

Д.ф.-м.н., проф. В.Е. Хачатрян, Я.Г. Великая,
А.И. Сунцова, А.А. Несвитайло (БелГУ)

V.E. Khachatryan, Y.G. Velikaya, A.I. Suntsova,
A.A. Nesvitailo

**ПРОБЛЕМА СРАВНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ
СТРУКТУРИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИИ**

**PROBLEM OF COMPARISON OF MODELS OF REPRESENTATION
OF THE STRUCTURED INFORMATION**

Предлагается решение проблемы сравнения моделей представления структурированной информации для классов без системы соотношений, основанное на трансформационном методе

Key words model, structured information, the problem of equivalence, relation system, the transformation method

Постановка задачи

В [1] описано представление в графической форме структурированной информации, обладающей функциональной зависимостью. Вершины графа помечаются символами алфавита $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, где через $p_i, i=1, \dots, n$ обозначен тип пакета, а выходящие из вершины дуги – символами алфавита $Q = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, где через $a_i, i=1, \dots, m$ обозначена служебная информация.

Отношение эквивалентности для моделей такого типа определяется следующим образом.

Пусть v – путь, ведущий из входа модели в ее выход, и пусть этот путь задается историей $L(v) = (p_{1j}, a_{1j}), \dots, (p_{kj}, a_{kj})$, где $p_{ij}, j=1, \dots, k$ метки проходимых вершин, а $a_{ij}, j=1, \dots, k$ метки, выходящих из этих вершин дуг.

Пути v_1 и v_2 – считаются эквивалентными, если истории этих путей $L(v_1)$ и $L(v_2)$ совпадают с точностью до соотношений вида $(p_b, a_j) (p_k, a_l) = (p_k, a_l) (p_b, a_j)$, где $i, k=1, \dots, n; i \neq k; j, l=1, \dots, m$.

Модели D_1 и D_2 будем считать сравнимыми (эквивалентными), тогда и только тогда, когда для каждой истории некоторого пути, ведущего из входа в выход одной модели, в другой модели существует эквивалентный ему путь, также ведущий из входа в выход.

Одной из главных проблем для моделей такого типа является-

ся следующая задача: можно ли для двух различных моделей ответить на вопрос, эквивалентны они или нет.

Решение проблемы эквивалентности

Для решения проблемы сравнения (эквивалентности) рассматриваемых моделей предлагается использовать трансформационный метод [2].

Суть метода заключается в следующем.

По первой из сравниваемых моделей строится древовидное покрытие. Это дерево, ветви которого получены при прохождении по графу, начиная с его входа. При этом в таком древовидном покрытии разрешается использовать каждую дугу графа только один раз. На этом покрытии выделяются пары эквивалентных вершин в виде списка. На рис. 4 изображена модель, для которой на рис. 5 построено древовидное покрытие. Список пар эквивалентных вершин на этом древовидном покрытии обозначен через A .

Во второй модели, с помощью эквивалентных преобразований [3] выделяется древовидная структура, она называется куполом, который изоморфен древовидному покрытию первой модели. Если получить такой купол невозможно, то модели являются не эквивалентными. В противном случае, на куполе выделяются пары вершин, соответствующих эквивалентным парам древовидного покрытия. На рис. 7 изображен купол, на котором выписан список B пар вершин, претендующих на эквивалентность. Купол выделен из модели D_2 , которая изображена на рис. 2. Полученный после преобразований граф с куполом изображен на рис. 6.

Обозначим через D_1, D_2 сравниваемые на эквивалентность модели. Через D'_2 - граф, полученный из D_2 после выделения в нем купола. Через $B = \{(b_1 b'_1), (b_2 b'_2), \dots, (b_n b'_n)\}$ - множество пар вершин, соответствующих эквивалентным парам древовидного покрытия графа D_1 .

Очевидна справедливость следующего утверждения

Модели D_1, D_2 эквивалентны тогда и только тогда, когда эквивалентны модели $D_2'(b_i)$ и $D_2'(b'_i)$ при $i=1, \dots, n$. Через рез $D_2'(b_i)$ и $D_2'(b'_i)$ обозначены подмодели модели D_2' , входами которых являются вершины b_i и b'_i , соответственно.

