

Д.т.н., проф. Е.Г. Жилияков, к.т.н., доц. А.А. Черноморец

ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ЧАСТОТНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ

В работе изложены теоретические положения и результаты экспериментальных исследований эффективности нового метода фильтрации изображений на основе частотных представлений

Современное направление развития информационно-коммуникационных технологий, развитие процедур информационного обмена, определяемое наличием общественных потребностей по обработке, хранению и передаче различных сведений, основывается на использовании естественных форм обмена информацией в виде речевых и визуальных данных, что предъявляет постоянно возрастающие требования к методам цифровой обработки сигналов и изображений. Важным направлением исследований по обработке изображений является создание методов выделения значимых характеристик отдельных компонент изображения, некоторых закономерностей, периодических структур, существенных с позиций восприятия визуальной информации человеком. В этой связи большую значимость имеет решение проблемы выделения (фильтрации) квази-периодических компонент изображения, характеризующихся проявлением повышенной концентрации спектральной энергии [1] изображения в отдельных частотных интервалах. Как показано в [2], наиболее эффективно данная задача решается в частотной области.

Известно, что алгоритмы фильтрации изображений в частотной области, использующие преобразование Фурье и БПФ, не позволяют оптимально решать проблему фильтрации в заданных частотных интервалах [3]. В данной работе предложен новый метод фильтрации, который является оптимальным в том смысле, что спектр получаемого в результате фильтрации изображения имеет наименьшее среднеквадратическое отклонение от спектра фильтруемого изображения в заданном двумерном частотном ин-

тервале, а вне этого интервала имеет наименьшее отклонение от нуля.

Рассмотрим способ описания исследуемых изображений и двумерных частотных областей (интервалов).

Изображение будем рассматривать в виде матрицы $\Phi=(f_{ik})$, $i=1,2,\dots,M$, $k=1,2,\dots,N$, элементы f_{ik} которой представляют собой значения яркости в точках (i,k) некоторой плоскости. Соответствующие наборы чисел (i,k, f_{ik}) можно также интерпретировать как точки трехмерного пространства, лежащие на некоторой поверхности, для анализа свойств которой в работе приводятся различные ее сечения вертикальными плоскостями.

Двумерная частотная область Ω (субинтервал) [4], в которой осуществляется фильтрация с помощью предлагаемого метода оптимальной фильтрации, обладает следующими свойствами: значения частот α_1, α_2 и β_1, β_2 на границе области изменяются в диапазоне $[-\pi, \pi]$ (нормированная частота), частотная область Ω - симметричная и определяется выражением

$$\Omega: \{ \Omega(u, v) \mid (u \in [\alpha_1, \alpha_2], v \in [\beta_1, \beta_2]) \cup (u \in [\alpha_1, \alpha_2], v \in [-\beta_2, -\beta_1]) \cup (u \in [-\alpha_2, -\alpha_1], v \in [-\beta_2, -\beta_1]) \cup (u \in [-\alpha_2, -\alpha_1], v \in [\beta_1, \beta_2]) \},$$

где $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \leq \pi$.

Основные теоретические положения предлагаемого метода состоят в следующем. Пусть $F(u, v)$, $Y(u, v)$ - Фурье-преобразования исходного изображения $\Phi=(f_{ik})$, $i=1,2,\dots,M$, $k=1,2,\dots,N$, и некоторого изображения $y_{\Omega}=(y_{ik})$, $i=1,2,\dots,M$, $k=1,2,\dots,N$, которое может быть получено в результате выполнения фильтрации исходного изображения в двумерной частотной области Ω :

$$F(u, v) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N f_{ik} e^{-ju(i-1)} e^{-jv(k-1)},$$

$$Y(u, v) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N y_{ik} e^{-ju(i-1)} e^{-jv(k-1)}$$

в качестве области определения трансформанты Фурье естественно рассматривать область (нормированная частота)

$$-\pi \leq u, v \leq \pi.$$

Для нахождения $Y(u, v)$ предлагается использовать следующий вариационный принцип - спектр $Y(u, v)$ должен наилучшим образом аппроксимировать спектр исходного изображения в

смысле минимума евклидовой нормы:

$$S(F, Y) = \iint_{(u, v) \in \Omega} |F(u, v) - Y(u, v)|^2 dudv + \iint_{(u, v) \in \Omega} |Y(u, v)|^2 dudv \Rightarrow \min, \quad (1)$$

т.е. спектр $Y(u, v)$ полученного изображения в области Ω практически совпадает со спектром $F(u, v)$ исходного изображения, а вне области Ω близок к нулю.

