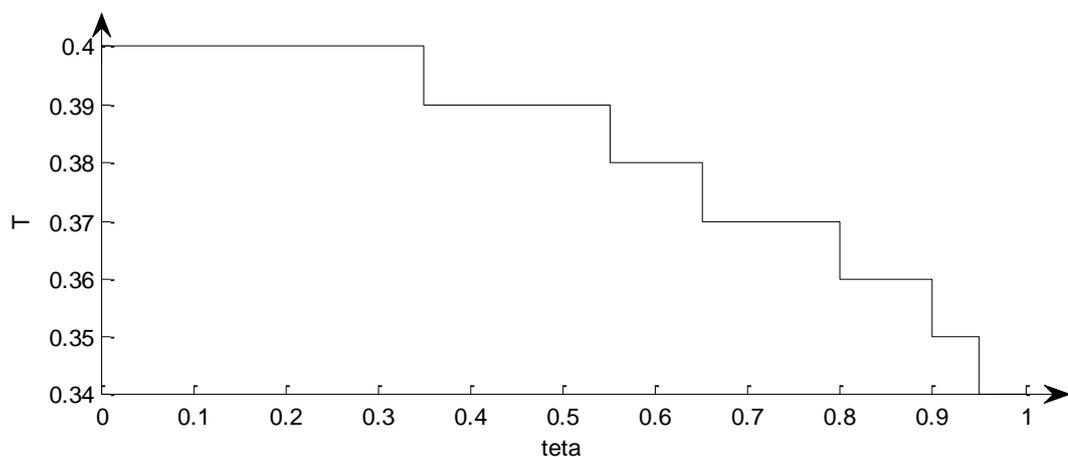


Рисунок 4.3 – График изменения значения средней точки T в зависимости от θ_l

Полученная функциональная зависимость является ступенчатой, что было проверено при уточнении части значений вблизи перехода T к другому значению: значения не изменяются плавно. Можно отметить 3 характерных диапазона изменения функции: при $0 \leq \theta_l < 0,35$ значение функции постоянно и

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		33

равно $T=0,4$; при $0,35 \leq \theta_l < 0,55$ значение функции $T=0,39$; при $\theta \geq 0,55$ изменение функции имеет приблизительно линейный характер (рисунок 4.4).

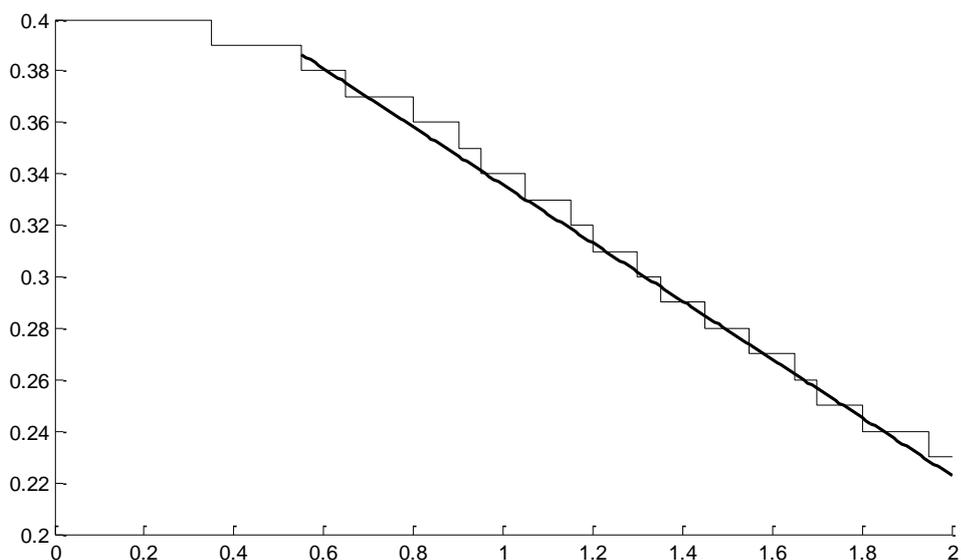


Рисунок 4.4 – График изменения значения средней точки T при $\theta_l \leq 2$

Так как эти данные были получены с помощью вычисления интеграла численными методами, дающими лишь приблизительное значение (в данном случае использовался метод Симпсона, реализуемый функцией `quad` в MATLAB), сложно провести подходящую аппроксимацию зависимости $T(\theta_l)$, которую можно однозначно использовать в формуле многомерной плотности вероятности распределения фазы сигнала. Поиск функции $T(\theta_l)$ может быть предметом дальнейших исследований.

5 ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

Целью работы является исследование многомерной плотности вероятности фазы сигнала. Результатом является получение формул распределения косинуса фазы путем компьютерного моделирования и аналитического решения численными методами.

5.1 Планирование работ по исследованию

В процессе реализации исследования заняты следующие специалисты:

- старший научный сотрудник, отвечающий за руководство исследованием.

