Видоизменение эпюры закалочных напряжений в листовом стекле // Стекло и керамика.-1992.-N 11-12.-С. 22-23.
2. Шутов А.И., Лалыкин Н.В., Ахтямов А.В. Учет нелинейностей физических констант в алгоритме расчета закалочных напряжений//Стекло и керамика.-1992.-N 6.-С.8-9.

УДК 661.1.038

А.И. Шутов, А.В. Мамонов

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ НАГРЕВА ЛИСТОВОГО СТЕКЛА

В технологии стекла нагрев является составной частью большинства технологических процессов. Динамика нагрева оказывает существенное влияние на показатели технологического процесса в целом. Например, в производстве закаленного стекла для обеспечения высокой производительности закалочного оборудования и равномерной закалки стекла необходимо, чтобы время нагрева стекла до закалочной температуры было минимальным, а градиент температуры по толщине стекла при этом не превышал заданного значения. Сокращение времени нагрева может быть достигнуто за счет повышения интенсивности теплового воздействия, однако при этом увеличивается градиент температуры по толщине стекла, что может привести к неравномерности закалки и даже к разрушению стеклоизделий [1]. Кроме того, интенсивность теплового воздействия ограничена эксплуатационными характеристиками оборудования печи.

В соответствии с указанными выше требованиями задачу оптимизации динамических режимов нагрева целесообразно сформулировать следующим образом: при заданных ограничениях на температуру источников тепла и на градиент температуры по толщине стекла необходимо найти закон изменения температуры источников тепла, при котором срединный слой стеклянной пластины, имеющей температуру окружающей среды, нагревается до закалочной температуры за минимальное время.

Рассмотрим несимметричный конвективно-кондуктивный нагрев стеклянной пластины толщиной L от двух источников тепла. Разобьем нагреваемую пластину на слои толщиной $\Delta L = L/n$ и обозначим температуру i-го слоя x_i. При малом значении ΔL процесс конвективно-кондуктивного теплообмена можно описать моделью из класса линейных стационарных динамических систем с сосредоточенными параметрами:

$$\frac{dX}{dt} = AX + BU, \qquad (1)$$

где t - время;

$X = [x_1, \ldots, x_n]^T$ - вектор состояния;

$$A = \frac{\lambda}{c\rho\Delta L^2}\begin{vmatrix} -1-\frac{h_1\,\Delta L}{\lambda} & 1 & 0 & \ldots & & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \ldots & & & \\ 0 & 1 & -2 & \ldots & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ & & & \ldots & -2 & 1 & 0 \\ & & & \ldots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & & & \ldots & 0 & 1 & -1-\frac{h_n\,\Delta L}{\lambda} \end{vmatrix}$$ -матрица состояния

$$B = \frac{1}{c\rho\Delta L}\begin{vmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 \\ 0 & h_n \end{vmatrix}$$ - матрица управления;

$U = [u_1, u_2]^T$ - вектор управления;

$\lambda > 0$ - теплопроводность материала;

$c > 0$ - теплоемкость материала;

$\rho > 0$ - плотность материала;

$h_1 > 0$, $h_n > 0$ - коэффициенты конвективной теплоотдачи наружных слоев;

u_1, u_2 - температура источника тепла у 1-го и n -го слоев соответственно.

В соответствии с постановкой задачи в пространстве управлений задана область допустимых управлений

$$R: \begin{cases} r_i(U) = u_i - u_{max} \le 0, & i=\overline{1,2}, \\ r_i(U) = u_{i-2} - u_{min} \le 0, & i=\overline{3,4}. \end{cases} \qquad (2)$$

где u_{max} - максимально допустимое значение температуры источников тепла;

u_{min} - минимальное значение температуры источников тепла.

В пространстве состояний заданы область допустимых состояний

$$S: \begin{cases} s_i(X) = x_i - x_{i+1} - A_{max}\Delta L \le 0, & i=\overline{1,n-1}, \\ s_i(X) = x_{i-n+2} - x_{i-n+1} - A_{max}\Delta L \le 0, & i=\overline{n,2n-2}, \end{cases} \quad (3)$$

где A_{max} - максимально допустимое значение градиента температуры по толщине пластины; начальное состояние системы (1):

$$X(t_0) = X_0 = [x_0, \ldots, x_0]^T, \quad (4)$$

где x_0 - температура окружающей среды; t_0 - время начала нагрева. Поверхность конечных состояний системы (1):

$$M(X(t_к)) = x_m(t_к) - x_к = 0, \quad (5)$$

где $x_к$ - температура закалки; $t_к$ - время окончания нагрева;

$m = \frac{n+1}{2}$ - индекс срединного слоя.