Для проверяемой пары моделей D_1, D_2 строится так называемое дерево потомков $T(D_1, D_2)$. Вершины этого дерева помечены

парами моделей, которые проверяются на эквивалентность. Начало дерева помечается исходной парой (D_1, D_2) . Поскольку процесс проверки эквивалентности исходной пары (D_1, D_2) переносится на проверку эквивалентности пар $(D_2'(b_i), D_2'(b_i'))$, т.е. потомков, то предложенное построение древовидного покрытия и купола необходимо провести для каждой из проверяемых пар $(D_2'(b_i), D_2'(b_i'))$. Это означает, что в дереве потомков $T(D_1, D_2)$ вершины, соединенные с входом дерева, будут помечены парами $(D_2'(b_i), D_2'(b_i'))$, где $i=1, \dots, n$.

Понятно, что D_1 эквивалентно D_2 тогда и только тогда, когда в дереве потомков $T(D_1, D_2)$ найдется сечение, для которого все пары сечения эквивалентны.

В качестве достаточного условия эквивалентности исходных моделей может служить наличие сечения в дереве потомков, все пары которого изоморфны, а значит, эквивалентны.

В [4] показано, что даже в случае сравнения на эквивалентность моделей, у которых требуется совпадение историй всех путей, т.е. отсутствует система соотношений, задающая отношение перестановочности, это достаточное условие не является необходимым.

Для таких моделей, в случае их эквивалентности, помимо сечений, содержащий изоморфные пары, такие сечения называются α -сечением, возможен и другой тип сечений, он называется β -сечением. Это сечение, каждая вершина которого помечена парой графов является совпадающей с парой, метящей одну из вершин дерева $T(D_1, D_2)$ и предшествующая данной вершине.

На рис.1 [4] приведены примеры пар эквивалентных моделей, для которых при проверке на эквивалентность, использование трансформационного метода в дереве потомков выдает либо α -сечение, либо β -сечение. На рис. 1 видно, что при проверке на эквивалентность существенен порядок проверяемых моделей. Напомним, что вход модели помечается жирным кружком, а выход перечеркнутым. Непомеченные дуги символизируют нуль, а с точкой - единицу.

Предлагается модифицировать трансформационный метод таким образом, чтобы в случае эквивалентности в дереве потомков непременно возникало лишь α -сечение.

Опишем модификацию и покажем, что при ее использовании в случае эквивалентности моделей в дереве потомков непременно будем иметь α -сечение.

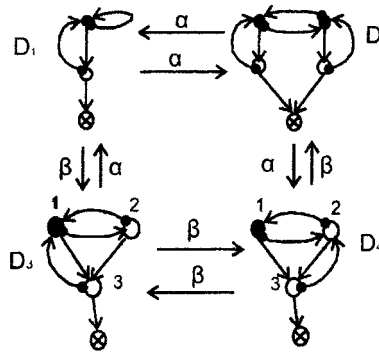


Рис. 1

Модель назовем с однозначным покрытием, если древовидное покрытие этой модели можно построить единственным образом. В [5] предложен алгоритм, который по любой модели строит эквивалентную ей модель с однозначным покрытием.

Идея построения такой модели заключается в таком последовательном преобразовании исходной модели, при котором каждая последующая модель эквивалентна предыдущей и имеет большее число «правильных» вершин. Вершина модели является правильной, если в нее из входа модели не ведут параллельные пути, т.е. пути, ведущие в одну вершину, последние дуги которых не совпадают и один из них, не является началом другого.

Эквивалентность обеспечивается преобразованием «расклейка состояний». Легко видеть, что предлагаемый процесс конечен.

Одно из основных свойств однозначного покрытия заключается в том, что пара эквивалентных вершин всегда находится на одной ветви, т.е. пары вершин списка $A = \{a_i, a_i', i=1, 2, \dots, n\}$ такие, что a_i предшествует a_i' , где $i=1, \dots, n$. Тогда такому же условию будут удовлетворять пары, претендующие на эквивалентность, т.е. пары списка $B = \{b_i, b_i', i=1, 2, \dots, n\}$, расположенные на куполе, который выделен во второй модели. Если эти пары вершин являются входами эквивалентных подмоделей, то после вершины b_i' непременно будет расположен цикл (рис.2.). После сравнения моделей $D_2'(b_i')$ и $D_2'(b_i)$ на эквивалентность, пара эквивалентных вершин, задаваемая циклом L , будет подтверждена в куполе, построенном для модели $D_2'(b_i')$.