- младший научный сотрудник, проводящий разработку, исследование, составляющий техническую документацию на исследование.

- экономист, составляющий экономическую оценку.

Расчет сроков проведения и трудоемкости представлен в таблице 5.1.

Таблица 5.1 - Планирование работ по исследованию

Наименование работ	этапов	Исполнитель	Трудоемкость, час	Продолжительность, дней
1		2	3	4
1.Подготовительный				
1.1.Сбор информации		Младший научный сотрудник	40	5
1.2.Выработка идеи		Старший научный сотрудник	40	5
1.3.Определение объема исследовательских работ		Младший научный сотрудник	8	1
1.4.Формирование исследовательской работы		Младший научный сотрудник	8	1
1.5.Обработка и анализ информации		Младший научный сотрудник	96	12
Итого:			192	24
2.Основной (экономический анализ)				
2.1.Обоснование целесообразности работы		Старший научный сотрудник	16	2

Окончание таблицы 5.1

1	2	3	4
2.2.Выполнение работы	Младший научный сотрудник	168	21
Итого:		184	23
3.Заключительный			
3.1.Технико-экономическое обоснование	Экономист	24	3
3.2.Оформление и утверждение документации	Младший научный сотрудник	32	4
Итого:		56	7

Результатом планирования является расчет трудоемкости исследования по часам и количеству дней. Определена численность штата производственного персонала, необходимого для проведения исследования.

5.2 Расчет расходов на оплату труда на исследование

Расчет расходов на оплату труда разработки исследования представлен в таблице 5.2.

Таблица 5.2 - Расчет расходов на оплату труда

Должность исполнителей	Трудоемкость, час	Оклад, руб
Младший научный сотрудник	352	15200
Старший научный сотрудник	56	18500
Экономист	24	11100
Итого:	432	44800

Часовая тарифная ставка ($Ч_{ТС}$) рассчитывается по формуле:

$$Ч_{ТС} = \frac{P}{F_{мес}} \quad (5.1)$$

где $F_{мес}$ – фонд рабочего времени месяца, составляет 176 часов (22 рабочих дня по 8 часов в день); P – оклад сотрудника.

Расход на оплату труда (P_{OT}) находится следующим образом:

$$P_{OT} = Ч_{ТС} \cdot T_{сум} \quad (5.2)$$

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		36

где $T_{\text{сум}}$ – суммарная трудоемкость каждого из исполнителей.

Результаты расчетов сведены в таблицу 5.3.

Таблица 5.3 - Расчет расходов на оплату труда

Должность исполнителей	Трудоемкость, час	Оклад, руб	ЧТС, руб/час	Рот, руб
Младший научный сотрудник	352	15200	86,36	30398,72
Старший научный сотрудник	56	18500	105,11	5886,16
Экономист	24	10100	63,06	1513,44
Итого:	432			37798,32

5.3 Расчет продолжительности исследования

По результатам расчётов, трудоёмкость составила 432 часа.

Продолжительность исследования составит:

$$T_{\text{иссл}} = T_{\text{сум}} / T_{\text{рд}} \quad (5.3)$$

где $T_{\text{сум}} = 432$ часа – суммарная трудоемкость, $T_{\text{рд}} = 8$ часов – продолжительность рабочего дня.

$$T_{\text{иссл}} = 432 / 8 = 54 \text{ дня.}$$

Продолжительность исследования 54 дня, расчет производится без учета выходных и праздничных дней.

5.4 Расчет стоимости расходных материалов

В разделе стоимости расходных материалов учитываются расходы на приобретение материалов необходимых для проведения исследования,

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		37

оформления документации, учитывается стоимость заправки печатающего картриджа. Расчет стоимости расходных материалов приведен в таблице 5.4.

Таблица 5.4 - Стоимость расходных материалов.

Наименование расходных материалов	Цена за единицу, руб.	Количество, шт.	Сумма, руб.
Бумага	210	-	210
Канцтовары	170	-	170
Расходные материалы для принтера (краска для картриджа)	450	-	450
Итого:			830

Для проведения исследования на расходные материалы понадобится 830 рублей.

5.5 Расчет сметы расходов на исследование

В целях стимулирования работников к качественному труду, повышению квалификации и мастерства устанавливаются премиальные выплаты.