Очевидно, что такой подход соответствует постановке задачи оптимальной частотной фильтрации изображений в заданной частотной области. Определенный таким образом спектр не допускает растекания энергии двумерного сигнала за пределы частотной области Ω .

Обозначим $Y_{\Omega}(u, v)$ – оптимальное решение вариационной задачи (1). Результат применения обратного преобразования Фурье к $Y_{\Omega}(u, v)$ обозначим $y_{\Omega} = (m, n)$, $m=1, 2, \dots, M$, $n=1, 2, \dots, N$. Тогда, в предельном случае имеем:

$$y_{\Omega}(m, n) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{(u, v) \in \Omega} F(u, v) e^{j(m-1)u} e^{j(n-1)v} dudv, \quad (2)$$

где $m=1, 2, \dots, M$, $n=1, 2, \dots, N$.

Введем матрицы $A=(a_{i_1 i_2})$, $i_1, i_2=1, 2, \dots, M$, и $B=(b_{k_1 k_2})$, $k_1, k_2=1, 2, \dots, N$, элементы которых в соответствии с [4] определяются следующими соотношениями:

$$a_{i_1 i_2} = \begin{cases} \frac{\sin(\alpha_2(i_1 - i_2)) - \sin(\alpha_1(i_1 - i_2))}{\pi(i_1 - i_2)}, & i_1 \neq i_2, \\ \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\pi}, & i_1 = i_2, \end{cases} \quad (3)$$

$$b_{k_1 k_2} = \begin{cases} \frac{\sin(\beta_2(k_1 - k_2)) - \sin(\beta_1(k_1 - k_2))}{\pi(k_1 - k_2)}, & k_1 \neq k_2, \\ \frac{\beta_2 - \beta_1}{\pi}, & k_1 = k_2. \end{cases}$$

Легко показать, что в результате преобразований выражения (2), используя представление (3), можно получить следующее выражение (4) для нахождения результата фильтрации изображения в частотной области Ω , оптимального в смысле указанного вариационного принципа (1)

$$y_{\Omega}(m, n) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N f_{ik} \cdot a_{mi} \cdot b_{nk} \quad (4)$$

или в матричной форме

$$y_{\Omega} = A^T \cdot \Phi \cdot B. \quad (5)$$

Выражение (5) определяет метод оптимальной фильтрации изображений на основе частотных представлений и позволяет для нахождения результатов фильтрации изображения в любой частотной двумерной области Ω построить вычислительную процедуру, не вычисляя при этом трансформанту Фурье.

Поскольку в выражении (5) выполняются матричные преобразования над матрицей яркости Φ изображения, то представляет интерес отображение значений матриц A и B в виде изображений. Так, на рис.1 значения элементов матрицы A интерпретированы как значения яркости соответствующих пикселей или как точки на некоторой поверхности в трехмерном пространстве. Можно показать, что изображения, соответствующие матрицам A и B , рассчитанным для различных частотных областей, имеют аналогичный вид.