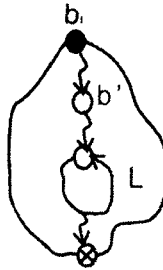


Рис. 2

Поскольку все циклы, возникающие во время использования модифицированного трансформационного метода, участвуют при построении дерева потомков подобно рассмотренному выше случаю, изображенному на рис.2, можно утверждать, что эквивалентные пары, возникающие на древовидных покрытиях, будут подтверждены на том или ином шаге некоторого купола, а значит, в дереве потомков имеется α -сечение.

Покажем, что применение модифицированного трансформационного метода, действительно, можно считать алгоритмом решения проблемы эквивалентности. Для этого достаточно показать, что при построении дерева потомков число древовидных покрытий, задающих купола, ограничено некоторым числом $C(n_1, n_2)$, где n_1 и n_2 число вершин, соответственно, моделей D_1 и D_2 и число это можно подсчитать. Доказательство этого факта можно провести методом, предложенным в [4]. Предполагаем следующую схему алгоритма, решающего проблему сравнения для рассматриваемого класса моделей.

1) Для сравниваемых моделей подсчитать число $C(n_1, n_2)$, где n_1 и n_2 - число вершин сравниваемых моделей.

2) Осуществлять сравнение исходной пары моделей, а затем их потомков, ориентируясь на дерево потомков и учитывая следующее. Если во время сравнения невозможно выполнить какой-либо шаг модифицированного трансформационного метода, либо число используемых куполов превысило оценку $C(n_1, n_2)$, то модели не эквивалентны. В противном случае будет получено α -сечение. Это будет означать, что сравниваемые модели эквивалентны.

Приведем пример того, что при использовании модифици-

рованного трансформационного метода в дереве потомков обнаруживается α -сечение, в то время как в случае применения просто трансформационного метода, в дереве потомков получается лишь β -сечение.

Пример, иллюстрирующий применение модифицированного трансформационного метода

Проверим на эквивалентность модифицированным трансформационным методом модели D_1 и D_2 (рис. 3).

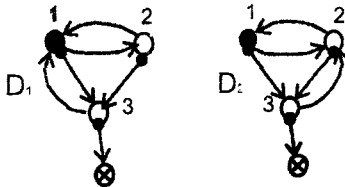


Рис. 3

Согласно введенной модификации первая из сравниваемых моделей должна быть приведена к эквивалентной ей модели, обладающей однозначным покрытием. На рис.4 приведена модель D_1' с однозначным покрытием, эквивалентная модели D_1 .

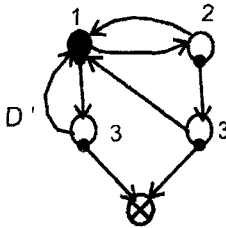


Рис. 4

Затем строится древовидное покрытие модели D_1' (рис 5.). Обозначим его $D_1'(F)$. На покрытии отмечаются пары эквивалентных вершин. Все они заносятся в список пар эквивалентных вершин $A = \{(a_1, a_1'), (a_1, a_1''), (a_1, a_1''')\}$.

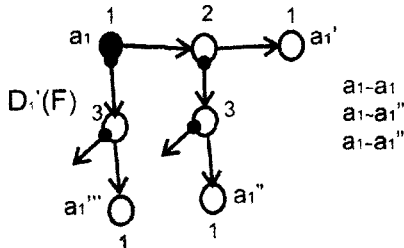


Рис. 5

Далее эквивалентными преобразованиями необходимо преобразовать модель D_2 в модель D_3 , которая начинается куполом, изоморфным $D_1'(F)$.

Если построение купола не удастся, то алгоритм останавливается с заключением о том, что исходные модели D_1 и D_2 не эквивалентны. В данном примере можно построить модель D_3 , начинающуюся куполом, изоморфным $D_1'(F)$ (рис.6). На рис. 7 приведен купол модели D_3 , изоморфный $D_1'(F)$. На куполе модели D_3 отмечены пары вершин, которые являются образами эквивалентных вершин древовидного покрытия из списка A . Этот список обозначен через B , где $B = \{(b_1, b_1'), (b_1, b_1''), (b_1, b_1''')\}$.