Необходимо найти такой закон управления $U_{опт} \in R$, при котором система (1) по траектории $X(t) \in S$ переводится из состояния X_0 в одно из состояний, лежащих на поверхности M за минимальное время

$$Q = t_к - t_0.$$

Для синтеза оптимального закона изменения температуры источников тепла воспользуемся принципом максимума Понтрягина [2].

Составим функцию Понтрягина:

$$H(P,X,U) = P^T(AX + BU) = P^T AX + P^T BU, \quad (6)$$

где P - вектор вспомогательных переменных, являющийся решением сопряженной системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\left[\frac{\partial H}{\partial X}\right]^T = -A^T P. \quad (7)$$

В соответствии с принципом максимума оптимальным, в смысле критерия Q, будет следующий закон управления:

$$U_{опт}(t) = \underset{U \in \Omega(X)}{\operatorname{argmax}} H(P(t),X(t),U) = \underset{U \in \Omega(X)}{\operatorname{argmax}} P^T(t)BU =$$
$$= \underset{U \in \Omega(X)}{\operatorname{argmax}} (p_1(t)b_{11}u_1 + p_n(t)b_{n2}u_2), \quad (8)$$

где $\Omega(X)$ - множество управлений, не приводящих к нарушению условий (2), (3).

Определим множество $\Omega(X)$. Покажем, что в случае, когда состояние системы (1) находится внутри области допустимых состояний т.е.

$$s_i(X(t)) < 0, \; i = \overline{1, 2n-2} \; . \qquad (9)$$

любое управление $U \in R$ не приводит к нарушению условий (3). Предположим обратное: пусть существует такое управление $U \in R$, в результате которого нарушается хотя бы одно из условий (3), т.е. не существует такая бесконечно малая $\Delta t > 0$, что

$$s_i(X(t) + (AX(t) + BU)\Delta t) \le 0. \qquad (10)$$

Разложим левую часть данного неравенства в ряд Тейлора и в силу малости Δt ограничимся линейным членом разложения. Тогда (9) перепишется в следующем виде:

$$s_i(X(t)) + \frac{\partial s_i(X(t))}{\partial X}(AX(t) + BU)\Delta t \le 0 \; . \qquad (11)$$

При

$$0 < \Delta t \le -s_i(X(t))\left[\left\|\frac{\partial s_i(X(t))}{\partial X}\right\|(\|A\|\|X(t)\| + \|B\|\|U\|)\right]^{-1},$$

где $\|V\|$ – евклидова норма матрицы или вектора V; неравенство (10) является истинным, что противоречит сделанному предположению, следовательно при выполнении условий (9)

$$\Omega(X) = R.$$

Рассмотрим другой случай, когда состояние системы (1) находится на границе области допустимых состояний, т.е.

$$s_i(X(t) = 0, \; i \in \overline{1, 2n-2}. \qquad (12)$$

Тогда (11) примет вид:

$$\frac{\partial s_i(X(t))}{\partial X}(AX(t) + BU)\Delta t \le 0, \; i \in \overline{1, 2n-2}. \qquad (13)$$

С учетом положительности Δt

$$\frac{\partial s_i(X(t))}{\partial X}(AX(t) + BU) \le 0, \; i \in \overline{1, 2n-2}. \qquad (14)$$

Так как при конвективно-кондуктивном нагреве температуры источников тепла непосредственно влияют лишь на скорости нагрева наружных слоев и градиент температуры направлен внутрь пластины, то для определения множества $\Omega(X)$ достаточно лишь 2 но 2n-2 неравенств (3) (i=1,2n-2). Поэтому, раскрыв выражение (14), получаем

$$\Omega(X):\begin{cases} a_1X + b_1U - a_2X \le 0, \\ a_nX + b_nU - a_{n-1}X \le 0, \end{cases} \qquad (15)$$

где V_i - i-я строка матрицы V.

Записав выражение (15) в развернутом виде, после несложных преобразований окончательно определяем для данного случая

$$\Omega(X):\begin{cases} u_1 \le \dfrac{\lambda}{h_1\Delta L}\left(\left(2 + \dfrac{h_1\Delta L}{\lambda}\right)x_1 - 3x_2 + x_3\right), \\ u_2 \le \dfrac{\lambda}{h_n\Delta L}\left(\left(2 + \dfrac{h_n\Delta L}{\lambda}\right)x_n - 3x_{n-1} + x_{n-2}\right). \end{cases} \qquad (16)$$

Упростим выражение (8). Из условия трансверсальности находим конечное состояние сопряженной системы

$$P(t_к) = \mu\left[\frac{\partial M(X(t_к))}{\partial X}\right]^T, \qquad (17)$$

где $\mu > 0$ - произвольная константа.