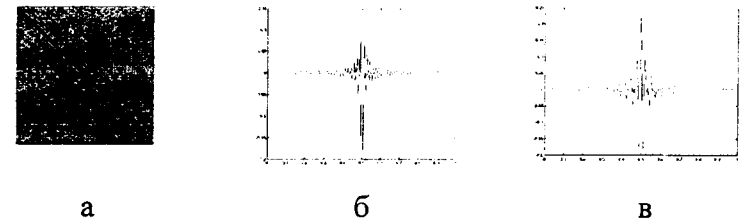


Рис. 1

Визуализация матрицы преобразований A :

а – в виде черно-белого изображения, б – в виде сечения вертикальной плоскостью $u=x$ поверхности в трехмерном пространстве $OXYZ$, в – в виде сечения плоскостью $u=M/2$

При практической реализации предлагаемого метода оптимальной фильтрации рассматривается первый квадрант частотной области определения трансформанты Фурье (т.к. область Ω является центрально симметричной)

$$0 \leq u, v \leq \pi,$$

который разбивается на равные элементарные прямоугольные подобласти – частотные интервалы $I(r_1, r_2)$, $r_1=1, 2, \dots, R_a$, $r_2=1, 2, \dots, R_b$, при этом частотная область разбивается на R_a и R_b частотных отрезков вдоль осей абсцисс и ординат частотного пространства соответственно (рис. 2):

$$R_a = \frac{\pi}{\alpha_2 - \alpha_1} \quad \text{и} \quad R_b = \frac{\pi}{\beta_2 - \beta_1}$$

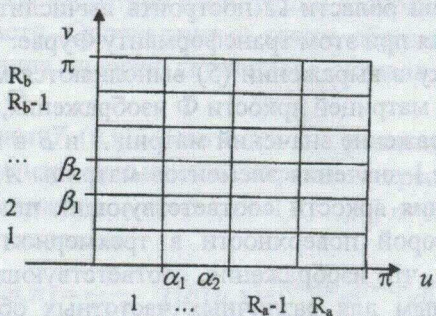


Рис. 2

Разбиение области определения трансформанты Фурье на подобласти (нормированные частоты)

В практических расчетах целесообразно использовать заранее вычисленные на основании выражений (3) матрицы A_{r_1} , $r_1=1, 2, \dots, R_a$, и B_{r_2} , $r_2=1, 2, \dots, R_b$, количество которых определяется разбиением частотной области на элементарные подобласти – частотные интервалы. При этом, исходя из структуры матриц, достаточно хранить только M или N элементов соответственно для каждой из матриц, что обеспечивает существенную экономию оперативной памяти компьютера в процессе выполнения расчетов.

Для проверки работоспособности предложенного метода были выполнены расчеты результатов фильтрации различных модельных изображений с помощью данного метода и проведено сравнение с результатами фильтрации на основании режекторных КИХ-фильтров.

Модельные изображения $\Phi_i(x_1, x_2)$ были построены следующим образом. Использованы изображения размером 256x256 пикселей, значения яркости в точках $x_1, x_2 = \{1, 2, \dots, 256\}$ принима-

ют значения $\Phi_i(x_1, x_2) = \{0, 1, \dots, 255\}$. Исходя из того, что, как было отмечено ранее, изображениям можно поставить в соответствие некоторые поверхности трехмерного пространства Ox_2x_1z , то можно применить следующий способ задания модельных изображений: в экспериментах использованы изображения, полученные суммированием «синусоидальных волн» распространяющихся в направлениях осей абсцисс или ординат трехмерного пространства, т.е. поверхностей, сечения которых вертикальными плоскостями $x_1=0$ или $x_2=0$ представляют собой синусоиду. Для построения синусоиды указанной частоты в работе использовано понятие «пространственной частоты» sfr , определяемое как количество колебаний яркости изображения на единице длины. В данной работе при выполнении вычислений принято, что размеры изображения совпадают с единицей длины. Так, изображение, задаваемое «синусоидальной волной», распространяющейся в направлении оси абсцисс и определяемой синусоидой частотой $f_{sfr}=1$ (единица «пространственной частоты»), приведено на рис. 3а. В случае, если данную «синусоидальную волну» рассматривать как поверхность трехмерного пространства (рис. 3б), то на рис. 3в приведено ее сечение вертикальной плоскостью $x_1=0$.