Премиальные выплаты рассчитываются по формуле:

$$ПВ = P_{от} K_{ПВ} \quad (5.4)$$

где $K_{ПВ}$ - коэффициент премиальных выплат, составляет 20%, в случае если премии не предусмотрены $K_{ПВ} = 0$.

$$ПВ = 37798,32 \cdot 0.2 = 7559,654 \text{ руб.}$$

Дополнительные затраты на проведение исследования можно определить следующим образом:

$$З_{доп} = P_{от} K \quad (5.5)$$

где K - коэффициент дополнительных затрат ($K = 14\%$).

$$З_{доп} = 37798,32 \cdot 0.14 = 5291,7 \text{ руб.}$$

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		38

Общие расходы на оплату труда вычисляются по формуле:

$$P_{\text{общ}} = P_{\text{от}} + ПВ + З_{\text{доп}} \quad (5.6)$$

где $P_{\text{от}}$ - основная заработная плата; $ПВ$ - премиальные выплаты; $З_{\text{доп}}$ - дополнительные затраты.

$$P_{\text{общ}} = 37798,32 + 7559,654 + 5291,7 = 50649,674 \text{ руб.}$$

Страховые взносы рассчитываются по формуле:

$$СВ = P_{\text{от}} \cdot 0.3 \quad (5.7)$$

$$СВ = 37798,32 \cdot 0.3 = 11339,496 \text{ руб.}$$

Амортизационные исчисления на использование компьютера в данном примере они составляют 25% от стоимости компьютера.

$$АО = C_{\text{ПК}} \cdot 0.25 \quad (5.8)$$

$$АО = 23000 \cdot 0,25 = 5750 \text{ руб.}$$

Расходы на использование Интернета берутся из расчета месячной абонентской платы для предприятия.

$$P_{\text{инт}} = 550 \text{ руб.}$$

Для содержания административно-хозяйственного персонала необходимы административно-хозяйственные расходы. Административно-хозяйственные расходы составляют 50% от основной заработной платы ($P_{\text{от}}$).

$$P_{\text{ах}} = P_{\text{от}} \cdot 0,5 \quad (5.9)$$

$$P_{\text{ах}} = 37798,32 \cdot 0.5 = 18899,16 \text{ руб.}$$

Результаты расчета расходов сведены в таблицу. Смета расходов на разработку и проведение исследования представлена в таблице 5.5.

Таблица 5.5 - Смета расходов на разработку и проведение исследования

Наименование статей расходов	Сумма, руб.	Удельный вес статей, %
1	2	3
1. Стоимость расходных материалов	830	0,94
2. Расходы на оплату труда	50649,674	

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		39

Окончание таблицы 5.5

1	2	3
2.1. Основная заработная плата	37798,32	42,94
2.2. Дополнительные затраты	5291,7	6,01
2.3. Премияльные выплаты	7559,654	8,59
3. Единый социальный налог	11339,496	12,88
4. Амортизационные исчисления на использование компьютера	5750	6,53
5. Расходы на использование Интернет	550	0,62
6.Административно-хозяйственные расходы	18899,16	21,47
Итого:	88018,33	100

Результатом экономической оценки исследования является определение затрат на разработку и реализацию исследования:

- продолжительность исследовательских работ составила 54 дня;
- смета расходов на исследование – 88018,33 рублей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вероятностные методы решения практических задач широко применимы. Когда случайные отклонения оказывают значительные воздействия на работу системы, следует использовать аналитические методы, построенные на основе вероятностных концепций. Для анализа таких систем необходимо наличие формул, определяющих статистическую зависимость тех или иных параметров.

В радиотехнике часто встречается проблема приема и обработки сигналов со случайными параметрами. В данной работе производилось исследование многомерной плотности распределения значений сигнала со случайной фазой.

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы выполнены все поставленные задачи:

- 1) Сформулирована и обоснована общая задача исследования;
- 2) Выбраны методы решения задачи;
- 3) Разработана компьютерная модель для исследования n -мерной плотности вероятности;
- 4) Проведен вычислительный эксперимент на основе полученной модели;
- 5) Исследована n -мерная плотность распределения с помощью численных методов;
- 6) Проведена экономическая оценка результатов исследования.

В результате проведения исследования были получены функции и аппроксимирующие формулы для нахождения n -мерной плотности вероятности косинуса разности фаз. Полученные результаты обоснованы и проанализированы.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		41

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.
2. Купер Дж., Макгиллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем: Пер. с англ. — М.: Мир, 1989. — 376 с., ил.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. — 6-е изд. стер. — М.: Высш. шк., 1999. — 576 с.
4. Рамачандран Б. Теория характеристических функций. — М.: Наука, 1975 — 226 с.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: «Сов. радио», 1974. — 552 с.
6. Интерполяция функций интерполяционными полиномами [Электронный ресурс] // MATLAB.Exponenta / Материалы по продуктам MATLAB & Toolboxes. URL: <http://matlab.exponenta.ru/spline/book1/10.php>
Дата обращения 27.04.2016.
7. Половко А.М., Бутусов П.Н. MATLAB для студента. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 320 с.: ил.
8. Градштейн И. С. Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений (4-е изд.). — М.: Наука, 1963.
9. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 1982. — 296 с. 2-е изд., дополн.
10. В.Потемкин. Вычисления в среде MATLAB. — М.: Диалог-МИФИ. 2004.

					<i>11070006.11.03.02.096.ПЗВКР</i>	Лист
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		42