МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ КРИТЕРИЯ РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ БАРМИША

В.Г.Рубанов, В.Н.Подлесный, А.В.Маматов

Одной из особенностей сложных химико-технологических процессов является высокий уровень математической неопределенности, выражающийся в параметрической интервальной неопределенности динамических и статических моделей и в неопределенности информации о параметрах технологического процесса, характеризующих подготовку и состояние материала в различных его фазах. Учет фактора неопределенности математического описания приводит к необходимости применения систем управления робастного класса, улучшающих качество динамических процессов за счет использования априорных сведений о характере неопределенности и ее количественной оценке.

Первый этап исследования робастных систем управления состоит в анализе робастной устойчивости. В теории робастной устойчивости, как и в классической теории автоматического управления сформировалось два подхода к решению этой задачи: алгебраический и частотный. Алгебраические критерии робастной устойчивости основываются на теоремах Харитонова, реберной тереме Бартлетта, Холлота, Лина и предполагают анализ устойчивости множества угловых и/или реберных полиномов. Фундаментальным результатом для частотных критериев робастной устойчивости является принцип "исключения нуля", предложенный рядом авторов и, в частности, Я.З.Цыпкиным и Б.Т.Поляком. Частотные критерии позволяют судить о робастной устойчивости по виду одной или нескольких частотных кривых, и более конструктивны, чем алгебраические критерии.

Критерий робастной устойчивости Бармиша относится к частотным критериям робастной устойчивости и сформулирован для случая, когда коэффициенты характеристического полинома замкнутой системы линейно зависят от множества интервальных параметров и один из полиномов семейства устойчив [1,2]. Согласно этому критерию требуется вычислить тестирующую функцию $H(\omega)$ и проверить ее положительность для всех ω от 0 до ∞.

В соответствии с алгоритмом критерия Бармиша при построении тестирующей функции $H(\omega)$ необходимо выполнить трехуровневый вложенный перебор по частоте ω и параметру p, изменяющимся в пределах непрерывных интервалов и по множеству $\{1,2,\dots,l\}$, где l – число угловых полиномов семейства. Такая процедура более конструктивна, чем, например, процедура использования реберной теоремы, но все же достаточно сложна с точки зрения вычислений.

В докладе приводится модифицированный алгоритм критерия Бармиша, отличающийся от известного более высокой вычислительной эффективностью.

Рассмотрим интервальный характеристический полином замкнутой системы

$$P(s,q)=a_0(q)+a_1(q)s+\ldots+a_n(q)s^n, \qquad (1)$$

$$q\in Q,\ Q=\{q\in R^m, q_i^-\leqslant q_i\leqslant q_i^+, i=1,2,\ldots,m\}.$$

Требуется оценить робастную устойчивость семейства (1).

В соответствии с предложенным алгоритмом для каждого ω необходимо:

1) вычислить угловые полиномы семейства (1) $P_\mu(j\omega,q^\mu)$, $\mu=1,2,\ldots,l$, $l=2^m$;

2) определить выпуклую оболочку $G(\omega)=\mathrm{conv}\{P_\mu(j\omega,q^\mu)\}$, множество вершин $L(\omega)$ и множество ребер $E(\omega)$ оболочки $G(\omega)$;

3) сформировать множество $\Phi=\{p_{\alpha\beta}=\dfrac{\arccos\theta_{\alpha\beta}}{2\pi},\ (\alpha,\beta)\in E(\omega)\}$, где θ – угол между нормалью к соответствующему ребру и осью ОХ координатной плоскости;

4) вычислить функцию $h(\omega)=\min\limits_{\mu\in L}\{\cos(2\pi p_{\alpha\beta})\mathrm{Re}(P_\mu(j\omega,q^\mu))+$ $+\sin(2\pi p_{\alpha\beta})\mathrm{Im}(P_\mu(j\omega,q^\mu))\}$, где $p_{\alpha\beta}\in\Phi$;

5) вычислить тестирующую функцию $H(\omega)=\max\limits_{p_{\alpha\beta}\in\Phi} h(\omega)$.

Положительность тестирующей функции $H(\omega)$ при $0\leqslant\omega<\infty$ гарантирует устойчивость семейства (1).

Снижение вычислительной сложности достигается за счет того, что вместо вычисления функции $H(\omega)$ по непрерывному параметру p используется вычисление данной функции по конечному множеству параметров Φ, и вычисление скалярных произведений по четвертому шагу алгоритма осуществляется по множеству $L(\omega)$, а не по множеству всех угловых полиномов.

Теоретические результаты, полученные в общем виде, подтверждены на тестовых примерах.

1. Barmish B.R. A generalization of Kharitonov's four polynomial concept for robust stability problems with lineary dependent coefficient perturbations // IEEE Trans. Aut. Control.-1988. - AC-34(2). - p. 157-165.

2. Barmish B.R., Shi Z. Robust stability of perturbed systems with time delays // Automatica. - 1989. - V.25(3). - p.371-381.