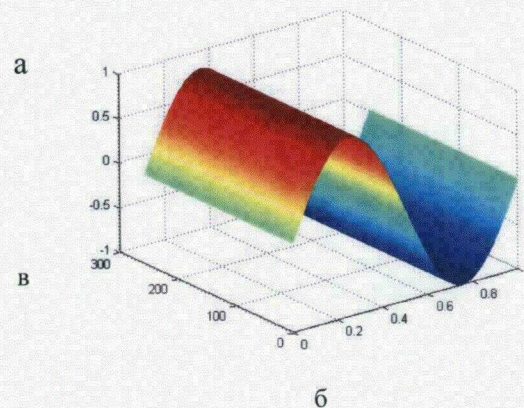
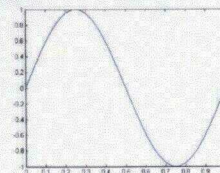


Рис. 3

Пример модельного изображения:

а – черно-белое изображение, б – соответствующая изображению поверхность трехмерного пространства, в – некоторое сечение поверхности, соответствующей данному изображению

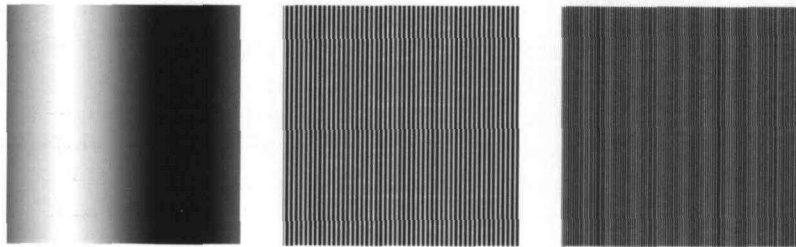
Для указания способа вычисления предложенных модельных изображений использована следующая формализованная запись

$$\Phi_{f_{sfr}S} = \text{Sin}(f_{sfr} \cdot 2\pi x_2), \quad (6)$$

где f_{sfr} – единицы «пространственной частоты».

Очевидно, что при выбранных размерах изображений в 256x256 пикселей, исследовать можно изображения, на которых частота сигнала не превышает 128 единиц.

Первый этап вычислительных экспериментов заключался в выделении модельных исходных изображения Φ_{fs} , приведенных на рис. 4, из изображений Φ_{fa} , Φ_{fb} , Φ_{fc} , Φ_{fd} , зашумленных аддитивными шумами, способы построения которых указаны далее.



а б в

Рис. 4

Модельные исходные изображения, описываемые следующими выражениями:

а: $\Phi_{1s} = \text{Sin}(2\pi x_2)$, б: $\Phi_{50s} = \text{Sin}(50,7 \cdot 2\pi x_2)$, в: $\Phi_{102s} = \text{Sin}(102 \cdot 2\pi x_2)$

Исходное изображение Φ_{1s} выделялось из следующих зашумленных модельных изображений (частоты сигналов, соответствующих шуму, выбраны близкими к частоте выделяемого сигнала):

- $\Phi_{1a} = \Phi_{1s} + \text{Sin}(5 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{1b} = \Phi_{1s} + \text{Sin}(11 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{1c} = \Phi_{1s} + \text{Sin}(3 \cdot 2\pi x_2) + \text{Sin}(5 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{1d} = \Phi_{1s} + \text{Sin}(10 \cdot 2\pi x_1)$.

Исходное изображение Φ_{50s} выделялось из следующих модельных изображений:

- $\Phi_{50a} = \Phi_{50s} + \text{Sin}(45,7 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{50b} = \Phi_{50s} + \text{Sin}(60,7 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{50c} = \Phi_{50s} + \text{Sin}(45,7 \cdot 2\pi x_2) + \text{Sin}(48,7 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{50d} = \Phi_{50s} + \text{Sin}(50,7 \cdot 2\pi x_1)$.

Исходное изображение Φ_{100s} выделялось из следующих модельных изображений:

- $\Phi_{102a} = \Phi_{102s} + \text{Sin}(98 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{102b} = \Phi_{102s} + \text{Sin}(92 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{102c} = \Phi_{102s} + \text{Sin}(94 \cdot 2\pi x_2) + \text{Sin}(98 \cdot 2\pi x_2)$,
- $\Phi_{102d} = \Phi_{102s} + \text{Sin}(102 \cdot 2\pi x_1)$.