Из выражений (5) и (17) следует неравенство

$$P(t_к) > 0. \qquad (18)$$

Запишем решение системы (7):

$$P(t) = P(t_к)e^{-A^T(t-t_к)}. \qquad (19)$$

С учетом (18) получим:

$$P(t) > 0. \qquad (20)$$

Кроме того, положительны коэффициенты теплоотдачи наружных слоев, следовательно, в выражении (8) коэффициенты при u_1, u_2 положительны. Тогда выражение (8) можно заменить более простым

$$U_{опт}(t) = \max_{U\in\Omega(X)} U. \qquad (21)$$

Таким образом, оптимальным будет следующий закон изменения температуры источников тепла:

$$U_{опт}(t) = [\, u_{1опт}(t),\ u_{2опт}(t)\,]^T, \qquad (22)$$

где

$$u_{1опт}(t) = \begin{cases} u_{max},\ S_1(X) < 0; \\ \dfrac{\lambda}{h_1\Delta L}\left(\left(2 + \dfrac{h_1\Delta L}{\lambda}\right)x_1 - 3x_2 + x_3\right),\ S_1(X) = 0, \end{cases}$$

$$u_{1\text{опт}}(t) = \begin{cases} u_{max}, & s_{2n-2}(X) < 0, \\ \dfrac{\lambda}{h_n \Delta L}\left(\left(2 + \dfrac{h_n \Delta L}{\lambda}\right)x_n - 3x_{n-1} + x_{n-2}\right), & s_{2n-2}(X) = 0. \end{cases}$$

Проанализировав полученное решение, можно сделать вывод о необходимости изменения температуры каждого из двух источников в соответствии со следующим алгоритмом:

1) поддержание максимально допустимой температуры источника тепла до достижения температурным градиентом у смежной поверхности максимально допустимого значения;

2) стабилизация температурного градиента у смежной поверхности на максимально допустимом уровне до достижения соответствующим источником тепла максимально допустимой температуры;

3) поддержание максимально допустимой температуры источника тепла до достижения срединным слоем закалочной температуры.

Данный алгоритм представляет собой оптимальную стратегию управления процессом конвективно-кондуктивного нагрева стеклянной пластины.

Использованная при решении оптимизационной задачи математическая модель не учитывает радиационной составляющей теплообмена, которая оказывает существенное влияние на протекание процесса нагрева стеклянной пластины. Поэтому для расчета количественных характеристик оптимального управления реальным технологическим процессом нагрева стеклянной пластины необходимо использовать модель сложного теплообмена. Тем не менее, учитывая сходство динамических свойств процессов теплообмена различных типов, следует ожидать, что оптимальная стратегия управления, полученная в данной работе, может быть успешно использована при оптимизации динамических режимов радиационно-конвективно-кондуктивного нагрева стеклянной пластины.

Список литературы

1. Мазурин О.В., Белоусов О.В. Отжиг и закалка стекла. -М., Изд. МИСИ и БТИСМ, 1984, 114 с.
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Л., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко К.Ф. Математическая теория оптимальных процессов.-М.:Физматгиз, 1961.
3. Gardon R. Calculations of Temperature Distributions

in Glass Plates //J. Amer. Ceram. Soc., 1958. v.45, №6, -pp.200-209.

4. Ф р и д к и н Р.З., М а з у р и н О.В. Алгоритм расчета температурного поля в стеклянной пластине при ее нагреве и охлаждении //ФХС. - 1979. - Т.5. - №6.- С. 733-736.

УДК 622.411

Н.Д. Воробьев, В.А. Минко, А.С. Блинцовский

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ МЕТОДОЛОГИИ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СИСТЕМ АСПИРАЦИИ

При перегрузке и измельчении материалов -технологической операции, часто встречаемой в промышленности строительных материалов выделяется большое количество пыли. Поэтому при проектировании новых и модернизации существующих технологических линий разработка проекта систем аспирации является одной из самых важных частей всего проекта. Автоматизация проектных работ по обеспыливанию позволяет существенно сократить сроки разработки проекта в целом.

Согласно методологии системного анализа [1], проектирование систем аспирации включает в себя:

- разработку конструкции укрытий на основе рекомендаций и типовых конструкций соответствующего оборудования;
- расчет объемов аспирируемого воздуха;
- расчет концентрации и дисперсного состава пыли;
- подбор пылеуловителя;
- подбор вентилятора.

Процесс проектирования носит итерационный характер. При необходимости вносят изменения в конструкцию или другие элементы аспирационной системы и повторяют соответствующие проектные процедуры.

Если проектирование ведется с помощью ЭВМ, необходимыми требованиями к такой системе являются обеспечение диалогового режима и управления проектом. Таким образом, процесс проектирования можно представить следующей функциональной схемой (см. рисунок).