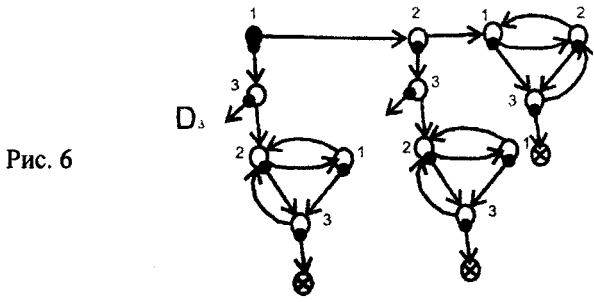


Рис. 6

В списке B хранятся пары вершин, «претендующих» на эквивалентность. Видно (рис. 7), что пара вершин (b_1, b_1') , содержит эквивалентные вершины, т.к. этими вершинами обозначено одно и тоже состояние модели D_3 . Поэтому к подмоделям, входы которых заданы этими вершинами, алгоритм применяться не будет.

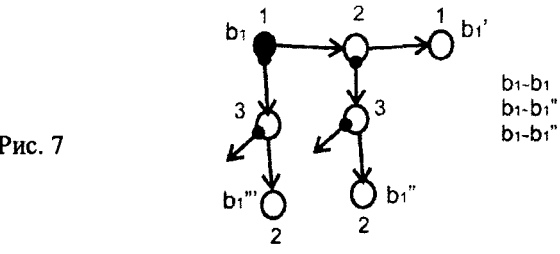


Рис. 7

Далее алгоритм применяется к подмоделям, входы которых задаются парами вершин из списка B , эквивалентность которых необходимо доказать: $\{(b_1, b_1''), (b_1, b_1''')\}$.

Алгоритм применяется к подмоделям $(D_3(b_1), D_3(b_1''))$ (рис.8), и к подмоделям $(D_3(b_1), D_3(b_1'''))$. Заметим, что модели, входы кото-

рых заданы вершинами b_1'' и b_1''' , совпадают. Поэтому, применение алгоритма к паре подмоделей $(D_3(b_1), D_3(b_1'''))$ аналогично применению к паре подмоделей $(D_3(b_1), D_3(b_1''))$. Рассмотрим применение алгоритма к паре $(D_3(b_1), D_3(b_1''))$.

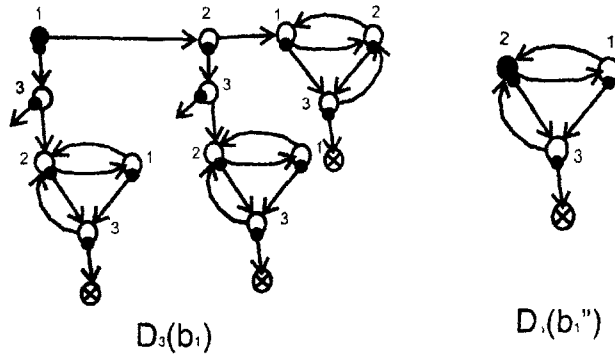


Рис. 8

Алгоритм преобразует первую из моделей модель $D_3(b_1)$, к эквивалентной ей, обладающей однозначным покрытием. Обозначим ее $D_3'(b_1)$ (рис. 9).

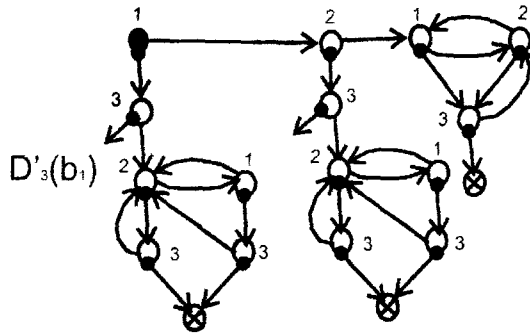


Рис.9

Далее алгоритм строит покрытие модели $D_3'(b_1)$, причем для подмодели с входом в вершине b_1' покрытие не будет построено, поскольку вершины, изоморфные паре (b_1, b_1') , должны быть эквивалентны.