В ходе выделения исходного изображения с помощью метода оптимальной фильтрации были использованы различные разбиения частотной области на частотные интервалы. В соответствии с количеством частотных интервалов определялась полоса пропускания КИХ-фильтров, также используемых для фильтрации зашумленных изображений. Оценивалась среднеквадратическая погрешность σ выделения изображения согласно выражению (в пространственной области):

$$\sigma = \frac{\|G - \Phi_s\|}{\|G\|}. \quad (7)$$

где G – изображение, полученное либо с помощью КИХ-фильтрации, либо при использовании предлагаемого метода оптимальной фильтрации.

Цель следующей группы экспериментов заключалась в определении оценки $P_{r_1 r_2}^*$ доли энергии $P_{r_1 r_2}(G)$ результата фильтрации G , которая сосредоточена вне выбранного частотного интервала $I(r_1, r_2)$. Для вычисления данной доли энергии использовано соотношение (в частотной области)

$$P_{r_2}^* = \frac{\|G\|^2 - P_{r_1 r_2}(G)}{\|G\|^2} = 1 - \frac{P_{r_1 r_2}(G)}{\|G\|^2}. \quad (8)$$

Другой важной характеристикой процесса фильтрации, которая вычислялась в ходе экспериментов, является относительная погрешность $\delta_{r_1 r_2}$ аппроксимации энергетического спектра [4] в

заданном частотном интервале

$$\delta_{r_1 r_2} = \sqrt{\frac{\text{trac}(A_{r_1}^T (\Phi - Z_{r_1 r_2}) B_{r_2} (\Phi - Z_{r_1 r_2})^T)}{\text{trac}(A_{r_1}^T \Phi B_{r_2} \Phi^T)}} = \sqrt{\frac{P_{r_1 r_2} (\Phi - Z_{r_1 r_2})}{P_{r_1 r_2} (\Phi)}}, \quad (9)$$

где Φ , $Z_{r_1 r_2}$ – матрицы яркости исходного изображения и изображения, полученного в результате фильтрации в частотном интервале $I(r_1, r_2)$, A_{r_1} и B_{r_2} – матрицы, вычисленные на основании выражения (3), для соответствующих номеров r_1 и r_2 выбранного частотного интервала.

Учитывая известные размеры полосы пропускания КИХ-фильтров, соответствующие используемым при оптимальной фильтрации частотным интервалам, для результатов КИХ-фильтрации были рассчитаны аналогичные характеристики.

В процессе выполнения вычислительных экспериментов для исходных модельных изображений Φ_{001s} , Φ_{050s} и Φ_{102s} с помощью субинтервального метода [4] были найдены их энергетические спектры [1], полученные при разбиении всей частотной области на различное количество частотных отрезков $R_2 = \{8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$ вдоль оси абсцисс частотного пространства. Вдоль оси ординат было выбрано постоянное разбиение на 32 частотных отрезка. Данное разбиение на частотные интервалы было выбрано исходя из того, что исследуемые исходные изображения содержат сигнал, периодически изменяющийся в направлении оси абсцисс.

Для энергетических спектров каждого исходного изображения были определены частотные интервалы $I(r_1, r_2)_{001}$, $I(r_1, r_2)_{050}$ и $I(r_1, r_2)_{102}$, соответствующие наибольшему значению энергии. Далее была осуществлена оптимальная фильтрация зашумленных изображений Φ_{001a} , Φ_{001b} , Φ_{001c} , Φ_{001d} и Φ_{050a} , Φ_{050b} , Φ_{050c} , Φ_{050d} , а также изображений Φ_{102a} , Φ_{102b} , Φ_{102c} , Φ_{102d} в соответствующих интервалах $I(r_1, r_2)_{001}$, $I(r_1, r_2)_{050}$ и $I(r_1, r_2)_{102}$. Некоторые результаты фильтрации, полученные при разбиении частотной области на $1024 = 32 \times 32$ частотных интервала, приведены на рис. 5. Например, на данном рисунке приведено изображение, полученное при оптимальной фильтрации изображения Φ_{102d} в частотном интервале $I(1, 26)_{102}$, которое визуально совпадает с исходным Φ_{102s} . Энергетические спектры, полученные субинтервальным методом, зашумленного и отфильтрованного изображений представлены в виде

