MSC 11L03

# ОЦЕНКА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ СУММУ ПО ПРОСТЫМ ЧИСЛАМ, ЛЕЖАЩИМ В АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

**С.А. Гриценко, Н.А. Зинченко**

Белгородский государственный национальный исследовательский университет,
ул. Победы, 85, Белгород, 308015, Россия, e-mail: zinchenko@bsu.edu.ru

Разработанный И.М. Виноградовым метод тригонометрических сумм ([1], [2]) позволяет успешно решать многие задачи теории чисел, в частности, задачи, связанные с распределением простых чисел. С помощью метода Виноградова нами получена оценка тригонометрической суммы по простым числам, лежащим арифметической прогрессии с «предельно большой» разностью.

Сформулируем основной результат.

**Теорема 1.** *Пусть $c \in (1, 2]$ — константа. Пусть $A > 1$ — произвольная константа, $f(n) = 0.5mn^{1/c}$, где $1 \le m \le (\ln N)^{2A}$. Пусть $0 < \varepsilon \le 0.001$ — сколь угодно малое число, $q$ — натуральное число, $q \le N^{1/3-\varepsilon}$. Тогда справедлива оценка*

$$\sum_{\substack{n \le N \\ n \equiv r (\mod q)}} \Lambda(n) e^{2\pi i f(n)} = O(Nq^{-1}N^{-\varkappa}),$$

*где $\varkappa = \varkappa(\varepsilon) > 0$.*

С помощью полученной оценки удалось уточнить в частном случае теорему Д. Толева [4], которая является аналогом теоремы Бомбьери-Виноградова.

**Теорема 2.** *Пусть $c \in (1, 2]$ — константа. Пусть $\pi_c(x, q, l)$ — число таких простых чисел $p$, не превосходящих $x$ и сравнимых с $l$ по модулю $q$, что $\{0.5p^{1/c}\} \le 0.5$. Тогда для любого $A > 0$ существует $\varepsilon > 0$ такое, что*

$$\sum_{q \le x^{1/3-\varepsilon}} \max_{(l,q)=1} \left| \pi_c(x, q, l) - \frac{\mathrm{Li}(x)}{2\varphi(q)} \right| \le c\, x(\ln x)^{-A},$$

*где $c = c(A) > 0$.*

## Литература

1. Виноградов И.М. Метод тригонометрических сумм в теории чисел / М: Наука, 1980.

2. Виноградов И.М. Особые варианты метода тригонометрических сумм / М: Наука, 1976.

3. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел / М: Наука, 1975.

4. Tolev D. On a theorem of Bombieri-Vinogradov type for prime numbers from a thin set // Acta Arithmetic. – 1997. – 81, 1. – P.57-68.