На рис. 10 изображено древовидное покрытие модели $D_3'(b_1)$ и построен список эквивалентных вершин $C = \{(c_1, c_1'), (c_2, c_2'), (c_2, c_2''), (c_3, c_3'), (c_3, c_3'')\}$

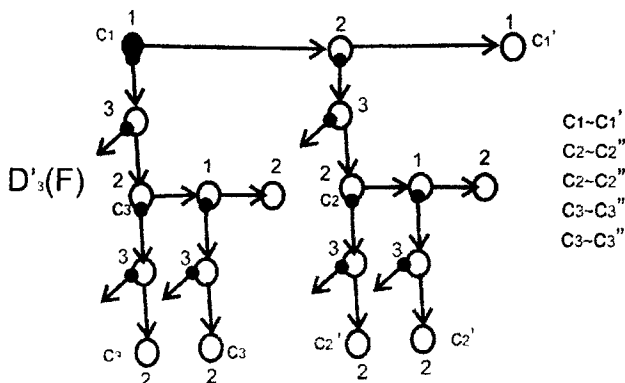


Рис. 10

Затем алгоритм эквивалентными преобразованиями пытается преобразовать модель $D_3(b_1'')$ в модель D_4 с куполом, изоморфным $D_3'(F)$. Купол модели D_4 приведен на рис. 11. Списком пар вершин, являющихся изоморфными образами вершин из списка C , является список $M = \{(m_1, m_1'), (m_2, m_2'), (m_2, m_2''), (m_3, m_3'), (m_3, m_3'')\}$.

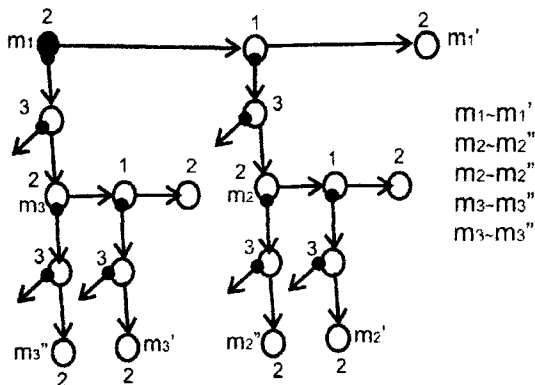


Рис. 11

Т.к. пары вершин из списка M являются входами эквивалентных моделей, то на следующем шаге алгоритм будет применен к каждой паре подмоделей и остановит свою работу с заключением об эквивалентности исходных моделей D_1 и D_2 , поскольку в дереве потомков $T(D_1, D_2)$ будет получено α -сечение. Как показано в [4], при применении к этой же паре моделей обычного трансформационного метода получим лишь β -сечение.

Заключение

Предложена модификация трансформационного метода, которая позволила предложить алгоритм, решающий проблему эквивалентности для моделей, представляющих структурированную информацию и не содержащих отношение перестановочности.

Приведен пример, иллюстрирующий предложенный алгоритм.

Литература

1. Хачатрян В.Е., Великая Я.Г. и Несвитайло А.А. Представление и обработка структурированной информации. – "Вопросы радиоэлектроники", Сер. ЭВТ, 2010, вып. 1, с. 38-44.

2. Подловченко Р.И. и Хачатрян В.Е. Метод трансформационного распознавания эквивалентности в моделях вычислений. – В сб.: Дискретная математика и ее приложения. 8-ой межд. сем. М., МГУ, 2004, с. 38-43.

3. Хачатрян В.Е. Полная система эквивалентных преобразований для многоленточных автоматов. – "Программирование", 2003, № 1, с. 62-77.

4. Хачатрян В.Е.. Трансформационный метод в моделях вычислений. – "Вестник компьютерных и информационных технологий", 2008, № 4, с. 1-6.

5. Хачатрян В.Е. и Великая Я.Г. Модели вычислений с однозначным покрытием. – "Научные ведомости БелГУ", сер: История. Политология. Экономика. Информатика, 2009, вып. 10/1, № 7(62), с. 29-34.

Статья поступила 12 10 2010