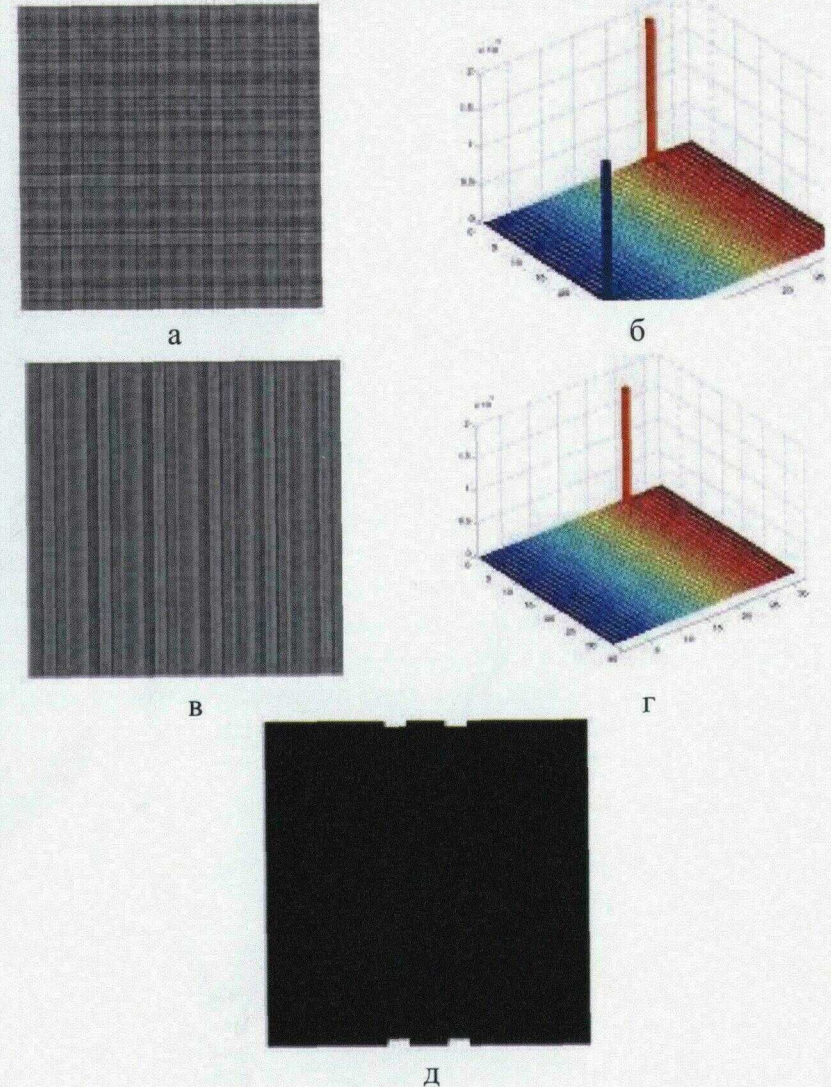


Рис. 5

Результаты фильтрации изображений:

а – зашумленное изображение Φ_{102d} , б – субинтервальный спектр изображения Φ_{102d} , в – результат G_{102d} оптимальной фильтрации в интервале $I(1, 26)_{102}$, г – субинтервальный спектр фильтрованного изображения G_{102d} , д – передаточная функция примененного КИХ-фильтра

трехмерных гистограмм, вдоль осей абсцисс и ординат указаны значения номеров частотных интервалов. На рис. 5 также приведена в виде изображения передаточная функция КИХ-фильтра, примененного с целью сравнения результатов фильтрации, который был построен с учетом частоты дискретизации изображения и ширины частотного интервала $I(1,26)_{102}$.

Полученные в результате оптимальной фильтрации изображения G_{001a} , G_{001b} , G_{001c} , G_{001d} и G_{050a} , G_{050b} , G_{050c} , G_{050d} , а также изображения G_{102a} , G_{102b} , G_{102c} , G_{102d} сравнивались с соответствующими исходными изображениями на основании выражения (7). Затем спектры отфильтрованных изображений анализировались на основании выражений (8), (9). Аналогичные эксперименты были проведены с изображениями, полученными с помощью КИХ-фильтрации.

Отдельные результаты выполненных экспериментальных исследований по определению среднеквадратических отклонений исходного и отфильтрованного изображений, значений долей энергии изображений, являющихся результатом фильтрации с помощью оптимального и КИХ-фильтров, находящихся вне заданного интервала, и погрешностей приближения спектра исходного изображения в заданном частотном интервале представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Обрабатываемое изображение	Количество частотных интервалов		Ширина полосы пропускания КИХ-фильтра	Фильтрация в интервале		Среднеквадратическое отклонение σ	
	по оси ординат	по оси абсцисс		№ по оси ординат	№ по оси абсцисс	Оптимальная фильтрация	КИХ-фильтрация
001a	32	8	15.9375	1	1	0.7071	0.71211
	32	16	7.9688	1	1	0.70106	0.70708
	32	24	5.3125	1	1	0.65313	0.44765
	32	28	4.5536	1	1	0.26908	0.44743
	32	32	3.9844	1	1	0.22794	0.44659
001b	32	32	3.9844	1	1	0.13699	0.005964
001c	32	8	15.9375	1	1	0.81937	0.81649

	32	16	7.9688	1	1	0.81858	0.81647
	32	24	5.3125	1	1	0.79079	0.74662
	32	28	4.5536	1	1	0.72017	0.7466
	32	32	3.9844	1	1	0.71995	0.7465
001d	32	32	3.9844	1	1	0.14227	0.0057
050a	32	28	4.5536	1	12	0.24889	0.95087
	32	32	3.9844	1	13	0.23614	0.1267
050b	32	28	4.5536	1	12	0.23225	0.49572
	32	32	3.9844	1	13	0.21079	0.037376
050b	32	28	4.5536	1	12	0.31667	0.87138
	32	32	3.9844	1	13	0.25241	0.7195
050d	32	20	6.375	1	8	0.44597	0.98014
	32	28	4.5536	1	12	0.23504	0.99748
	32	32	3.9844	1	13	0.21368	0.095554
102a	32	28	4.5536	1	23	0.22225	0.37512
	32	32	3.9844	1	26	0.23131	0.47435
102b	32	28	4.5536	1	23	0.20023	0.3022
	32	32	3.9844	1	26	0.20462	0.29907
102c	32	28	4.5536	1	23	0.24784	0.42741
	32	32	3.9844	1	26	0.25353	0.53821
102d	32	16	7.9688	1	13	0.18549	0.25117
	32	20	6.375	1	17	0.9394	0.9552
	32	24	5.3125	1	20	0.23275	0.67783
	32	28	4.5536	1	23	0.19733	0.2854
	32	32	3.9844	1	26	0.20127	0.28387

Таблица 2

Изображение	Количество частотных интервалов по		Интервал с макс. энергией		Доля просачивания энергии $P^*_{1,2}$		Погрешность аппроксимации $\delta_{1,2}$	
	оси ординат	по оси абсцисс	№ по оси ординат	№ по оси абсцисс	Оптимальная фильтрация	КИХ-фильтрация	Оптимальная фильтрация	КИХ-фильтрация
001a	32	8	1	1	0.0075	0.00012	0.06546	0.0011
	32	16	1	1	0.0086	0.00084	0.06591	0.0029
	32	24	1	1	0.05695	0.09940	0.14097	0.28796
	32	28	1	1	0.04072	0.09939	0.13285	0.28683
	32	32	1	1	0.021035	0.09891	0.12561	0.28645
001b	32	32	1	1	0.009536	0.001134	0.077012	0.00106
001c	32	8	1	1	0.007585	0.000178	0.065544	0.0013326
	32	16	1	1	0.009067	0.000515	0.067925	0.0032981

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

	32	24	1	1	0.051158	0.054224	0.13552	0.22118
	32	28	1	1	0.027047	0.054185	0.11006	0.2211
	32	32	1	1	0.023375	0.054181	0.10399	0.2026
001d	32	32	1	1	0.009364	0.000059	0.08126	0.00243
050a	32	28	1	12	0.058671	0.47083	0.13076	0.49243
	32	32	1	13	0.02443	0.00274	0.16548	0.05222
050b	32	28	1	12	0.066138	0.48326	0.15036	0.49572
	32	32	1	13	0.026976	0.037376	0.13036	0.037376
050c	32	28	1	12	0.05818	0.45423	0.18166	0.48786
	32	32	1	13	0.044546	0.002358	0.18027	0.048453
050d	32	20	1	8	0.13897	0.4666	0.25822	0.49129
	32	28	1	12	0.062241	0.47983	0.13351	0.49483
	32	32	1	13	0.02509	0.001547	0.12945	0.039271
102a	32	28	1	23	0.028502	0.009032	0.12828	0.094191
	32	32	1	26	0.03673	0.038868	0.15609	0.18991
102b	32	28	1	23	0.025615	0.010289	0.10235	0.10041
	32	32	1	26	0.033901	0.011831	0.1206	0.10751
102c	32	28	1	23	0.033616	0.012662	0.15009	0.11113
	32	32	1	26	0.041721	0.053372	0.18672	0.2196
102d	32	16	1	13	0.026053	0.007747	0.1047	0.087348
	32	20	1	17	0.25434	0.37807	0.407	0.46399
	32	24	1	20	0.021907	0.16524	0.12664	0.35242
	32	28	1	23	0.024848	0.011599	0.096641	0.10647
	32	32	1	26	0.032541	0.010535	0.11684	0.10157

Данные, приведенные в табл. 1 и 2, показывают, что результаты применения оптимальной фильтрации лучше результатов КИХ-фильтрации при малом отличии частот полезного сигнала и шума. В большинстве случаев погрешности фильтрации с помощью КИХ-фильтров и оптимальной фильтрации сопоставимы. Эксперименты также показали, что КИХ-фильтры работают неустойчиво при различных частотах сигнала и шума, результаты КИХ-фильтрации также, в значительной степени, зависят от размеров изображения, что не наблюдалось при применении оптимальной фильтрации. Данный результат согласуется с оценкой метода оптимальной фильтрации одномерного сигнала [3].

На основании проведенных исследований можно утверждать, что рассмотренный метод фильтрации изображений на основе частотных представлений является оптимальным в том смысле, что спектр получаемого в результате фильтрации изображения имеет наименьшее среднеквадратическое отклонение от спектра фильтруемого изображения в заданном частотном интервале, а вне этого интервала имеет наименьшее отклонение от нуля.

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

Программная реализация предложенного метода представляет собой новый эффективный инструмент фильтрации изображений на основе частотных представлений.

Литература

1. Гонсалес Р. и Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М., Техносфера, 2006. 1072 с.
2. Методы компьютерной обработки изображений. Под ред. В.А. Сойфера. М., ФИЗМАТЛИТ, 2003. 784 с.
3. Жилияков Е.Г., Белов С.П. и Прохоренко Е.И. Вариационные методы частотного анализа звуковых сигналов. – "Труды учебных заведений связи", 2006, № 174, с. 163-170.
4. Жилияков Е.Г., Черноморец А.А. и Лысенко И.В. Метод определения точных значений долей энергии изображений в заданных частотных интервалах. – "Вопросы радиоэлектроники", сер. РЛТ, 2007, вып. 4, с. 115-123.

Статья поступила 15.10.2007